



Instituto Tecnológico de Pachuca

"2020, Año de Leona Vicario"

### INSTITUTO TECNOLÓGICO DE PACHUCA

# EVOLUCIÓN DEL INTENSIFICADOR DE ESFUERZOS EN FISURAS SUJETAS A CONDICIONES DE CARGA BIAXIAL

### TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA PRESENTA

ING. JOSÉ ARTURO MOCTEZUMA CAMARGO.

DIRECTOR:

DR. LUIS MANUEL PALACIOS PINEDA

SINODALES:

DRA. ERIKA OSIRIS ÁVILA DÁVILA

DR. EDGAR ERNESTO VERA CÁRDENAS

Pachuca de Soto, Hidalgo octubre de 2020



Carretera México-Pachuca Km. 87.5, Col. Venta Prieta, Pachuca, Hidalgo, C.P. 42080. A. P. 276, Tels. : 7113073, 7113596, 7113140, 7115119 7115538 Fax (01771)7113399 www.itpachuca.edu.mx





Instituto Tecnológico de Pachuca

"2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

Pachuca, Hidalgo, 18/Septiembre/2020 OFICIO No. DEPI-049-20

#### C. ING. JOSÉ ARTURO MOCTEZUMA CAMARGO PRESENTE

La que suscribe, jefa de la División de Estudios de Posgrado e Investigación, le comunica que los miembros de la Comisión Revisora, designada por el Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica para examinar su Tesis:

Evolución del intensificador de esfuerzos en fisuras sujetas a condiciones de carga biaxial

se han reunido, y después de intercambiar opiniones manifiestan su aprobación de la Tesis, en virtud que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes y, en consecuencia, se autoriza su impresión.

Sin otro particular por el momento, quedo de Usted.

ATENTAMENTE El Hombre Alimento el Ingenio en Contacto con la Ciencia





C.p. Archivo ECGO/LMPP INSTITUTO TECNOLÓGICO DE PACHUCA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSCRADO E INVESTIGACIÓN



Carretera México-Pachuca Km. 87.5, Col. Venta Prieta, Pachuca, Hidalgo. C.P. 42080, A. P. 276. Tels.: (0) 771) 710 52 51, 170 03 45, 170 03 01, 170 06 87 www.tecnm.mx | www.itpachuca.edu.mx





Instituto Tecnológico de Pachuca

"2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

### División de Estudios de Posgrado e Investigación Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica

ACTA

Siendo las 13:00 horas del 15 de febrero de 2020, reunidos en el aula S10, el Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica manifiesta la APROBACIÓN del tema de Tesis: Evolución del intensificador de esfuerzos en fisuras sujetas a condiciones de carga biaxial, con el siguiente contenido:

Resumen/Abstract Nomenclatura Contenido Índice de cuadros, gráficas y figuras. 1. Marco Teórico y Estado del arte 2. Diseño y construcción del dispositivo biaxial 3. Correlación digital de impagenes 4. Determinación numérica de los intensificadores de esfuerzo Conclusiones Bibliografía Apéndices

Para cubrir el requisito correspondiente a la Tesis para que el Ing. José Arturo Moctezuma Camargo obtenga el grado de Maestro en Ingeniería Mecánica, bajo la dirección del Dr. Luis Manuel Palacios Pineda, profesor de la Maestría en Ingeniería Mecánica de la División de Estudios de Posgrado e Investigación.

#### ATENTAMENTE

El Hombre Alimenta el Ingenio en Contacto con la Ciencia EL CONSEJO DE POSGRADO Dr. Edgar Ernesto Vera Cárdenas Dra. Erika Osiris Ávila Dávila Dr. Ignacio Ramirez Vargas Dr. Hugo Francisco Abundis Fong Carretera México-Pachuca Km. 87.5, Col. Venta Prieta, Pachuca, Hidalgo. C.P. 42080, A. P. 276. Tels.: (01 771) 710 52 51, 170 03 45, 170 03 01, 170 05 87

www.tecnm.mx | www.itpachuca.edu.mx

### Agradecimientos

En primer lugar, deseo expresar mi agradecimiento al director de esta tesis de maestría, Dr. Luis Manuel Palacios Pineda, por la dedicación y apoyo que ha brindado a este trabajo, por el respeto a mis sugerencias e ideas y por la dirección y el rigor que ha facilitado a las mismas. Gracias por la confianza ofrecida desde que llegué a este tecnológico (ITP). Asimismo, agradezco a mis compañeros del Departamento de estudios de posgrado e investigación su apoyo personal y humano, Un trabajo de investigación es siempre fruto de ideas, proyectos y esfuerzos previos que corresponden a nosotros mismos. En este caso mi más sincero agradecimiento por el apoyo económico del CONACyT por la beca otorgada durante mi formación, con cuyo trabajo estaré siempre en deuda. Gracias por su amabilidad para facilitarme el desarrollo de esta tesis.

Por su orientación y atención a mis consultas sobre metodología, mi agradecimiento a la Dra. Erika Osiris Ávila Dávila por sus sugerencias recibidas. Finalmente, gracias a todos los doctores del departamento de estudios de posgrado e investigación por brindarme clases de excelencia.

Pero un trabajo de investigación es también fruto del reconocimiento y del apoyo vital que nos ofrecen las personas que nos estiman, sin el cual no tendríamos la fuerza y energía que nos anima a crecer como personas y como profesionales. Gracias a mi familia, a mis padres y a mi hermana, porque con ellos compartí una infancia feliz, que guardo en el recuerdo y es un aliento para seguir adelante. Gracias a mis amigos, que siempre me han prestado un gran apoyo moral y humano, necesarios en los momentos difíciles de este trabajo y esta profesión. Sin su apoyo este trabajo nunca se habría escrito y, por eso, este trabajo es

también el suyo. A todos, muchas gracias.

## Resumen

En este trabajo se presenta la evolución de los intensificadores de esfuerzos que ocurren en fisuras sujetas a una condición biaxial de carga. Los resultados se obtienen utilizando correlación de imágenes digitales (CID) y mediante la aplicación de la integral J y el método del elemento finito. Se construyeron dos dispositivos, el primero a manera de prototipo y el segundo para la realización de las pruebas. Este dispositivo mecánico permite aplicar una carga biaxial a partir de un sistema de carga uniaxial.

En este tipo de pruebas se utilizan probetas cruciformes con la fisura en la parte central y con cuatro ángulos de orientación diferente a 0°, 15°, 30° y 45°. El análisis numérico se realiza utilizando el lenguaje de diseño paramétrico también conocido como *Ansys Parametrice Design Lenguaje (APDL)*. Se detalla el procedimiento para la obtención de los intensificadores de esfuerzos. Es posible extender el uso de esta técnica debido a elementos de máquinas críticos en el funcionamiento de un sistema mecánico. Se obtienen los valores de los factores de intensidad de esfuerzos ( $K_I, K_{II}$ ), lo que permite evaluar el comportamiento de las grietas antes de que empiecen a propagarse de manera inestable.

# Abstract

This paper presents the evolution of stress intensifiers that occur in fissures subject to a biaxial load condition. The results are obtained experimentally, using digital image correlation (DIC) and the results are compared with those obtained numerically by applying the integral J and the finite element numerical method. For the experimental analysis, a mechanical device was built that allows applying a biaxial load from a uniaxic loading system.

Cruciform specimens are used with the fissure in the central part and with four different orientation angles at 0 °, 15 °, 30 ° and 45 °. On the other hand, numerical analysis is performed using the parametric design language also known as *Ansys Parametrice Desigó Language* (APDL) that allows performing numerical calculations through programming. A technically sophisticated and safe procedure is shown for obtaining the stress intensifiers experimentally and without the use of strain gauges. It is possible to extend the use of this technique because the machine elements have an important role for the industrial sector. An important point in this investigation is that the values of the critical intensity factors ( $k_1$ ,  $k_2$ ) are obtained, with which the determination of these parameters allows the behavior of the cracks to be evaluated before they begin to spread.

# Tabla de contenido

R	ESU	ME	N	5
A	BST	RAG	ст	
T/	ABL/	A D	e cor	NTENIDO
ÍN	IDIC	E D	e fig	URAS10
1		INT	rod	UCCIÓN
	1.1	1	Plant	EAMIENTO DEL PROBLEMA
	1.2	2	Ηιρότ	esis de Investigación17
	1.3	3	Objet	IVO GENERAL
	1.4	1	Objet	IVOS ESPECÍFICOS
	1.5	5	Justif	ICACIÓN
2		M	ARCO	TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE
	2.1	1	Μέτο	DO EXPERIMENTAL
		2.1	.1	Técnicas experimentales
		2.1	2	Fotoelasticidad
		2.1	.3	Galgas extensiométricas
	2.2	2	Corre	ELACIÓN DE IMÁGENES DIGITALES
		2.2	2.1	Parámetros del DIC
		2.2	2.2	Procesamiento de correlación de imágenes digitales
	2.3	3	Mecá	NICA DE LA FRACTURA LINEAL
		2.3	8.1	Modos de carga
		2.3	8.2	Esfuerzos en la cercanía de la punta de la grieta32
		2.3	8.3	MODO I
		2.3	8.4	MODO II
		2.3	8.5	MODO III
	2.4	1	Μέτο	DO NUMÉRICO
		2.4	1.1	Diferentes métodos numéricos
		2.4	1.2	Método numérico de elementos sin malla
		2.4	1.3	Método de elementos de frontera (MEB)
		2.4	1.4	Método de elemento finito (MEF)
3		DIS	SEÑO	DEL DISPOSITIVO BIAXIAL
				7

	3.3	1	PROF	PUESTAS DE DISEÑO
		3.1	1.1	Modelo 1
		3.1	1.2	Modelo 2
		3.:	1.3	Modelo 3 50
		3.1	1.4	Modelo 4
		3.:	1.5	Modelo 5
	3.2	2	Evalu	JACIÓN DE PROPUESTAS DE DISEÑO
		3.2	2.1	Análisis de esfuerzo y deformación del modelo 2 52
		3.2	2.2	Análisis de esfuerzo y deformación del modelo 3 53
	3.3	3	DISEÍ	NO DE DETALLE
		3.3	3.1	Descripción del funcionamiento
	3.4	4	Estud	DIO DE RIGIDEZ
	3.5	5	Análi	sis de esfuerzos
4		СС	ONSTR	RUCCIÓN DEL DISPOSITIVO
	4.:	1	Cons <sup>-</sup>	TRUCCIÓN DEL PROTOTIPO
	4.2	2	Ensam	MBLE Y MONTAJE DEL PROTOTIPO
	4.3	3	CONS	TRUCCIÓN DEL DISPOSITIVO
5		cc	ORRFI	ACIÓN DIGITAL DE IMÁGENES
•				
	5.1	1	Proci	EDIMIENTO
	5.2	2	MEDI	CIÓN DE LAS DEFORMACIONES EN PROBETAS CRUCIFORMES CON DIFERENTES ÁNGULOS DE GRIETA
6		O	BTENC	CIÓN DEL MODELO DE ELEMENTO FINITO PARA CALCULAR KI Y KII
	6.3	1	Propi	EDADES Y CARACTERÍSTICAS DE LOS ELEMENTOS UTILIZADOS
	6.2	2	DESCR	RIPCIÓN DEL MODELO
	6.3	3	CONF	IGURACIÓN DE LA DISCRETIZACIÓN EN EL FRENTE DE LA FISURA
	6.4	4	DISCR	ETIZACIÓN
	6.5	5	Cond	ICIONES DE FRONTERA
	6.6	5	Aplic	ACIÓN DE CARGA
	6.7	7	Obtei	NCIÓN DE LOS INTENSIFICADORES DE ESFUERZOS
		6.	7.1	Asignación de un sistema de coordenadas local al frente de la fisura
		6.	7.2	Definición de un vector a lo largo de la extensión de la fisura (Path)
		6.	7.3	Cálculo de (Kı, Kıı, Kııı)
7		O	BTENC	CIÓN DE LOS INTENSIFICADORES DE ESFUERZO94

7.1	RESULTADOS	94
CONCLU	JSIONES	106
ANEXO	A. DIBUJOS DE DETALLE	108
REFEREI	NCIAS	111

# Índice de figuras

FIGURA 2-1. MODELO DE FOTOELASTICIDAD [21]	3
Figura 2-2. Modelo de galga extensiométrica [25]24	4
FIGURA 2-3. RESULTADOS OBTENIDOS POR DIC [28]	6
Figura 2-4.Tamaños de facetas y distancia entre facetas [29]	8
Figura 2-5. Tipos de moteados con su desviación estándar. Utilizando aerógrafo (A, B), utilizando aerosol (C, D)	
[30]2	8
Figura 2-6. Matriz de referencia (Principio del DIC) [32]	9
Figura 2-7. Matriz deformada [32]	0
Figura 2-8. Modos de Fractura [2]. a) Modo I. b) Modo II, c) ModoIII	2
Figura 2-9. Placa infinita agrietada cargada en el modo I [35]	3
FIGURA 2-10. DEFINICIÓN DEL EJE DE COORDENADAS ANTES DE UNA PUNTA DE GRIETA [2]	3
FIGURA 2-11. MODELO DE ELEMENTOS SIN MALLA [37]	7
Figura 2-12. Modelo de análisis sin malla [39]	9
Figura 2-13. Método de los elementos de frontera [40]4	0
FIGURA 2-14. EJEMPLO DE LA MODELACIÓN DE ELEMENTOS DE FRONTERA USADO POR ALIABADI [43]	1
FIGURA 2-15. MODELO DE ELEMENTO FINITO CERCA DEL FRENTE DE GRIETA [44]4	2
FIGURA 2-16. MÉTODO DE ELEMENTO FINITO (ABAQUS) [39]4	3
FIGURA 2-17. REFINAMIENTO DE MALLADO [47]	5
FIGURA 3-1. DISPOSITIVO-ADAPTADOR BIAXIAL MODELO CONCEPTUAL 1. (SOLIDWORKS 2018)	9
FIGURA 3-2. DISPOSITIVO-ADAPTADOR BIAXIAL MODELO CONCEPTUAL 2. (SOLIDWORKS 2018)	0
FIGURA 3-3. DISPOSITIVO-ADAPTADOR BIAXIAL MODELO CONCEPTUAL 3. (SOLIDWORKS 2018)	1
FIGURA 3-4. DISPOSITIVO-ADAPTADOR BIAXIAL MODELO CONCEPTUAL 4. (SOLIDWORKS 2018)	1
FIGURA 3-5. DISPOSITIVO-ADAPTADOR BIAXIAL MODELO CONCEPTUAL 5. (SOLIDWORKS 2018)	2
FIGURA 3-6. SIMULACIÓN ESTÁTICO ESTRUCTURAL DEL MODELO 2	3
Figura 3-7. Análisis de esfuerzo y deformación del dispositivo	4
Figura 3-8. Máquina universal para pruebas de tracción, compresión y flexión, (Laboratorio de pruebas	
destructivas del ITPachuca)	5
Figura 3-9. Diagramas del modelo a) dibujo CAD, b) representación geométrica del arreglo en 2D, c) modelo	
INDICANDO LA POSICIÓN DE LOS RESORTES PARA SIMPLIFICAR EL ANÁLISIS.	8
FIGURA 3-10. ANÁLISIS DE RIGIDEZ DEL DISPOSITIVO	8
Figura 3-11. Relación de la fuerza ejercida por la máquina universal ( $F_1$ ) con respecto a la fuerza ejercida en la	
probeta ( <i>F</i> <sub>2</sub> )	0

FIGURA 3-12. DISCRETIZACIÓN DEL MODELO PARA SU ANÁLISIS EN ELEMENTO FINITO.	. 61
FIGURA 3-13. ESFUERZOS DE VON MISES PARA EL MARCO DEL DISPOSITIVO BIAXIAL EN PA.	. 62
FIGURA 3-14. DISEÑO DEL DISPOSITIVO PARA PRUEBAS BIAXIALES DE MATERIALES METÁLICOS.	. 63
FIGURA 4-1. IMPRESORA 3D DE DOBLE EXTRUSOR CREATIVO MAX II	. 66
FIGURA 4-2. PIEZAS DEL DISPOSITIVO EN EL SOFTWARE CURA ULTIMAKER	. 67
Figura 4-3. Impresión de las piezas del prototipo	. 67
Figura 4-4. Extracción de las piezas de la cama de impresión.	. 68
FIGURA 4-5. UNION DEL PROTOTIPO A ESCALA DE 50%	. 68
FIGURA 4-6. DISPOSITIVO PARA PRUEBAS BIAXIALES MONTADO EN EL MARCO METÁLICO.	. 69
Figura 4-7. Probeta moteada y montada en las mordazas del prototipo	. 70
FIGURA 4-8. ENSAYO DE TRACCIÓN DE UNA PROBETA EN EL DISPOSITIVO.	. 70
FIGURA 4-9. DISPOSITIVO PARA LAS PROBETAS METÁLICAS	. 71
FIGURA 4-10. MARCO DE PERFIL BOSCH PARA EL DISPOSITIVO DE PRUEBAS BIAXIALES.	. 72
FIGURA 4-11. ENSAMBLE PARCIAL DEL DISPOSITIVO DE PRUEBAS BIAXIALES.	. 72
FIGURA 4-12. ENSAMBLE FINAL DEL DISPOSITIVO DE PRUEBAS BIAXIALES.	. 73
Figura 5-1. Inicialización de un nuevo proyecto	. 75
Figura 5-2. Importación de las imágenes	. 75
Figura 5-3. Componente de superficie	. 76
FIGURA 5-4. AJUSTES DEL COMPONENTE DE SUPERFICIE	. 76
Figura 5-5. Deformación menor	. 77
Figura 5-6. Ajustes de la deformación menor	. 77
FIGURA 5-7. DEFORMACIÓN MENOR EN EL COMPONENTE DE SUPERFICIE	. 77
Figura 5-8. Etiquetas de desviación	. 78
FIGURA 5-9. ETIQUETAS DE DESVIACIÓN EN DIFERENTES REGIONES DE LA PROBETA	. 78
FIGURA 5-10. PLANTILLAS DE COLORES (GOM 8 COLOR)	. 78
Figura 5-11. Tablas de información de las etiquetas	. 79
FIGURA 5-12. GRÁFICOS DE LAS DEFORMACIONES UNITARIAS EN LOS PUNTOS SELECCIONADOS	. 79
FIGURA 5-13. IMAGEN DE LA DEFORMACIÓN UNITARIA PRINCIPAL	. 80
Figura 5-14. Deformación unitaria en x	. 80
Figura 5-15. Deformación unitaria en Y	. 80
Figura 5-16. Grieta a cero grados al centro de la probeta, deformación unitaria principal $\epsilon 2$	. 81
Figura 5-17. Grieta a 15 grados al centro de la probeta, deformación unitaria principal $\epsilon 2$	. 81
Figura 5-18. Grieta a 30 grados al centro de la probeta, deformación unitaria principal $\epsilon 2$	. 82
Figura 5-19. Grieta a 45 grados al centro de la probeta, deformación unitaria principal $\epsilon 2$	. 82
FIGURA 6-1. ELEMENTO PLANO DE OCHO NODOS PLANE 183 DE ANSYS.	. 84

FIGURA 6-2. PIEZA REALIZADA EN LA ANSYS APDL	
FIGURA 6-3. REFINAMIENTO PARA EL MALLADO.	85
FIGURA 6-4. EJEMPLO DE UN ELEMENTO SINGULAR 2D Y DIVISIÓN DE ELEMENTOS ALREDEDOR DE UNA PUNTA DE FISURA	۹ [4] 85
Figura 6-5. Creación del área de la pieza	
FIGURA 6-6. MALLADO DE LA PIEZA Y REFINAMIENTO DE LA FISURA. EN LA IMAGEN DE LA DERECHA SE APRECIA EL TAMA	ÑO Y LA
FORMA DE LOS ELEMENTOS EN EL FRENTE DE LA FISURA.	
FIGURA 6-7. UN PATRÓN Y REFINAMIENTO DE MALLA DE MUESTRA UTILIZADO EN EL ANÁLISIS FE DE MUESTRAS V-DLSP	<sup>,</sup> [5] 87
FIGURA 6-8. RESTRICCIONES DE LOS GRADOS DE LIBERTAD EN LA FRONTERA EN LA PIEZA.	
Figura 6-9. Aplicación de carga	90
FIGURA 6-10. SISTEMA DE COORDENADAS ASIGNADA AL FRENTE DE LA FISURA A) MODELO 2-D, B) MODELO 3-D	91
FIGURA 6-11. SISTEMA DE COORDENADAS EN EL FRENTE DE LA FISURA	92
Figura 6-12. Definiendo el vector en la fisura (path)	92
Figura 6-13. Selección de comandos	93
FIGURA 6-14. VALORES DE LOS INTENSIFICADORES DE ESFUERZOS	93
FIGURA 7-1. UBICACIÓN DE LA FISURA DENTRO DE LA PROBETA CON SU ÁNGULO DE INCLINACIÓN RESPECTIVO.	95
Figura 7-2. Campo de esfuerzos con la fisura a 0° grados y un tamaño de 0.01m.	95
Figura 7-3. Campo de esfuerzos con la fisura a 0° grados y un tamaño de 0.05m.	96
FIGURA 7-4. CAMPO DE ESFUERZOS EN LA PROBETA CON LA FISURA A 15 GRADOS Y UN TAMAÑO DE 0.01M.	96
FIGURA 7-5. CAMPO DE ESFUERZOS EN LA PROBETA CON LA FISURA A 15 GRADOS Y UN TAMAÑO DE 0.05M	97
FIGURA 7-6. ESTADO DE ESFUERZOS EN LA PROBETA CON LA FISURA A 30 GRADOS Y UN TAMAÑO DE 0.01M	97
FIGURA 7-7. ESTADO DE ESFUERZOS EN LA PROBETA CON LA FISURA A 30 GRADOS Y UN TAMAÑO DE 0.022M	98
FIGURA 7-8. ESTADO DE ESFUERZOS EN LA PROBETA CON LA FISURA A 45 GRADOS Y TAMAÑO DE 0.01M.	98
FIGURA 7-9. ESTADO DE ESFUERZOS EN LA PROBETA CON LA FISURA A 45 GRADOS Y TAMAÑO DE 0.021M.	99
FIGURA 7-10. VALORES DE LOS INTENSIFICADORES DE ESFUERZOS; FISURA A O GRADOS	99
FIGURA 7-11. VALORES DE LOS INTENSIFICADORES DE ESFUERZOS; FISURA A 15 GRADOS	101
FIGURA 7-12. VALORES DE LOS INTENSIFICADORES DE ESFUERZOS; FISURA A 30 GRADOS.	102
FIGURA 7-13. VALORES DE LOS INTENSIFICADORES DE ESFUERZOS; A 45 GRADOS.	103
FIGURA 7-14 VALORES DE LOS INTENSIFICADORES DE ESFUERZOS DE KI	105
FIGURA 7-15. VALORES DE LOS INTENSIFICADORES DE ESFUERZOS DE KII.	105

# 1 Introducción

El diseño óptimo de elementos mecánicos es una gran necesidad para la industria, donde cada vez son mayores los requerimientos de seguridad, no solamente para salvaguardar la infraestructura, sino para evitar la lamentable pérdida de vidas humanas.

Sin duda la exigencia fundamental de cualquier sistema de ingeniería es que no fallen en servicio. El problema de resistencia y fractura de materiales es conocido como uno de los más importantes durante el progreso de la ciencia y la tecnología. No es una idea nueva el diseñar estructuras para evitar la fractura [1].

En ingeniería las teorías de diseño se han desarrollado a menudo como un resultado de aprender de fallas catastróficas. Una falla catastrófica en ingeniería es algo que falla de manera inesperada y dramática. Un ejemplo de ello se observó por primera vez en los años 1800, cuando empezaron a fallar ejes de los carros de ferrocarril

después de poco tiempo de servicio. Estaban fabricados de acero dúctil, pero mostraban falla súbita de tipo frágil [2].

Aunque, no se cuenta con estadísticas de eventos catastróficos, es obvio, que en la actualidad el problema de fractura es más drástico que en siglos anteriores. Los avances y cambios tecnológicos continuamente introducen nuevos desafíos en la ingeniería de diseño, demandando un uso más eficiente de materiales y diseños avanzados. J. E. Gordon [3] dijo:

"El peor pecado en un material de ingeniería no es la falta de resistencia o la falta de rigidez, sino la falta de tenacidad, es decir, la falta de resistencia a la propagación de grietas".

Por tal motivo existe la necesidad de analizar estos sistemas de ingeniería con el objetivo de predecir la evolución de las grietas en las partes mecánicas, con el fin de maximizar la vida y/o desempeño del componente y de prever el momento oportuno para realizar la sustitución de este antes de ocasionar serios problemas. Estudios numéricos con experimentación han sido utilizados a menudo con resultados exitosos que ayuden a comprender este problema en los elementos mecánicos.

El capítulo 2 presenta el estado del arte donde se exponen las contribuciones en esta materia, así mismo se muestra el marco teórico donde se presentan los fundamentos, leyes y teorías relacionadas con la solución de este tipo de problemas.

En el capítulo 3, se muestra el proceso de diseño del dispositivo biaxial para la realización de las pruebas. Ha sido posible realizar la construcción de un prototipo y del diseño final, lo que ha permitido incorporar muchas mejoras en el diseño.

En el capítulo 4 se presenta el proceso de fabricación de los dispositivos para pruebas biaxiales.

En el capítulo 5 se presenta el procedimiento para la obtención del campo de

deformaciones unitarias utilizando la correlación digital de imágenes. Así mismo, se presenta la metodología seguida. En resumen, el trabajo experimental se hizo utilizando la técnica de correlación de imágenes para el análisis de probeta con grieta en uno de sus bordes, bajo la aplicación de una carga a tensión.

En el capítulo 6 se presenta el procedimiento y los métodos que se utilizan mediante MEF para conocer y calcular el valor del factor de intensidad de esfuerzos en las grietas que se encuentran en los componentes mecánicos. Se realiza un análisis de una placa con grieta en el borde con el objetivo de evaluar este parámetro. La finalidad es comparar la solución experimental con la solución mediante MEF y así aprobar el procedimiento experimental.

El Capítulo 7 está enfocado a explicar el trabajo numérico desarrollado. Se muestran los resultados obtenidos para determinar el comportamiento del intensificador de esfuerzos.

## 1.1 Planteamiento del Problema

El parámetro que caracteriza los esfuerzos en la zona que rodea el frente de una grieta se denomina factor de intensidad de esfuerzos (K) y depende de la geometría de la pieza y del caso de carga al que está sometida [4].

Por lo tanto, un gran número de investigaciones de problemas de fractura en diferentes geometrías se han llevado a cabo. Este problema de diseño es importante cuando uno de los componentes se vuelve vulnerable debido a la presencia de discontinuidades o grietas. En consecuencia, la discontinuidad o una grieta es un problema de fractura, donde principalmente se puede obtener los factores de intensidad de esfuerzo que han sido en gran medida un parámetro de inspección. Sin embargo, hay pocos estudios publicados sobre el efecto del factor de intensidad de esfuerzo a la fractura en la vida útil de un elemento mecánico [5-6].

Todos estos factores y efectos han conducido a realizar análisis para evaluar el comportamiento de crecimiento de la grieta y decidir lo condición de la integridad

estructural de un elemento mecánico con el fin de evitar una falla y que podría ser muy cara y peligrosa.

Para calcular el factor de intensidad de esfuerzo a partir de las mediciones de correlación de imágenes no hay un procedimiento, pero puede llevar a conclusiones inadecuadas, mientras no se realice un diseño experimental en la medición del factor de intensidad de esfuerzo para verificar el mínimo error causado por los efectos de vibraciones en las probetas que estén afectando el comportamiento de la grieta. Este punto no es nuevo, pero a veces ha sido descuidado en la literatura de los trabajos de los investigadores [7-11].

Otro punto importante es la aplicación de la técnica 3D DIC. No hay un método propuesto que se pueda aplicar a varios problemas de fractura donde sea posible evaluar la información de campo de deformación, y obtener el valor del factor de intensidad de esfuerzo con precisión de las soluciones elásticas mencionadas en las últimas dos décadas [12].

Los métodos numéricos empleados en diversos trabajos muestran un error del 5-8% ya que no controlan un discretizado (mallado) confiable en el frente de grieta. Por lo cual es indispensable poder mejorar los métodos numéricos y minimizar el error [13-14].

Bajo las condiciones previamente expuestas surgen los siguientes interrogantes de investigación:

¿Qué metodología debe seguirse para calcular el factor de intensidad de esfuerzos en probeta planas?

¿Cuál es el valor del factor de intensidad de esfuerzo durante una prueba hasta alcanzar un crecimiento inestable?

¿Cómo puede evidenciar que los resultados son correctos en la experimentación y no hay un efecto significativo por vibraciones o un error causado por la máquina universal a utilizar? ¿Cómo desarrollar un método numérico capaz de controlar el tamaño de malla alrededor del frente de grieta?

## 1.2 Hipótesis de Investigación

Proponer una metodología para la obtención de los factores de intensidad esfuerzo mediante técnicas tales como la correlación digital de imágenes y el método de elemento finito, contribuyen a disminuir el riesgo de presenciar graves pérdidas económicas en elementos mecánicos. De esta manera se conoce más acerca de la integridad estructural para determinar el momento oportuno para retirar la parte del servicio.

Aplicar un método numérico para el análisis de mecánica de la fractura permite conocer el comportamiento de la grieta y a través de la interpretación de los resultados poder evidenciar el riesgo de una falla catastrófica.

# 1.3 Objetivo General

Construir un dispositivo que permita realizar una prueba biaxial y obtener los factores de intensidad de esfuerzo en probetas planas cruciformes con fisuras a diferentes orientaciones utilizando correlación de imágenes digitales y el método de elemento finito.

# 1.4 Objetivos Específicos

1.-Obtener un dispositivo que permita realizar pruebas biaxiales.

2.-Obtener y comparar el campo de deformaciones unitarias mediante el método de3.-correlación de imágenes y elemento finito considerando una probeta cruciforme4.-sujeta a una carga biaxial.

5.-Cuantificar los factores de intensidad de esfuerzo, considerando una condición de carga biaxial en diferentes orientaciones y tamaños de fisura.

# 1.5 Justificación

Se pretende explicar por qué un material, aparentemente en excelentes condiciones, presenta falla prematura en condiciones de carga inferiores a los límites de fluencia y rotura, reconociendo que todos los materiales tienen pequeñas imperfecciones que actúan como grietas, modificando la distribución de los esfuerzos [5].

Es así como aparece un nuevo criterio de falla que considera los defectos mecánicos, presentes en los materiales de ingeniería. La mecánica de fractura muestra que los parámetros tenacidad a la fractura del material, tamaño de grieta y nivel de esfuerzo pueden ser relacionados para predecir la posibilidad de una fractura frágil [3].

Analizar el comportamiento de una grieta en los materiales es esencial para el diseño de estructuras críticas, especialmente cuando comienza a propagarse y toma un comportamiento inestable. La mecánica de la fractura es la disciplina que se encarga del estudio y la evaluación de los componentes agrietados con la finalidad de determinar si los componentes pueden seguir operando satisfactoriamente [2]. Esto, con el fin de tomar la decisión entre reparar, reemplazar o continuar en servicio un sistema hasta el siguiente paro programado. Un conocimiento exacto del factor de intensidad del esfuerzo es importante para prevenir la generación de fracturas provenientes de grietas.

Por otro lado, a partir del año 2010 se están desarrollando técnicas de medida sin contacto basadas en correlación digital de imágenes, debido a su implementación relativamente sencilla es empleada en el análisis de diversas investigaciones en el área de la mecánica experimental, en la industria aeronáutica, del automóvil, en el campo de la medicina [15].

La correlación digital de imágenes es una técnica experimental que permite a partir de imágenes obtenidas durante un ensayo, medir desplazamientos y deformaciones. La técnica consiste en obtener imágenes digitales durante el ensayo desde un estado inicial, el cual es considerado como referencia (imagen sin deformación), hasta un estado final (imagen con deformación). En el comportamiento de estructuras y elementos de máquinas se desea que siempre se garantice el adecuado funcionamiento de todas las piezas. Es por esto por lo que se desarrollan metodologías de diseño con las cuales se pueda evaluar la integridad estructural, lo cual sería medir el factor de intensidad de esfuerzo y que se pueda comparar con un valor critico (definido por el material), asegurando que el diseño realizado no falle de manera inesperada.

# 2 Marco Teórico y Estado del arte

En esta sección se abordan los fundamentos teóricos, la revisión bibliográfica y las herramientas utilizadas en esta investigación. Para esta finalidad, se pretende cubrir los aspectos más destacados, se encuentran divididos por: el método experimental el cual tratara de elementos importantes para la realización de la investigación y un apartado dedicado a describir al método numérico a utilizar.

# 2.1 Método experimental

En el presente trabajo, se utiliza la técnica de correlación de imágenes digitales para el análisis experimental del factor de intensidad de esfuerzo, para lo cual se mencionará la relevancia de esta técnica a comparación de otras técnicas como lo son la fotoelasticidad y las galgas extensiométricas. Esta última poco utilizada en el campo de la mecánica de la fractura. A continuación, se detallan las características más relevantes de cada una de éstas.

### 2.1.1 Técnicas experimentales

Las técnicas experimentales mencionadas a continuación son las que se han utilizado para calcular el factor de intensidad de esfuerzo desde los años 90 hasta la actualidad. Se mencionarán aspectos importantes sobre cada técnica.

### 2.1.2 Fotoelasticidad

La técnica fotoelasticidad básica requiere un material birrefringente como modelo del componente o como un recubrimiento en el componente, un polariscopio, una fuente de luz y un dispositivo de grabación óptica [16].

La fotoelasticidad tiene varias ventajas sobre otros métodos ya que es una técnica sencilla de implementar, se pueden utilizar en estructuras de gran tamaño, además ayuda a establecer criterios de diseño ya que se puede modificar el modelo para producir un diseño óptimo [17].

La fotoelasticidad en reflexión se utiliza para materiales opacos. El cual utiliza un fino recubrimiento doble refracción es pegada en el prototipo con un adhesivo reflectante. En esta técnica de fotoelasticidad en reflexión el plástico birrefringente no es cargado directamente, pero las deformaciones desarrolladas sobre la superficie del modelo son transmitidas a través del adhesivo al recubrimiento [18].

Concretamente con las ventajas fotoelasticidad son las siguientes: Optimizar la distribución de esfuerzos en elementos además en estructuras para mínimo peso y máxima fiabilidad. Ensayar repetidamente bajo combinaciones de carga alternante sin repetir el revestimiento del elemento. Es posible realizar las mediciones de esfuerzo en el laboratorio o a cielo abierto, sin verse afectadas por condiciones climatológicas. Los revestimientos, en fotoelasticidad en reflexión, se pueden aplicar a la superficie de cualquier elemento de ensayo sin tener en cuenta su forma, tamaño, o composición del material.

Las desventajas de esta técnica son su complejidad para la entrega de resultados

ya que tiene tres métodos de aproximación, necesidad de polariscopio, y del recubrimiento reflejante o aplicable a modelos transparentes [19].

Autores como Irvin [20] llevó a cabo experimentos usando esta técnica para determinar los parámetros de intensidad de esfuerzo de modo mixto. Él demostró que el método produce resultados de alta calidad en los modelos con una grieta en el borde, pero tiene la limitación inherente de la visión óptica por el polariscopio. En la Figura 1.1 se muestra un modelo por fotoelasticidad utilizado por Yaregari [21] donde obtuvo valor en comparación con DIC de un 3 % a diferentes tamaños de grieta. París [22] y Williams [6] proporcionaron una metodología para procesar datos foto elásticos para determinar valores precisos de  $K_I y K_{II}$ . Las dificultades asociadas con la obtención de una convergencia confiable de esquemas iterativos se abordan con un método de mínimos cuadrados Newton-Raphson excesivamente determinista.

### 2.1.3 Galgas extensiométricas

La medición de la deformación utilizando galgas extensiométricas asume que la deformación en la probeta bajo investigación se transfiere sin pérdida a la galga extensiométrica. Esto requiere una estrecha relación entre el medidor de deformación y la probeta que es provista por un adhesivo la cual es su principal desventaja para el análisis en la mecánica de la fractura [23].

A pesar de su diseño a menudo ingenioso además con su construcción precisa, poseían desventajas que restringen severamente su rango de aplicación y reducían su importancia en la mecánica de la fractura, las cuales son:

Que solo se pueden observar en procesos estáticos. Se requieren fuerzas de sujeción para evitar que los dispositivos se deslicen bajo la vibración. La muestra de prueba debe ser fijada con respecto al observador. El tamaño de los dispositivos impone restricciones a su uso para pequeñas muestras de prueba y en algunos casos tales medidas son imposibles.



Figura 2-1. Modelo de fotoelasticidad [21]

Parnas [5], Wei [24] y Chakraborty [25] utilizaron la técnica de galgas extensiométricas para medir los factores de intensidad del esfuerzo de las grietas de propagación. Se requieren galgas pequeñas en regiones donde hay deformación rápidamente variable (frente de grieta). Parnas y Wei abordaron este problema donde demostraron que los pequeños medidores ubicados apropiadamente cerca de la punta de una grieta tendrán un error insignificante. Como una extensión del problema estático, Chakraborty generalizó la solución para localizar también en la punta de la grieta, el factor de intensidad de esfuerzo en modo mixto de fractura. Donde se concluyó que el método de medición en deformación sufre un límite en los datos disponibles, ya que cada instrumento cubre una parte del área cerca de la punta de la grieta, todos los autores realizan su procedimiento en relación a la ubicación de las galgas extensiométricas como se muestra en la Figura 2.2 donde r y  $\theta$  son la ubicación de la galga en el material a realizarle una prueba.



Figura 2-2. Modelo de galga extensiométrica [25]

## 2.2 Correlación de imágenes digitales

La correlación digital de imágenes (DIC), es una técnica sin contacto, la cual permite, a partir de una grabación de una prueba mecánica a una probeta, procesar el video en imágenes digitales obtenidas durante el ensayo para medir los campos de desplazamientos y los campos de deformación unitaria producidos en una probeta o elemento mecánico.

Las ventajas de la técnica son las siguientes: El montaje del ensayo es sencillo, pues se necesita una cámara digital, la cual debe estar aislada del ensayo y sujetada apropiadamente de manera que garantice no sufrir vibración o movimiento alguno. Es versátil debido a que puede aplicarse a varios estudios tales como: piezas mecánicas o estructuras. No genera discontinuidades y se puede identificar claramente la zona a ser analizada. Los algoritmos que emplea no necesitan altos requerimientos computacionales, ya que incluso se puede adaptar el ensayo para realizar el análisis en tiempo real.

De igual manera esta técnica presenta desventajas, como la elevada dependencia de la calidad de imágenes tomadas durante el ensayo, la capacidad de la cámara para grabar varios cuadros por segundo, evitándose de esta manera la pérdida de información sobre todo al momento de la fractura o falla, dado que los pixeles captados al borde del punto de medición pueden llevar a distorsionar los resultados.

Diversos autores han realizado trabajos en la cuestión de la mecánica de la fractura, los más relevantes son los siguientes: Feipeng Zhu [26] mencionó que la correlación tridimensional de imágenes digitales se ha utilizado ampliamente en muchos campos debido a sus ventajas de mediciones de campo completo y sin contacto. Los experimentos realizados por este autor fueron la medición 3D-DIC, donde realizó dos pruebas de tensión con carga axial para una probeta de acero al carbono. Por lo tanto, se adquirió la esencia de la sección transversal específica y las curvas de esfuerzo-deformación son aceptables en un análisis en el plano (2D-DIC), esto se considera en esta investigación porque se presentan las gráficas de esfuerzo-deformación unitaria del material a utilizar.

J.R. Yates [27] explicó que las técnicas experimentales como termoelasticidad y fotoelasticidad se han utilizado con éxito para caracterizar los campos de esfuerzo elástico alrededor de las grietas, pero no tienen en cuenta ni la plasticidad ni la anisotropía. La capacidad de capturar desplazamientos extensos no lineales de la punta de la grieta ha abierto la posibilidad de usar el ángulo de apertura de la punta de la grieta como un parámetro realista de diseño y evaluación para el desgarro dúctil estable. Los datos exactos y extensos que DIC puede producir ahora permiten que se determinen diferencias sutiles en el comportamiento del material. DIC ha demostrado ser una técnica muy útil para ayudar a caracterizar las propiedades que influyen en las rutas de la grieta.

Kotousov [27] centró su trabajo en la aplicación de la técnica de correlación de imágenes digitales para la investigación de los campos de desplazamiento y deformación unitaria dentro de una muesca aguda. Su primer conjunto de experimentos se centró en identificar el grado de singularidad de esfuerzo para diferentes ángulos de apertura de muesca y modos de carga (modo I o II). Los resultados de este estudio experimental demostraron que la diferencia con los valores teóricos predichos es inferior al 5%. El segundo grupo de pruebas intentó por primera vez investigar el campo de deformación a través del espesor cerca de la parte frontal de una muesca aguda en una placa elástica sometida a carga en

modo I pero no pudo obtener valores aceptables.

Chernyatin [28] utilizó el método de correlación de imágenes digitales (DIC), en su investigación explica que tiene una amplia aplicación para determinar los componentes singulares (factor de intensidad de esfuerzo) además del campo de esfuerzos en la proximidad de la punta de la grieta. Comenta que la técnica DIC tiene una implementación simple y proporciona grandes conjuntos de datos experimentales. Su trabajo presenta el método para el procesamiento matemático de los campos de desplazamiento experimental obtenidos por medio de DIC. Mencionó que el método proporciona una solución precisa para el problema de la orientación simultánea del desplazamiento del cuerpo y la posición de la orientación de la punta de la grieta en el plano de fractura, así como los términos apropiados de la expansión de la serie de Williams. En la Figura 2.3 se observa el resultado obtenido por la técnica de DIC, la cual muestra los desplazamientos en la dirección (Y) también comenta que este procedimiento permite una mejor precisión en la estimación de los parámetros de la mecánica de fractura.



Figura 2-3. Resultados obtenidos por DIC [28]

El utilizar esta técnica para esta investigación tiene la importante ventaja, permitir evaluar y controlar la zona del campo de deformaciones de la probeta que se desea analizar. A comparación de las dos técnicas mencionadas anteriormente que tiene las desventajas de ser costosas y el tiempo invertido en la preparación del espécimen es alto además, de no ser posible obtener todo el campo de deformaciones unitarias

### 2.2.1 Parámetros del DIC

Dado que la investigación realizada está basada en ensayos de laboratorio, es importante analizar ensayos previamente publicados, ya que estos proporcionan una guía para el estudio, suministran mayor información sobre la técnica y dan sugerencias para evitar errores en la obtención de datos. Dos puntos muy importantes al realizar la técnica DIC son:

Definir tamaños de facetas y distancia entre puntos: Iman Eshraghi [29] investigó los efectos de dos parámetros ajustables de análisis de correlación de imágenes digitales, los cuales son el tamaño de facetas y espaciado entre puntos, donde investigó la tendencia de diferentes tamaños de facetas. Los resultados demostraron que facetas pequeñas pueden no converger adecuadamente a resultados precisos, independientemente del valor del espaciado de las facetas. Los tamaños moderados de 41 pixeles de facetas generalmente mostraron resultados aceptables, mientras que los tamaños grandes de faceta y el espaciamiento de subconjuntos pueden no incluir datos suficientes para reproducir el valor deseable del factor de intensidad de esfuerzo. También mostró que menos tres o más términos junto con un radio suficientemente grande de región de extracción de datos se deben considerar en el ajuste por mínimos cuadrados para adquirir una razonable estimación del factor de intensidad de esfuerzo en muestras agrietadas como se muestra en la Figura 2.4.

Calidad del moteado (Speckle): Crammond [30] en su trabajo presentó la relación entre el tamaño y la densidad del moteado (speckles) dentro de un patrón, identificando que las propiedades físicas de un patrón tienen una gran influencia en la precisión de la medición que se puede obtener. Estas propiedades físicas a menudo son pasadas por alto por los criterios de evaluación de patrones que se centran en el contenido de información de imagen global. El autor diseño una metodología morfológica robusta que utiliza la detección de bordes para evaluar las propiedades físicas de diferentes patrones de moteado con resoluciones de imagen de 23 a 705 píxeles. Donde muestra las tendencias predichas a partir del análisis de propiedades de patrones se evalúan frente a las deformaciones simuladas que identifican cómo pequeños cambios en el método de aplicación pueden dar como resultado grandes cambios en la precisión de la medición como se muestra en la Figura 2.5 al utilizar dos diferentes tipos de proceso para aplicar la pintura (aerosol y aerógrafo).Con esta información es posible comparar el moteado a utilizar y poder decidir si es aceptable.



Figura 2-4.Tamaños de facetas y distancia entre facetas [29].



Figura 2-5. Tipos de moteados con su desviación estándar. Utilizando aerógrafo (A, B), utilizando aerosol (C, D) [30]

### 2.2.2 Procesamiento de correlación de imágenes digitales

La técnica de correlación de imágenes calcula el movimiento en cada uno de los puntos de las imágenes, comparando la imagen en estudio con la imagen de referencia. Para el cálculo del movimiento, la imagen es dividida de forma uniforme en distintos conjuntos, generalmente cuadrados, llamados pixeles. Cada pixel será procesado para calcular el valor medio de la escala de grises existente en cada uno de ellos de la Figura 2. 6 y se buscará la misma faceta en la imagen deformada como se muestra en la Figura 2. 7. Para el proceso de búsqueda en la imagen deformada se establece un área de análisis sobre la que se hará la correlación, esta área de búsqueda se especifica con el número de pixeles [31].

El proceso que realiza la correlación de imágenes es primero una cuadricula con puntos de control, donde en estos puntos de control se ubica una sub-imagen en la imagen de referencia o no deformada, luego se debe analizar en la imagen deformada cómo la sub-imagen cambió de posición para finalmente ubicarla en secuencia con la imagen no deformada y establecer los desplazamientos producidos en los ejes X y Y por medio de vectores de posición. Por medio de este proceso el algoritmo en la ecuación (1) nos da como resultado los desplazamientos en cada imagen analizada.

	Ма	triz	d	e re	efe	ren	cia	Imagen de referencia		
100	100	100	0			100	198	100		
100	100	100	0	1		100	100	100		
100	100	100	0		8	100	196	100		
0	ņ	0	0	0	:0	0	0	0		
0	0	0	0				0	q		
0	0	0	0				0	0		
100	100	100	0			100	190	100		
100	100	100	0			900	100	100		
100	100	100	0		3 <b>0</b> 0	500	100	100		

Figura 2-6. Matriz de referencia (Principio del DIC) [32]

1	Ма	triz	de	efo	rma	ada	3	lmagen deformada	
100	100	100	100	0	0	0	100	100	
100	100	100	100	0	0	0	100	100	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	
100	100	100	100	0	0	0	100	100	
100	100	100	100	0	0	0	100	100	
100	100	100	100	0	0	0	100	100	
100	100	100	100	0	0	0	100	100	

Figura 2-7. Matriz deformada [32]

$$C(x, y, u, v) = \sum_{i,j=n/2}^{n/2} \left( I(x+i, y+j) - I^*(x+u+i, y+v+j) \right)^2$$
(1)

Donde x, y son las coordenadas del pixel de referencia, u, v son el desplazamiento en la dirección X y Y respectivamente, n es el tamaño de pasos o cantidad de imágenes procesadas, I es la imagen antes del movimiento y  $I^*$  la imagen después del movimiento. Las imágenes adquiridas en el proceso experimental, serán analizadas en el software GOM Correlate.

### 2.3 Mecánica de la fractura lineal

El uso de factores de concentración de esfuerzo elástico proporciona una indicación de la carga promedio que se requiere sobre una zona para que ocurra la deformación plástica, o la fluencia; estos factores también son útiles para analizar las cargas sobre una zona que podrían causar fractura por fatiga. Sin embargo, los factores de concentración de esfuerzo se limitan a estructuras de las cuales todas las dimensiones se conocen de manera precisa, particularmente el radio de curvatura en regiones de alta concentración de esfuerzo [33].

Cuando existe una grieta, imperfección, inclusión o defecto de un radio pequeño y desconocido en una parte, el factor de concentración de esfuerzo tiende al infinito cuando el radio de raíz tiende a cero, lo que hace que el enfoque del factor de concentración de esfuerzo sea inútil.

Los factores de concentración del esfuerzo ya no son válidos para esta situación, por lo que el análisis, desde el punto de vista de dichos factores, no genera criterios útiles para el diseño cuando existen grietas muy delgadas. Al combinar el análisis de los cambios elásticos grandes en una estructura o parte que ocurren a medida que una grieta delgada crece, con condiciones de energía que se requiere para producir nuevas superficies de fractura, es posible calcular el esfuerzo promedio (si no existieran grietas) que causaría el crecimiento de una grieta en una parte [34]. Por lo tanto, la mecánica de la fractura puede definirse como la predicción de las condiciones con las cuales una grieta, en un cuerpo de configuración geométrica conocida y bajo la influencia de un determinado sistema de cargas, comienza a propagarse y se torna eventualmente inestable. La determinación de tales condiciones tiene como requisito el conocimiento de las propiedades mecánicas del material en cuestión, a través de sus parámetros característicos como la tenacidad a la fractura ( $K_{1C}$ ), la razón de Energía Liberada en la Deformación ( $G_{1C}$ ) o la Integral-J ( $J_{1C}$ ) [35].

### 2.3.1 Modos de carga

Los parámetros de fractura en los componentes agrietados también pueden determinarse por el análisis del campo de esfuerzos en la cercanía de la punta de la grieta, empleando los conceptos de la teoría de la elasticidad. usando modificaciones del método analítico descrito por Westergaad [36]. Edwals [35] e Irwin [20] publicaron soluciones para los modos de carga mostrados en la Figura 2.8, obsérvese que cada uno de estos involucra una diferente forma de carga a la grieta. Con estos se pueden representar los estados de cargas generales a los que está sometido el cuerpo agrietado, ya sea bidimensional y tridimensional.

**Modo I. Modo de apertura o de tensión.** La carga es aplicada perpendicularmente al plano de la grieta y sus superficies se separan. Este es el modo de carga más común en los problemas de ingeniería, ya que se requiere una carga mínima para propagar la grieta. Por lo tanto, es al que se le ha prestado más atención desde el punto de vista analítico, como experimental, esto lo muestra la Figura 2.8 a. **Modo II. Deslizamiento o modo cortante.** Las cargas se aplican perpendicularmente al borde de la grieta. Las superficies de fractura se deslizan una sobre la otra. Este modo es poco común y en la práctica se encuentra, en combinación con el modo I como se ilustra en la Figura 2.8 b.

**Modo III. Desgarramiento.** Las cargas se aplican paralelamente al borde de la grieta y las superficies de fractura se mueven una sobre la otra y paralelas. Este caso puede ser un problema de cortante puro involucrando una muesca en una barra a torsión. De los tres modos, este se puede considerar como el menos severo (Figura 2.8c).



Figura 2-8. Modos de Fractura [2]. a) Modo I. b) Modo II, c) Modo III

### 2.3.2 Esfuerzos en la cercanía de la punta de la grieta.

Considérese una placa infinita con una grieta de longitud de 2a cargada en el modo I, como se muestra en la Figura 2.9.



Figura 2-9. Placa infinita agrietada cargada en el modo I [35]

Para el caso de una grieta rectilínea pasante en el plano x-y, los campos de esfuerzos singulares, así como los desplazamientos asociados, están dados por las siguientes ecuaciones definidas por Dawes [9] en la cuales se muestran para los tres diferentes modos de fractura, correspondiente la nomenclatura de la Figura 2.10 y a su ubicación del estado principal de esfuerzos. Los sistemas de ecuaciones en los modos de factura estarán relacionados a la Figura 2.10.



Figura 2-10. Definición del eje de coordenadas antes de una punta de grieta [2]

### 2.3.3 MODO I

El Modo I es técnicamente el más importante y las discusiones se centran generalmente en este Modo I de fractura. Irwin [20] obtuvo en 1951 las siguientes expresiones, para los distintos modos de fractura que se indican a continuación, referidas al Modo I de fractura en placa plana infinita con grieta:

$$\sigma_{\chi} = \frac{k_1}{\sqrt{2\pi r}} * \cos\frac{\theta}{2} * \left(1 - \sin\frac{\theta}{2} * \sin\frac{3\theta}{2}\right)$$
(2)

$$\sigma_y = \frac{k_1}{\sqrt{2\pi r}} * \cos\frac{\theta}{2} * \left(1 + \sin\frac{\theta}{2} * \sin\frac{3\theta}{2}\right)$$
(3)

$$\tau_{xy} = \frac{k_1}{\sqrt{2\pi r}} * \sin\frac{\theta}{2} * \left(\cos\frac{\theta}{2} * \cos\frac{3\theta}{2}\right)$$
(4)

Donde  $K_I$  es el factor de intensidad de esfuerzos. El estado de esfuerzos principales incluye  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ . Las coordenadas del estado de esfuerzos son r,  $\theta$  como se muestra en la figura 2.10. El factor de intensidad de esfuerzos  $K_I$  para el modo I de la grieta se puede definir como:

$$k_1 = \lim_{r \to 0} \sqrt{2\pi r \sigma_y} * (r, \theta = 0)$$
(5)

Para una placa infinita agrietada:

$$k_1 = \sigma * \sqrt{2\pi a} \tag{6}$$

Las componentes de los desplazamientos de la punta de la grieta para condiciones de *esfuerzo plano* se obtienen como:

Donde  $\mu_x$  y  $v_y$  son los valores del desplazamiento. Módulo de elasticidad (*E*). La ubicación del estado de desplazamientos  $r, \theta$ . Relación de Poission (v).

$$\mu_x = 2 * (1+\nu) * \frac{k_1}{E} * \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\frac{\theta}{2} * (1-2\nu + \sin^2\frac{\theta}{2})$$
(7)

$$\mu_{y} = 2 * (1+v) * \frac{k_{1}}{E} * \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} * (1-2v+\cos^{2}\frac{\theta}{2})$$
(8)

### 2.3.4 MODO II

El Modo II, menos frecuente, se produce cuando tenemos grietas sobre planos que forman ángulos de 90° o cuando los desplazamientos de la superficie de la grieta son perpendiculares al plano de la grieta y los esfuerzos cortantes son paralelos al plano de la grieta se denomina como el Modo II. A continuación se muestras el sistema de ecuaciones que rigen el segundo modo de fractura.

$$\sigma_{\chi} = -\frac{k_2}{\sqrt{2\pi r}} * \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} * \left(2 + \cos\frac{\theta}{2} * \cos\frac{3\theta}{2}\right)$$
(9)

$$\sigma_y = \frac{k_2}{\sqrt{2\pi r}} * \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} * \left(\cos\frac{\theta}{2} * \cos\frac{3\theta}{2}\right)$$
(10)

$$\tau_{xy} = \frac{k_2}{\sqrt{2\pi r}} * \cos\frac{\theta}{2} * \left(1 - \sin\frac{\theta}{2} * \sin\frac{3\theta}{2}\right) \tag{11}$$

Donde el factor de intensidad de esfuerzos  $K_{II}$  para el modo II de la grieta está dado por:

$$K_{II} = \tau * \sqrt{\pi a} \tag{12}$$

Es importante señalar que los valores de  $K_I$  y  $K_{II}$ , para la singularidad del campo de esfuerzos en la punta de la grieta, están en función de la carga, la geometría del espécimen, las condiciones de frontera y el tamaño de la grieta, puesto que el factor de intensidad de esfuerzos sirve como un criterio de fractura.

Consecuentemente, la propagación de la grieta tiene lugar cuando  $K_I$  (o  $K_{II}$ ) sea igual o mayor a un valor crítico, es decir:

$$K_I = K_{IC} \tag{13}$$

$$K_{II} = K_{IIC} \tag{14}$$

Donde  $K_{IC}$  y $K_{IIC}$  son los factores de intensidad de esfuerzos críticos para el modo I y el modo II de la grieta respectivamente.

### 2.3.5 MODO III

Cuando los esfuerzos cortantes son paralelos al plano de la grieta y los labios de esta se mueven en dirección paralela el modo de crecimiento de grieta es de desgarramiento y el Modo III aparece en barras con grietas que están sometidas a esfuerzos de torsión.

$$\tau_{xz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} * \sin\frac{\theta}{2} \tag{15}$$

$$\tau_{yz} = \frac{\kappa_{III}}{\sqrt{2\pi r}} * \cos\frac{\theta}{2} \tag{16}$$

$$K_{III} = \tau * \sqrt{2\pi a} \tag{17}$$

Los parámetros  $K_I$ ,  $K_{II}$  y  $K_{III}$  son los factores de intensidad de esfuerzos para los modos de carga I, II y III.

Es importante observar que las ecuaciones de esfuerzo presentan una singularidad del tipo 1 en la punta de la grieta. Esto implica que los esfuerzos tienden al infinito. Bajo este contexto, no es posible determinar la severidad del campo de esfuerzos. En este caso, los factores de intensidad de esfuerzos toman en cuenta la magnitud del esfuerzo y la longitud de la grieta y con esto se establece la severidad del campo de esfuerzos de esfuerzos resultante.

### 2.4 Método Numérico

En el caso de problemas reales de fractura (piezas no finitas) los sistemas de ecuaciones de la mecánica de la fractura se complican, debido al carácter del campo de deformaciones o desplazamientos, además, con piezas finitas, se genera la reflexión de ondas con las fronteras del dominio estudiado. En este sentido, no es posible analizar el problema analíticamente de ahí que se prefiera a los métodos
numéricos.

#### 2.4.1 Diferentes métodos numéricos

En los últimos 20 años, el desarrollo de la informática ha permitido resolver problemas de la ingeniería que antes eran difíciles o casi imposibles, lo que trajo un importante impacto en el diseño. En particular la mecánica de sólidos, y la mecánica de la fractura, se vieron beneficiados de estos avances. Para problemas sofisticados de diseño, como geometrías o estados de carga complejos, las soluciones analíticas son difíciles de obtener. A este respecto existen 3 alternativas: Método numérico de elementos sin malla, Método del Elemento Finito y Método del Elemento Frontera.

#### 2.4.2 Método numérico de elementos sin malla

El método más investigado para la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales parciales ha sido el de Elementos Finitos (MEF). Sin embargo, éste presenta algunos problemas relativos a situaciones de grandes desplazamientos, esto debido a que el enmallado requerido por el método, condiciona la convergencia del problema.



Figura 2-11. Modelo de Elementos sin malla [37]

A partir de la última década del siglo pasado se vienen desarrollando técnicas

numéricas alternativas que superen estos problemas, estas han sido denominadas métodos libres de mallas. Estos métodos nacieron con el objetivo de eliminar la dependencia del empleo de mallas en las formulaciones variacionales, con la construcción de aproximaciones basadas en conjuntos de puntos conocidas como nubes de puntos como se muestra a continuación en la Figura 2.11 [37].

Dado que el método es sin malla, no se requiere una malla estructurada; solo se necesita un conjunto disperso de puntos nodales en el dominio de interés. Dado que no se necesitan datos de conectividad de elementos, se evita un gasto computacional requerido por el método de elementos finitos. Al eludir el requisito de mallado, el análisis de propagación de grietas se puede simplificar dramáticamente. Los métodos sin malla requieren de una gran nube de puntos para tener buenos resultados, lo que demanda mucho esfuerzo computacional, por lo que se recomienda un mayor estudio de métodos con puntos enriquecidos.

Para realizar la simulación numérica, los métodos computacionales deben aplicarse para determinar la respuesta a la fractura y la fiabilidad de las estructuras fisuradas. Un método actual es el método de elementos finitos (MEF), que se ha utilizado ampliamente para el análisis de fracturas de grietas. Las estructuras subyacentes del método sin malla y métodos similares, que no dependen de una malla, son bastante engorrosas en el tratamiento de grietas que no coinciden con la geometría original. Esto crea dificultades numéricas, que a menudo conducen a la degradación de la precisión de la solución, la complejidad en la programación de la computadora y un entorno computacionalmente intensivo. En consecuencia, la única opción viable para tratar las grietas en movimiento usando el MEF es volver a aplicar la malla durante cada paso discreto de la evolución del modelo, de modo que las líneas de malla permanezcan coincidentes con las grietas a lo largo del análisis. [38].

Los problemas en la condición de modo I muestran que las trayectorias de grietas pronosticadas por el método sin malla propuesto están en excelente acuerdo con los resultados de los elementos finitos o los datos experimentales ya que no supera un error del 5% en el cálculo del factor de intensidad de esfuerzos a comparación

de otras técnicas y en la Figura 2.12 se muestra su elemento que utilizó con diferentes tamaños de grieta como lo demostró Farahani [14,40].



Figura 2-12. Modelo de análisis sin malla [39]

#### 2.4.3 Método de elementos de frontera (MEB)

El método de los elementos de frontera, se originó al tratar de salvar las desventajas que presenta el método de los elementos finitos, ya que, si recordamos, este método discretiza en elementos de malla de un determinado tamaño, estas partes son conocidas como elementos finitos; cada uno de estos reproduce de manera aproximada el comportamiento de una región del cuerpo, de tal manera que al ensamblarlas se puede encontrar la respuesta del cuerpo completo. Sin embargo se buscaba un método que en lugar de modelar el interior del dominio hiciera la discretización sobre la frontera (Figura 2.13) y resolviera los inconvenientes del método de los elementos finitos. Este es uno de los motivos por lo que el método de los elementos de frontera se ha desarrollado rápidamente y ahora se presenta como una alternativa para conseguir la solución numérica de un sinfín de problemas [40].



Figura 2-13. Método de los elementos de frontera [40]

La principal desventaja del MEF es que se requiere una discretización del dominio para realizar el análisis. El método de elementos de frontera implica la discretización solo del límite de la estructura y la ecuación diferencial gobernante se resuelve exactamente en el interior, lo que lleva a una mayor precisión. Sin embargo, elementos de frontera generalmente conduce a un sistema de ecuaciones no simétrico, completamente poblado, a diferencia del MEF que produce un sistema simétrico de ecuaciones [41]. El método de los elementos de frontera que estableció Brebbia y Domínguez [42], basándose en el teorema de reciprocidad, en donde se obtiene una sola ecuación integral, teniendo una aplicación exitosa en problemas de agrietamiento. Cuando se tienen problemas con grietas simétricas únicamente se necesita modelar una superficie de la grieta y puede ser usado un análisis del método de los elementos de frontera de una región simple. Sin embargo, en el análisis de una sola región la solución general de problemas de grietas no puede ser obtenida con la aplicación directa del método de los elementos de frontera, debido a las coincidencias de las superficies de la grieta resulta un sistema singular algebraico.

Aliabadi [43] muestró las principales desventajas en las cuales son problemas de grietas de modo mixto en general ya que no pueden obtenerse con resueltos aceptables con el método de los elementos de frontera, dentro de una formulación de la región singular, donde la ecuación integral de frontera de desplazamiento no es aplicada en una de las superficies de la grieta y la ecuación integral de frontera de frontera de frontera de desplazamiento no es aplicada en una de las superficies de la grieta y la ecuación integral de frontera de fronter

que utilizó para el análisis de un modo mixto.



Figura 2-14. Ejemplo de la modelación de elementos de frontera usado por Aliabadi [43]

#### 2.4.4 Método de elemento finito (MEF)

El Método del Elemento Finito soluciona de forma aproximada las ecuaciones diferenciales que representan a los problemas de la física e ingeniería, ha llegado a ser en la actualidad una herramienta muy importante obteniendo resultados satisfactorios. El método consiste en la discretización de un continuo en elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos, de tal manera que las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo rigen también el comportamiento de cada elemento. La aplicación del método de los elementos finitos en la mecánica de la fractura es una herramienta bastante utilizada para el estudio del comportamiento de una fisura en el rango elástico para materiales [44].

El método de elementos finitos es la metodología más recurrente en la práctica tanto académica como industrial. Por otro lado, para obtener soluciones satisfactorias con el método de elementos finitos, el tema de la discretización del cuerpo geométrico es relevante como se muestra en la Figura 2.15. Las desventajas del método de elementos sin malla es que requieren de redes uniformes, lo que complica el problema y por esta razón no ha sido ampliamente utilizado. El método de elementos de frontera presenta ventajas al emplearse un menor número de recursos, sin

embargo, se está trabajando en mejorar los algoritmos de cálculo a nivel internacional y la principal ventaja es que se discretiza en la frontera, pero no siempre se obtienen una solución aproximada ya en algunos casos hay singularidades.



Figura 2-15. Modelo de elemento finito cerca del frente de grieta [44]

Aunque una cantidad significativa de investigaciones han utilizado el método de elemento finito, pero tienen serias limitaciones para resolver problemas para el cálculo del factor de intensidad de esfuerzos por un cambio continúo en la geometría del dominio bajo análisis [10, 14, 21, 46].

La propagación de grietas es un excelente ejemplo en el que el uso de MEF requiere una gran cantidad de repeticiones del modelo de elementos finitos para representar rutas arbitrarias y complejas. Y no toman en cuenta la desventaja del método de elemento finito por lo cual es motivo para las metodologías de cálculo del factor de intensificación de esfuerzos presentadas en esta tesis utilizan la solución del campo de desplazamientos y deformaciones obtenidos con el método de elementos finitos. Sin embargo han tenido resultados aceptables con variación menor de 3% con respecto a un método experimental como lo demuestran Tavares [13], Farahani [14], Majid [46]; a continuación su muestra su modelo realizado por elemento finito en la Figura 2.16 por Farahani [39].



Figura 2-16. Método de elemento finito (ABAQUS) [39]

Puesto que el método del elemento finito es una técnica numérica que convierte el dominio de una estructura continua en valores discretos, los errores son inevitables. Estos errores son:

<u>Errores computacionales</u>: Éstos se deben a errores de redondeo provenientes de los cálculos de punto flotante de la computadora y de las formulaciones de los esquemas de integración numérica que se utilizan. La mayoría de los códigos comerciales de elemento finito se concentran en reducir estos errores y, en consecuencia, el analista por lo regular se interesa en los factores relacionados con los valores discretos.

<u>Errores de conversión discreta</u>: La geometría y distribución del desplazamiento de una estructura real varían continuamente. El uso de un número finito de elementos

para modelar la estructura introduce errores al igualar la geometría y distribución del desplazamiento debido a las limitaciones matemáticas inherentes a los elementos.

#### 2.4.4.1 Geometrías del elemento

Los elementos pueden ubicarse en las siguientes categorías: elementos de línea, elementos de superficie, elementos sólidos y elementos de propósito específico. La Tabla 1.1 proporciona algunos elementos disponibles para el análisis de elemento finito de problemas estructurales en 2D de los cuales se utilizan en este trabajo. No todos los elementos soportan todos los grados de libertad. Por ejemplo, el elemento en 3-D soporta únicamente tres grados de libertad en relación a la traslación en cada nodo. Cuando se conectan elementos con grados de libertad diferentes, por lo general se requiere de alguna modificación manual [44].

#### 2.4.4.2 Generación de malla

La red de elementos y nodos que "discretizan" una región se le conoce como malla. La densidad de malla se incrementa a medida que más elementos se colocan dentro de una región dada como se muestra en la Figura 2.17. El refinamiento de malla ocurre cuando la malla se modifica de un análisis de un modelo al siguiente análisis para producir resultados mejorados. Por lo general, los resultados mejores son cuando la densidad de la malla se incrementa en áreas de gradientes de esfuerzo alto y/o cuando las zonas de transición geométricas se enmallan de manera uniforme.

Por lo general, pero no siempre, los resultados del análisis de elemento finito convergen hacia resultados exactos a medida que el mallado se refina continuamente. Para valorar la mejora, en las regiones donde aparecen gradientes de esfuerzo alto, la estructura puede volverse a mallarse con una densidad mayor. Si existe un mínimo cambio en el máximo valor de esfuerzo, es razonable presumir que la solución converge [47].



#### Tabla 1.1 Geometrías de modelo superficie [44]

Figura 2-17. Refinamiento de mallado [47]

#### 2.4.4.3 Aplicación de la carga

Existen dos formas básicas de especificar cargas en una estructura: nodal y por carga de elementos. No obstante, la carga de elementos finalmente se aplica a los nodos empleando cargas nodales equivalentes. Un aspecto de la aplicación de cargas se relaciona por el principio de Saint-Venant. Si no se tiene interés acerca de los esfuerzos cercanos a los puntos de aplicación de carga, no es necesario distribuir la carga de manera muy precisa. La fuerza neta y/o momento puede aplicarse a un solo nodo, siempre que el elemento soporte los grados de libertad asociados con la fuerza y/o el momento en el nodo. Sin embargo, el analista no debe sorprenderse, o preocuparse, cuando revise los resultados y los esfuerzos en la vecindad del punto de aplicación de la carga y encuentre que son muy grandes. Los momentos concentrados pueden aplicarse a los nodos de vigas y la mayoría de los elementos de las placas. No obstante, los momentos concentrados no pueden aplicarse a elementos puntales, planos, elásticos bidimensionales, axiales simétricos o de ladrillos, pues no soportan grados de libertad rotacionales [47].

#### 2.4.4.4 Condiciones de frontera

La simulación de condiciones de frontera y otras formas de limitantes probablemente es la parte más difícil del modelado preciso de una estructura para un análisis de elementos finito. Con limitantes específicas, es relativamente sencillo cometer errores de omisión o distorsión. Para el analista puede ser necesario probar diferentes enfoques para modelar limitantes enigmáticas tales como uniones de pernos, soldaduras, etc., que no son tan simples como las uniones fijas o pernos idealizados. La prueba debería confinarse a problemas simples y no a una estructura grande y compleja. En ocasiones, cuando la naturaleza exacta de una condición limítrofe o de frontera es incierta, sólo pueden ser posibles los límites de comportamiento. Es decir, la solución pronosticaría esfuerzos y deflexiones mayores que las reales [44].

Las ecuaciones de restricción de punto múltiple se emplean con bastante frecuencia para modelar condiciones de frontera o conexiones rígidas entre miembros

elásticos. Cuando se utiliza en esta última forma, las ecuaciones actúan como elementos y entonces se conocen como elementos rígidos. Los elementos rígidos pueden rotar o trasladarse únicamente de manera rígida [47].

# 3 Diseño del dispositivo biaxial

En este capítulo se presenta el diseño de un dispositivo mecánico para la realización de pruebas biaxiales. Este dispositivo debe aplicar un estiramiento biaxial uniforme y tener el espacio suficiente para permitir la toma imágenes fotográficas, mismas que se procesarán por medio de la correlación digital de imágenes para obtener el campo de deformaciones unitarias en la probeta. Se proponen diferentes conceptos para realizarles un estudio de movilidad y de rigidez, a los dos mejores se les realizó un análisis de esfuerzos y deformaciones para seleccionar uno que se diseñó detalladamente.

#### 3.1 PROPUESTAS DE DISEÑO.

#### 3.1.1 Modelo 1.

En el modelo se muestra un dispositivo que realiza el estiramiento de la probeta en dirección de los sujetadores, las cargas de accionamiento son en tensión, están

sujetas al dispositivo y a la máquina universal, estas fuerzas son proporcionadas por la maquina universal. Los sujetadores de la probeta son móviles y permiten el desplazamiento para una deformación uniforme.



Figura 3-1. Dispositivo-adaptador biaxial modelo conceptual 1. (SolidWorks 2018)

#### 3.1.2 Modelo 2.

Este modelo está empotrado completamente a la maquina universal por la parte inferior, y la parte superior ejerce un desplazamiento de tracción, el mecanismo se acciona en dirección horizontal y vertical. sometiendo la probeta en tensión de forma uniforme, la trayectoria de los brazos articulados y de los brazos fijos se comportan a diferentes desplazamientos por los que la deformación tendría cierto grado de discrepancia.

Las partes más importantes son los brazos ya que estos deben desplazarse a la misma velocidad que la velocidad de tracción de la máquina, en este modelo se adapta una cámara frontal donde se enfoca una imagen directa sobre una probeta de deformación. En la Figura 3.2 se muestra un esquema del dispositivo.



Figura 3-2. Dispositivo-adaptador biaxial modelo conceptual 2. (SolidWorks 2018)

#### 3.1.3 Modelo 3

Este modelo considera una fuerza de compresion para el accionamiento. los brazos deforman la probeta de forma uniforme y dejan que el desplazamiento de la probeta sea vertical en funcion de la deformacion, en este modelo se dificulta la colocacion de una cámara para extraer las imágenes necesarias para el experimento.

Igualmente el espacio es reducido y la posicion del dispocitovo en una plataforma alta de la maquina universal resulta incomodo para las lecturas por el número de elemetos estructurales se complica la manufactura del dispositivo, asi como la deformacion resultante del dispositivo completo, por la geometria del arreglo se somete a esfuerzos de compresion en los brazos lo que genera un nivel de inestabilidad debido al pandeo. El desplazamiento vertical de la probeta genera un problema en la imagen de deformacion, ya que se desplazara en direccion de la cámara, este efecto se evita modificando el arreglo para que la probeta permanezca en una posición adecuada. Evolución del intensificador de esfuerzos en fisuras sujetas a condiciones de carga biaxial



Figura 3-3. Dispositivo-adaptador biaxial modelo conceptual 3. (SolidWorks 2018)

#### 3.1.4 Modelo 4

Realizando la construcción de un Modelo que deformara la probeta en direcciones iguales, se estableció la siguiente configuración, en la que se colocaron engranes contrapuestos se transmite el torque a unas cremalleras que estiran la probeta en 4 direcciones con la misma intensidad.

Este arreglo se activa con fuerzas de tracción en la cremallera superior y transmite un torque a las demás cremalleras generando un estado de esfuerzos biaxiales en la probeta. El efecto de la rigidez es importante desde el punto de vista del giro de los engranes y el desplazamiento de las cremalleras, se genera un efecto elástico que afecta la deformación de forma directa.



Figura 3-4. Dispositivo-adaptador biaxial modelo conceptual 4. (SolidWorks 2018)

#### 3.1.5 Modelo 5

El modelo que se presenta a continuación tiene una activación por compresión, los brazos acoplados a deslizadores se desplazan en dirección horizontal sobre los rieles de la base. La probeta es sometida a un estado de tracción biaxial, con la misma intensidad en todas las direcciones. El arreglo permite la colocación de una cámara en la parte inferior sin riesgo de movimiento vertical que pudiera afectar la lectura.



Figura 3-5. Dispositivo-adaptador biaxial modelo conceptual 5. (SolidWorks 2018)

### 3.2 Evaluación de propuestas de diseño.

#### 3.2.1 Análisis de esfuerzo y deformación del modelo 2

Con el análisis de esfuerzo y deformación del modelo 2, se demostró que la deformación vertical es mayor que la horizontal ya que los eslabones de las mordazas se desplazan de forma curvilínea, esto se refleja en un estado de esfuerzos mayor en la sección vertical que en la horizontal. Por lo tanto, el arreglo no es viable desde un punto de vista cinemático

Por lo que se muestra en la Figura 3.6 el análisis estático estructural, la probeta no

se encuentra en un estado de esfuerzo equiaxial, lo cual comprueba que el arreglo no cumple con esa tarea, es decir, no es simétrica la deformación y para el caso de interés en deformaciones en esta probeta cruciforme, no resulta conveniente por lo que este modelo es descartado como una alternativa del dispositivo.



Figura 3-6. Simulación estático estructural del modelo 2

#### 3.2.2 Análisis de esfuerzo y deformación del modelo 3

La geometría del modelo 3 representa cuatro brazos de accionamiento, la deformación de los brazos es inducida por un efecto de pandeo por la compresión de los elementos en el arreglo, una de las observaciones que más se tomaron en cuenta en este sistema fue el movimiento de la probeta respecto de la cámara, ya que se someten a compresión.

La inestabilidad del mecanismo debe considerarse al momento de deformar la probeta y determinar las deformaciones unitarias, la probeta se traslada verticalmente acercándose hacia la cámara de video.



Figura 3-7. Análisis de esfuerzo y deformación del dispositivo.

En la Figura 3-7 se observa la geometría del modelo utilizando el formato de trasferencia de geometría parasol id (\*.set) en ANSYS para su estudio estático estructural. Se aplicaron las condiciones de frontera, se aplicó un desplazamiento en la parte superior del arreglo y como resultado se obtuvo un esfuerzo máximo de 175 Mapa en la parte más vulnerable del arreglo. Sin embargo, el efecto del pandeo observa claramente.

Por el número de elementos involucrados la manufactura es compleja, por lo que resulta costosa su fabricación.

## 3.3 DISEÑO DE DETALLE

#### 3.3.1 Descripción del funcionamiento.

El dispositivo tiene por propósito la fácil instalación y adaptación a la máquina universal para pruebas de tracción, compresión y flexión (Figura 3-8). Además, debe cumplir con la rigidez necesaria para evaluar correctamente el desplazamiento de la probeta sin interferir con el experimento. Al aplicarle una carga la probeta se deberá deformar biaxialmente con la misma carga para cada dirección de

#### desplazamiento.



Figura 3-8. Máquina universal para pruebas de tracción, compresión y flexión, (Laboratorio de pruebas destructivas del ITPachuca).





En la taba 3-1 se observa la selección del dispositivo con su respectiva probeta adecuada a él, el mecanismo tendrá la capacidad de alojar una cámara de video para registrar la deformación. Finalmente, la probeta no se trasladará vertical ni horizontalmente, solo se deformará en la dirección del estiramiento ya que la cámara perdería su enfoque y el desplazamiento interfiere con la lectura todas estas

observaciones se basaron en las dimensiones y especificaciones de la probeta y mecanismo. En la Tabla 3-2 se muestra el mecanismo y probeta seleccionados.



Tabla 3.2 - Especificaciones del mecanismo

Este sistema se instalará en una máquina universal, la cual se encuentra ubicada en el Instituto Tecnológico de Pachuca, los requerimientos de dimensión y capacidad están restringidos por el tamaño y carga máximos de la máquina universal.

En este sistema se realizó un modelo de la máquina con el fin de encontrar las dimensiones adecuadas para el sistema y diseñar los componentes de forma adecuada dentro de los parámetros antes mencionados.

#### 3.4 Estudio de rigidez

Se realiza un estudio de rigidez para caracterizar la funcionalidad del dispositivo para someter adecuadamente la probeta a tensión biaxial sin que se deforme excesivamente el dispositivo.

La Figura 3.9 muestra esquemáticamente las rigideces Rs y Ro que se encuentran en serie y a su vez ambos se encuentran en paralelo unidos por la escuadra del componente. En la unión de los travesaños se puede ver que es completamente restringida y, por lo tanto, se supone que el brazo de los travesaños se encuentra empotrado.



Figura 3-9. Diagramas del modelo a) dibujo CAD, b) representación geométrica del arreglo en 2D, c) modelo indicando la posición de los resortes para simplificar el análisis.

A continuación, se representan con los elementos que se sustituyen por resortes para simplificar el análisis. Se analiza un solo brazo en serie con la mordaza y posteriormente se tomará en cuenta el arreglo completo.

Cada brazo actúa como una viga en voladizo, que a su vez está sujeto a un elemento que actúa con su rigidez axial. Los resortes se representan en verde mientras que en azul se representa el empotramiento en la Figura 3.10.



Figura 3-10. Análisis de rigidez del dispositivo

Se pueden determinar estas rigideces con las siguientes relaciones:

$$K_s = \frac{3EI}{L^3}$$
 (7);  $K_o = \frac{AE}{L}$  (8)

considerando que se encuentran conectadas en serie:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_o} = \frac{1}{\frac{3EI}{L^3}} + \frac{1}{\frac{AE}{L}} = \frac{L^3}{3EI} + \frac{L}{AE}$$

Alternativamente se puede expresar como:

$$K_{eq} = \frac{K_s K_0}{K_0 + K_s} = \frac{\left(\frac{3EI}{L^2}\right) \left(\frac{AE}{L}\right)}{\left(\frac{AE}{L}\right) + \left(\frac{3EI}{L^3}\right)} = \frac{\frac{3E^2 AI}{L^4}}{\frac{AEL^3 + 3LEI}{L^4}}$$
$$K_{eq} = \frac{3E^2 A}{AL^3 + 3EL}$$

Como se mencionaba anteriormente, ambos brazos del travesaño están conectados en paralelo y se encuentran en la condición de simetría que para este caso se simplifica a una suma de resortes en paralelo, como se muestra en la siguiente expresión

$$k_{eq} = k_1 + k_2 = K_{eq} + K_{eq} = 2K_{eq}$$

Por lo que:

$$k_{eq} = 2\left(\frac{3E^2A}{Al^3 + 3El}\right) = \frac{6E^2A}{l(Al^2 + 3E)}$$

A partir de la ley de Hooke, se puede determinar la deformación en el dispositivo establece que:

$$\delta_{total} = \frac{F}{\frac{6E^2A}{l(Al^2 + 3E)}} = \frac{Fl(Al^2 + 3E)}{6E^2A}$$

#### 3.5 Análisis de esfuerzos

Ahora se realiza el estudio de esfuerzos presentes en el dispositivo durante la realización de la prueba. En este análisis se consideró a la probeta unida al marco para simular las mordazas y la probeta en deformación, esto permite evaluar los travesaños y la rigidez del arreglo. El comportamiento del dispositivo en la simulación realizada en ANSYS Workbench permitió realizar las modificaciones necesarias para obtener un sistema que cumpliera con las especificaciones.

Se introdujeron las condiciones de frontera de la parte fija y la fuerza que se requiere para el ensayo. La siguiente ecuación muestra la relación que existe entre la fuerza ejercida por la máquina universal ( $F_1$ ) con respecto a la fuerza ejercida en la probeta ( $F_2$ ) que se ilustra en el diagrama de cuerpo libre en la Figura 3.11.

$$F_2 = \frac{F_1}{2\sin 45} = \frac{\sqrt{2} F_1}{2} = \frac{F_1}{\sqrt{2}}$$

Que se puede escribir alternativamente como:

 $F_1 = \sqrt{2} \; F_2$ 



Figura 3-11. Relación de la fuerza ejercida por la máquina universal ( $F_1$ ) con respecto a la fuerza ejercida en la probeta ( $F_2$ ).

Lo que representa que la fuerza aplicada de forma biaxial en el dispositivo  $F_2$  será el 70% de la carga que aplica la máquina de tensión.



Figura 3-12. Discretización del modelo para su análisis en elemento finito.

En la Figura 3.12 se muestra la discretización del sistema en conjunto que se utiliza para obtener los resultados numéricos de esfuerzo y deformación. Se introducen las condiciones de frontera de la parte fija y la fuerza que se requiere para el ensayo.

Inicialmente se eligió placa de <sup>3</sup>/<sub>4</sub> de pulgada para la fabricación del dispositivo, se modificó el modelo para reducir el peso y material. Se eligió placa de <sup>1</sup>/<sub>2</sub> pulgada. Se puede observar en la Figura 3.13 la distribución de esfuerzos en el sistema y se

obtuvo un esfuerzo máximo de 76 MPa que es considerablemente menor a el límite de fluencia del material que se utilizará que es de  $S_y$  = 250 MPa.





Para definir el material se realizará un análisis estático estructural empleando como material un aluminio para los componentes más complejos, considerando como material un acero de bajo contenido de carbono para las partes que rigidizaran al dispositivo.

A partir de este análisis se redujo la longitud de los brazos, ya que durante la deformación de la probeta no se requiere de una distancia mayor en la carrera de las mordazas.



Figura 3-14. Diseño del dispositivo para pruebas biaxiales de materiales metálicos.

Se ha considerado el valor de la carga en la que la probeta metálica alcanza la ruptura para confirmar que el arreglo no sufra tales deformaciones que afecten el desempeño de la prueba. El dispositivo al que se realizará una impresión tridimensional a una escala del 50% se muestra en la Figura 3.14.

Se ha considerado como material del dispositivo la aleación de Aluminio 6061 para los componentes sujetos a menor esfuerzo, y acero AISI 1045 para las partes que otorgan rigidez al dispositivo. Se diseñan las mordazas que sujetarán la probeta y los espesores correspondientes a la placa de ½ pulgada. Como parte de la construcción de un prototipo se extrajeron las piezas en la extensión STL para ingresar al software CURA Ultimar en su versión libre.

# 4 CONSTRUCCIÓN DEL DISPOSITIVO

En este capítulo se presenta la construcción del prototipo que se obtuvo mediante manufactura aditiva para obtener un dispositivo a escala del 50%. Así mismo, se presenta la construcción del dispositivo final donde se consideraron las pruebas de funcionamiento realizadas al prototipo para mejorar el prototipo y obtener un mejor diseño final.

### 4.1 Construcción del prototipo.

Para comprobar la funcionalidad del dispositivo se creó un modelo a escala del 50% del tamaño del modelo real. Para la construcción del prototipo se generaron geometrías de polímero de ácido poli láctico (PLA) en una impresión 3D, en este paso se utilizó como herramienta de impresión una impresora Creativo MAX II que se muestra en la Figura 4-1.



Figura 4-1. Impresora 3D de doble extrusor Creativo MAX II

Para la creación de las piezas primero se procesaron en el software de licencia libre Ultimar CURA 3.6.0 procesando las piezas para obtener un formato de lenguaje que la impresora pueda interpretar. Se ajustó a una resolución del 50% en la densidad de la impresión. En la siguiente imagen se muestran algunas de las piezas que se generaron con este método.

En la Figura 4.2 se muestran la pieza del dispositivo en el software, como parte del procedimiento de impresión, se ubican las piezas de tal forma que su impresión corresponda al mínimo número de soportes ya que los soportes producen imperfecciones superficiales que alteran el acabado del componente.

Para algunas piezas como los tornillos y pernos de sujeción, es más conveniente usar metal ya que las uniones requieren de un mayor grado de resistencia. El prototipo será utilizado para realizar pruebas de tensión biaxial, en materiales a base de elastómeros, por el nivel de resistencia del material, para este prototipo se requiere de evaluar el experimento utilizando una probeta con las dimensiones a la escala del dispositivo.



Figura 4-2. Piezas del dispositivo en el software CURA Ultimaker

Posteriormente se imprimen las piezas, en la Figura 4-3 se muestra la formación parcial de la geometría con la impresión 3D. Cada pieza requiere de un tiempo específico en su manufactura, así que se permitió la impresión simultanea de piezas para un mejor aprovechamiento de espacio de impresión.



Figura 4-3. Impresión de las piezas del prototipo.

#### 4.2 Ensamble y montaje del prototipo

Las piezas se extrajeron de la impresora con una espátula (Figura 4-4) y se eliminaron las camas de adición y soportes generadas por la impresora. Esto con la finalidad de colocar los mecanismos de sujeción, pernos y tornillos que nos ayudan a sujetar cada pieza como un ensamble, en la Figura 4-5 se muestra parte de estas tareas de limpieza y ensamblaje. Comprobando que las uniones del dispositivo son rígidas y el montaje de las mordazas que no permitan movimiento o deslizamiento de la probeta.



Figura 4-4. Extracción de las piezas de la cama de impresión.



Figura 4-5. Union del prototipo a escala de 50%

En la Figura 4-6 se puede observar el ensamble montado en una estructura metálica que corresponde a un polariscopio de transmisión, con sus correspondientes mecanismos de sujeción y los mecanismos con los que se aplicara la carga. El marco cuenta con un dinamómetro que mide la carga aplicada directamente al dispositivo. Se comprobó que el montaje del sistema toma poco tiempo.



Figura 4-6. Dispositivo para pruebas biaxiales montado en el marco metálico.

El análisis que corresponde un estudio CDI requiere de una probeta con superficie moteada o salpicada como se explicó en la práctica anterior, por lo que se produjo una probeta cruciforme y se realizó un estudio para comprobar la viabilidad de la deformación. En la Figura 4-7 se muestra el experimento donde se comprueba la efectividad del dispositivo.



Figura 4-7. Probeta moteada y montada en las mordazas del prototipo

El ensayo de tracción biaxial generó suficientes imágenes, para realizar el estudio se empleó el software GOM Correlate y el resultado se muestra en la Figura 4-8



Figura 4-8. Ensayo de tracción de una probeta en el dispositivo.

### 4.3 Construcción del dispositivo.

Con base en las pruebas realizadas al prototipo se realizaron los cambios necesarios para obtener el diseño final del dispositivo para pruebas biaxiales. La Figura 4.9 muestra la configuración del dispositivo que se ha construido en tamaño real y que sirve para probar probetas metálicas.



Figura 4-9. Dispositivo para las probetas metálicas

Como se puede apreciar, uno de los principales cambios es el uso del perfil estructural tipo Bosch fabricado de una aleación de aluminio de alta resistencia. Este tipo de perfiles es utilizado por su alta relación peso/rigidez y la versatilidad que ofrece para ensamblar componentes.



Figura 4-10. Marco de perfil Bosch para el dispositivo de pruebas biaxiales.

Las figuras 4.10 a 4.12 muestran en diferentes fotografías la configuración final del dispositivo. En el Anexo A se presentan los dibujos de detalle que se utilizaron para su fabricación. Este dispositivo está construido de aluminio 6061 con excepción de las mordazas que han sido fabricadas de acero AISI 4140.



Figura 4-11. Ensamble parcial del dispositivo de pruebas biaxiales.


Figura 4-12. Ensamble final del dispositivo de pruebas biaxiales.

La Figura 4.12 muestra el ensamble final del dispositivo para pruebas biaxiales. Se ha obtenido el diseño de un dispositivo mecánico que permite realizar pruebas de esfuerzos biaxiales. Este dispositivo se instala en una máquina universal, misma que ejerce una carga uniaxial. El dispositivo con una carga uniaxial de entrada aplica una carga biaxial sobre la probeta.

## 5 Correlación digital de imágenes

La correlación digital de imágenes o CDI es un método experimental que parte de imágenes (fotografías), tomadas durante un ensayo de deformación y permite evaluar los desplazamientos y las deformaciones unitarias producidas en el material.

Como primer paso, colocar los instrumentos en la posición adecuada como el comparador de carátula y el soporte para la cámara fotográfica. Esta debe tomar las imágenes de la superficie con una buena resolución de la zona de la probeta.

#### 5.1 Procedimiento

A continuación, se describe el procedimiento que permite la evaluación de las deformaciones y el desplazamiento que se originan cuando se ejerce una fuerza de tracción en los extremos de la probeta, el procedimiento indicado en esta sección corresponde al ensayo de tracción biaxial. Inicialmente, se importan las imágenes

de deformación y con la recomendación de una numeración de las imágenes en el orden en que fueron tomadas para que el software las reconozca como una sucesión cronológica, correspondiente a la deformación de la probeta. En la Figura 5.1 se muestra el espacio de trabajo de GOM Correlate con las imágenes de deformación en la línea de tiempo que asigna el software por defecto. Se inicia con GOM Correlate y se eligió un nuevo proyecto.

Image:	CIÓN OPERACIONES AYUDA	GOM Correlate 2018	토실 Defo	rmation • Buscar	-
	GOM Correlate				
	Nuevo proyecto	Abrir proyecto	Datos de prueba		
	Plantilas de proyecto (Professional)	Proyectos recientes			
		5 2019 GOM GmbH			

Figura 5-1. Inicialización de un nuevo proyecto

Se cargan las imágenes como imágenes de deformación. En importar archivo y después eligiendo la opción de imágenes de deformación (ver Figura 5-2).



Figura 5-2. Importación de las imágenes

Se selecciona del área superficial de interés (ver Figura 5-3).



Figura 5-3. Componente de superficie

Se ajusta el componente de superficie con el fin de identificar el mayor número de pixeles en la superficie de trabajo, por lo que se modifican los campos de cabio de faceta, distancia entre puntos y se selecciona la superficie con el polígono que se encuentra en la parte inferior derecha de la imagen (ver Figura 5-4).



Figura 5-4. Ajustes del componente de superficie

En las Figuras 5-5 a 5-8 se muestra el proceso para medir las deformaciones unitarias sobre la probeta.



Figura 5-5. Deformación menor



Figura 5-6. Ajustes de la deformación menor



Figura 5-7. Deformación menor en el componente de superficie



Figura 5-8. Etiquetas de desviación.

Se colocaron las etiquetas de desviación en las diferentes zonas (ver Figura 5-9).



Figura 5-9. Etiquetas de desviación en diferentes regiones de la probeta

De igual forma se modificó la escala de colores en la opción de plantillas de leyenda (ver Figura 5-10).



Figura 5-10. Plantillas de colores (GOM 8 Color)

Para conocer más detalles de las deformaciones en las zonas de interés, como lo es en el caso de las etiquetas propuestas se muestra a continuación un procedimiento para obtener más información acerca de la evolución de las deformaciones.

La Figura 5.11 se muestra una Tabla donde se encuentra la información de las etiquetas de desviación. Como puede observarse esta organizadas en el orden en que fueron colocadas.



Figura 5-11. Tablas de información de las etiquetas

En la Figura 5.12 se observa la gráfica de la evolución de las deformaciones sobre una línea de tiempo. En las figuras 5.13 a 5.15 se muestran los diferentes tipos de mediciones que pueden obtenerse en el programa GOM Correlate.



Figura 5-12. Gráficos de las deformaciones unitarias en los puntos seleccionados



Figura 5-13. Imagen de la deformación unitaria principal



Figura 5-14. Deformación unitaria en x



Figura 5-15. Deformación unitaria en Y

### 5.2 Medición de las deformaciones en probetas cruciformes con diferentes ángulos de grieta.

Como se ha mencionado anteriormente, en las diferentes pruebas realizadas en el prototipo del dispositivo se utilizó una probeta de caucho. Ahora, para obtener en campo de deformaciones unitarias alrededor de una fisura, se realizan las mediciones en probetas de caucho con fisuras a diferentes inclinaciones.



Figura 5-16. Grieta a cero grados al centro de la probeta, deformación unitaria principal  $\epsilon_2$ .

La Figura 5.16 muestra la distribución de deformaciones unitarias principales para una fisura a 0°, es decir, alineada con una de los brazos de la probeta cruciforme.



Figura 5-17. Grieta a 15 grados al centro de la probeta, deformación unitaria principal  $\epsilon_2$ .



Figura 5-18. Grieta a 30 grados al centro de la probeta, deformación unitaria principal  $\epsilon_2$ .

La probeta con fisura a 15° se muestra en la Figura 5.17, la que tiene orientación a 30° se muestra en la Figura 5.18, la probeta con fisura inclinada a 45° se presenta en la Figura 5.19. Puede apreciarse la forma en que se ve afectado el campo de deformaciones unitarias en el frente de la fisura para todos los casos. Es importante recordar que para el caso de carga biaxial se presentan dos modos de apertura de la fisura.



Figura 5-19. Grieta a 45 grados al centro de la probeta, deformación unitaria principal  $\epsilon_2$ .

# 6 Obtención del modelo de elemento finito para calcular K<sub>I</sub> y K<sub>II</sub>

El análisis de elemento finito se realiza utilizando el lenguaje de diseño paramétrico también conocido como Ansys Parametrice Design Lenguaje (APDL) que permite realizar los cálculos numéricos a través de la programación, lo que reduce significativamente el tiempo de preparación del modelo. En esta prueba la mecánica de la fractura se presenta en dos modos I Apertura y II Cizallamiento.

### 6.1 Propiedades y características de los elementos utilizados.

Es importante definir el tipo de análisis de elemento finito que se realizará en la pieza. En este caso se utiliza el elemento PLANE 183 que se utiliza dominios computacionales bidimensionales. Este elemento tiene un comportamiento de desplazamiento cuadrático y es muy adecuado para el modelado con una discretización irregular. Este elemento tiene 8 nodos en su forma cuadrangular o 6 nodos en la triangular, con dos grados de libertad en cada nodo: traslaciones

nodales en las direcciones X y Y, (ver Figura 6.1). El elemento puede ser utilizado como un elemento plano (esfuerzo plano, deformación unitaria plana y deformación plana generalizada) o como un elemento para utilizarse en un análisis axisimétrico.

Las propiedades físicas del material necesarias para este tipo de análisis son el módulo elástico (módulo de Young) y el coeficiente de Poisson. Así mismo se pueden incluir efectos térmicos en este elemento.



Figura 6-1. Elemento plano de ocho nodos PLANE 183 de ANSYS.

#### 6.2 Descripción del modelo

Para generar la pieza, en el software se debe realizar un modelo para obtener un análisis, donde el software permite utilizar instrucciones para realizar el modelo con la geometría en la probeta como se muestra en la Figura 6.2. Para la definición del modelo se ha utilizado el sistema internacional de unidades.



Figura 6-2. Pieza realizada en la ANSYS APDL.

### 6.3 Configuración de la discretización en el frente de la fisura.

El objetivo de este tipo de refinamiento de la discretización es poder mejorar el resultado numérico en las regiones de mayor interés, en esta ocasión en los extremos de la fisura se realiza adaptaciones geométricas para llevar a cabo la construcción de la discretización que se requiere para el cálculo de los intensificadores de esfuerzo, tal como se muestra en la Figura 6.3.



Figura 6-3. Refinamiento para el mallado.

Además, con el apoyo del software se utilizó una instrucción KSCON, este puede asignar tamaños de división de elementos alrededor de un punto clave, es particularmente útil en un modelo de fractura como se muestra en la Figura 6.4 [4].



Figura 6-4. Ejemplo de un elemento singular 2D y división de elementos alrededor de una punta de fisura [4].

Después se realiza el área del modelo, para poder realizar el mallado y continuar el proceso del análisis (ver Figura 6-5).



Figura 6-5. Creación del área de la pieza.

#### 6.4 Discretización

Se dice que existe un refinamiento de malla, cuando se reduce el tamaño de los elementos durante la discretización, lo que permite mejorar los resultados. Es decir, se incrementa la densidad de la malla en los puntos o regiones donde se encuentra un alto gradiente de esfuerzo, tal como es el caso del frente de la fisura, Figuras 6.5, 6.6.

En la Figura 6.6 se muestra la discretización (el mallado) generada en la pieza. Además, se puede observar en la Figura que el tamaño de los elementos en las extremidades de la fisura es menor con el propósito de que se pueda captar el gradiente de esfuerzos que ocurre en esa discontinuidad geométrica lo que permite la obtención de los intensificadores de esfuerzos.

En esta parte del proceso es fundamental obtener una densidad de la malla muy

reafinado como se muestra en la Figura 6.7, donde se muestra el ejemplo de un mallado refinado.



Figura 6-6. Mallado de la pieza y refinamiento de la fisura. En la imagen de la derecha se aprecia el tamaño y la forma de los elementos en el frente de la fisura.



Figura 6-7. Un patrón y refinamiento de malla de muestra utilizado en el análisis FE de muestras V-DLSP [5].

#### 6.5 Condiciones de frontera

Probablemente la situación más difícil de simular a la hora de realizar un modelado mediante elemento finito es la aplicación de las condiciones de frontera y las

limitaciones que se requieren para poder lograr un resultado preciso, en gran medida éstas deben ser aplicadas específicamente en las regiones adecuadas, lo que podría ocasionar errores de distorsión o simplemente de omisión. Generalmente se debe probar con diferentes enfoques hasta lograr colocar de manera precisa las limitantes que se requieran, ya que la mayoría de estas condiciones no son tan simples de ubicar como a la hora de idealizarlas.

Cuando se requiere limitar el movimiento, o se necesita una conexión entre elementos elásticos, las ecuaciones de restricción de punto múltiple son bastante empleadas ya que estas mismas ecuaciones actúan como elementos rígidos, y éstos pueden simular adecuadamente la rotación y la traslación de manera rígida. Por lo tanto, a este tipo de ecuaciones se les conoce como elementos de frontera.



Figura 6-8. Restricciones de los grados de libertad en la frontera en la pieza.

A modo de conclusión los elementos de frontera son utilizados principalmente para ocasionar desplazamientos específicos en la superficie de la estructura analizada, aunque también son utilizados para crear condiciones de frontera que se encuentran fuera del sistema de coordenadas global [6].

En la Figura 6.8 se muestra en los puntos donde se colocaron las restricciones de los grados de libertad en la frontera en la pieza.

#### 6.6 Aplicación de carga

Las formas básicas en las que la aplicación de carga se puede realizar son: nodal y por carga de elementos, sin embargo, la segunda aplica la carga nodalmente de manera equivalente a la que se aplicaría a los elementos. El principio de Saint-Venant es un concepto bastante relacionado a la aplicación de cargas [6].

La aplicación de la carga tiene que ir de la mano con la correcta elección del elemento utilizado en la malla, ya que puede que algunos elementos no soporten las reacciones provocadas por fuerzas o momentos que requiera el análisis, tal es el caso de elementos puntuales, planos, elásticos bidimensionales, axiales simétricos, o de hexaédricos que al no soportar grados de libertad rotacionales no pueden ser cargados por momentos concentrados.

Las cargas a los elementos pueden ser debidas a la gravedad (peso), efectos térmicos, cargas superficiales y cargas dinámicas (aceleraciones). Para cargas por gravedad, en muchas ocasiones, se debe proporcionar con exactitud la magnitud de esta fuerza, manteniendo una coherencia entre unidades. Es decir, utilizar con un solo sistema de unidades la geometría del modelo y la carga aplicada.

Para cargas térmicas el coeficiente de expansión térmica debe indicarse para cada material utilizado, además es responsabilidad del analista precisar el intervalo de temperaturas nodales con el que trabajará el modelo, aunque hay que hacer hincapié en que la mayoría de los softwares disponibles incluyen ya un módulo con el que mediante un análisis de transferencia de calor antes de iniciar la solución, es posible determinar la temperatura nodal final. En caso de que además del análisis térmico se requiera un análisis estático, los resultados del primero se guardan en un archivo al que posteriormente se podrá manipular para el siguiente análisis, cabe mencionar que la coherencia tiene que ser buscada completamente, ya que, al pasar de un análisis a otro, los nodos y los elementos utilizados tienen que ser

idénticos.

Para la carga superficial generalmente todos los elementos pueden ser utilizados, solo hay que estar conscientes que cada paquete de software tiene su propia forma para indicar estas cargas superficiales, por ejemplo, para elementos de viga pueden utilizarse cargas transversales uniformes. Si se requiere una presión uniforme y lineal ésta puede ser aplicada a los bordes de los elementos axiales simétricos y de plano bidimensional. Una presión lateral puede aplicarse a elementos de placa y en la superficie de elementos hexaédricos sólidos.

En la Figura 6.9 se aplica la carga en la pieza con un valor de 0.100 MPa. Finalmente, se podrá realizar el análisis para la obtención de los valores de los intensificadores de esfuerzos, lo que equivale a una fuerza de 20 kN.



Figura 6-9. Aplicación de carga.

#### 6.7 Obtención de los intensificadores de esfuerzos

Con el apoyo del comando KCALC se calculan los factores de intensidad del esfuerzo de modo mixto ( $k_I$ ,  $k_{II}$ ,  $k_{III}$ ) en el post-procesamiento. El comando sólo

soporta problemas lineales elásticos con materiales isotrópicos uniformes (región de la grieta).

El siguiente procedimiento describe la manera de obtener el factor de intensidad del esfuerzo empleando el método de extrapolación del desplazamiento.

Asignar un sistema de coordenadas local al frente de la fisura.

Definir un vector a lo largo de la extensión de la fisura (Path).

Calcular  $(k_I, k_{II}, k_{III})$ .

#### 6.7.1 Asignación de un sistema de coordenadas local al frente de la fisura

Al asignar el sistema de coordenadas al frente de la grieta se debe realizar siguiendo una serie de condiciones, las cuales se muestran en la Figura 6.10.





El eje X debe ser paralelo a las caras de la fisura (perpendicular al frente de la fisura) y el eje Y debe ser perpendicular a las caras de la fisura como se muestra en la Figura 6.11.



Figura 6-11. Sistema de coordenadas en el frente de la fisura.

## 6.7.2 Definición de un vector a lo largo de la extensión de la fisura (Path)

El primer nodo en el vector que indicará la extensión de la fisura y debe estar en el frente de la fisura. Los siguientes nodos son 4, los cuatro deben estar de lado de la fisura como se muestra en la Figura 6.12.



Figura 6-12. Definiendo el vector en la fisura (path).

#### 6.7.3 Cálculo de (KI, KII, KIII)

Para calcular los intensificadores de esfuerzos se pueden destacar dos comandos que agregan información necesaria al cálculo, el primero es KPLAN que especifica si el modelo está en deformación plana o en esfuerzo plano. El siguiente comando es KCSYM que especifica si el modelo es de media fisura con condiciones de simetría o asimetría, o bien un modelo de fisura completa. En este caso en el KPLAN se encuentra en esfuerzo plano y KCSYM en un modelo de grieta completa como se muestra en la Figura 6.13 y finalmente se obtiene los valores de los intensificadores de esfuerzos en la Figura 6.14.

A Stress Intensity Factor	×
[KCALC] Stress Intensity Factors KI, KII, KIII KPLAN Disp extrapolat based on MAT Material num for extrap KCSYM Model type	Plane stress   I   Full-crack model
KLOCPR Print local disp's?	☐ No Help
OK Cancel	нер

Figura 6-13. Selección de comandos.

KCALC Command		
File		
1		
***** CALCULATE HIXED-HODE STRESS INTENSITY FACTORS ****		
ASSUME PLANE STRESS CONDITIONS		
ASSUME A FULL-CRACK HODEL (USE 5 NODES)		
EXTRAPOLATION PATH IS DEFINED BY NODES: 14 15 16 HITH NODE 14 AS THE CRACK-TIP NODE	17	18
USE MATERIAL PROPERTIES FOR MATERIAL NUMBER 1 EX = 0.20000E+09 NUXY = 0.30000 AT TEMP = 0.0000		
***** KI = 0.48863 , KII = 9.4418 , KIII = 0.0000	*oforek	

Figura 6-14. Valores de los intensificadores de esfuerzos

# 7 Obtención de los intensificadores de esfuerzo

Se obtienen los valores de los factores de intensidad de esfuerzos (K<sub>I</sub> y K<sub>II</sub>), la determinación de estos parámetros permite evaluar el comportamiento de las fisuras antes de que se propaguen de una manera inestable y produzcan un daño catastrófico.

#### 7.1 Resultados

Con respecto a los valores obtenidos de los intensificadores de esfuerzos con los diferentes ángulos y tamaño de la fisura que se analizaron, se graficaron y se analizaron con la finalidad de evaluar el comportamiento de la fisura. Con respecto a los valores obtenidos de los intensificadores de esfuerzos se obtuvieron resultados con los diferentes ángulos y tamaño de la fisura, con los ángulos de 0, 15, 30 y 45 grados. En la siguientes tablas y gráficas se muestran los valores de los intensificadores de los muestran de los muestran los valores de los intensificadores de los muestran de los muest

Para la presentación de los resultados es importante tener en cuenta la ubicación y orientación de la fisura dentro de la probeta biaxial, que se muestran en la Figura 7.1.



Figura 7-1. Ubicación de la fisura dentro de la probeta con su ángulo de inclinación respectivo.

En las Figuras 7.2 a 7.9 se presentan los campos de esfuerzo en la probeta con diferentes tamaños y orientación de fisura.



Figura 7-2. Campo de esfuerzos con la fisura a 0° grados y un tamaño de 0.01m.



Figura 7-3. Campo de esfuerzos con la fisura a 0° grados y un tamaño de 0.05m.



Figura 7-4. Campo de esfuerzos en la probeta con la fisura a 15 grados y un tamaño de 0.01m.



Figura 7-5. Campo de esfuerzos en la probeta con la fisura a 15 grados y un tamaño de 0.05m.



Figura 7-6. Estado de esfuerzos en la probeta con la fisura a 30 grados y un tamaño de 0.01m.



Figura 7-7. Estado de esfuerzos en la probeta con la fisura a 30 grados y un tamaño de 0.022m.



Figura 7-8. Estado de esfuerzos en la probeta con la fisura a 45 grados y tamaño de 0.01m.



Figura 7-9. Estado de esfuerzos en la probeta con la fisura a 45 grados y tamaño de 0.021m.

En la Tabla 7.1 se muestra la variación de los intensificadores de esfuerzos del modo I y modo II de la mecánica de la fractura para diferentes tamaños de una fisura con 0° de inclinación con respecto a la horizontal.



Figura 7-10. Valores de los intensificadores de esfuerzos; fisura a 0 grados.

Tamaño de la fisura (m)	KI (MPa·√m)	KII (MPa·√m)
0.010	0.48	9.441
0.015	1.552	10.880
0.020	0.516	15.509
0.025	2.833	23.412
0.030	1.208	35.045
0.035	4.232	53.834
0.040	9.733	94.949
0.045	18.029	152.950
0.050	8.558	209.300
0.055	20.615	291.510
0.060	8.118	397.710
0.065	3.609	554.240
0.070	38.722	879.510
0.072	7.082	1081.700

Tabla 7.1. Valores de los intensificadores de esfuerzos; fisura a 0°.

Tabla 7.2. Valores de los intensificadores de esfuerzos; fisura a 15 grados.

Tamaño de la fisura (m)	KI (MPa·√m)	KII (MPa·√m)
0.01	11.687	5.55E+00
0.016	28.089	3.2416
0.022	63.248	4.643
0.028	137.62	10.445
0.034	333.66	44.037
0.04	1081.3	216.89

En la Figura 7.10 se observa que en la primera simulación los valores de  $k_{II}$  van en aumento conforme al crecimiento de la fisura, esto significa que la propagación de la fisura fue de Modo II. En lo que respecta al intensificador del modo I,  $k_I$  se observa que los valores son muy bajos.

La Tabla 7.2, muestra la evolución de los intensificadores de esfuerzo para grietas

Tabla 7.3. Valores de los intensificadores de esfuerzos; fisura a 30 grados					
Tamaño de la fisura (m)	KI (MPa·√m)	KII (MPa·√m)			
0.01	13.894	0.0192			
0.013	15.568	1.1991			
0.016	26.104	5.3906			
0.019	37.444	8.5025			
0.022	55.335	12.552			
0.025	83.317	17.133			
0.028	139.5	20.181			
0.031	290	19.059			

de diferentes tamaños con una inclinación de 15° con respecto a la horizontal.

En la Figura 7.11 se observan valores similares de los intensificadores de esfuerzos, pero en esta ocasión  $k_I$  va en un mayor aumento conforme al incremento del tamaño de la fisura. La propagación de la fisura se da de manera dominante en el Modo I; en  $k_{II}$  se observan que fueron más bajos.



Figura 7-11. Valores de los intensificadores de esfuerzos; fisura a 15 grados.

En la Tabla 7.3 se muestra la variación de los intensificadores de esfuerzos del modo I y modo II de la mecánica de la fractura para diferentes tamaños de una fisura con 30° de inclinación con respecto a la horizontal.

Tabla 7.4. Valores de lo	pres de los intensificadores de estuerzos; a 45 grados.				
Tamaño de la fisura (m)	KI (MPa·√m)	KII (MPa·√m)			
0.01	3.9489	9.182			
0.013	9.1752	16.596			
0.016	18.885	26.344			
0.019	29.07	36.275			
0.021	38.91	39.84			
0.022	42.069	53.627			
0.025	64.183	76.86			
0.028	112.43	123.73			
0.031	314.67	298.93			

En la Figura 7.12 se observan los valores de los intensificadores de esfuerzos, en esta inclinación  $k_I$  es dominante.



Figura 7-12. Valores de los intensificadores de esfuerzos; fisura a 30 grados.

En la Tabla 7.4 se muestra la variación de los intensificadores de esfuerzos del modo I y modo II de la mecánica de la fractura para diferentes tamaños de una fisura con 45° de inclinación con respecto a la horizontal.

En la Figura 7.13 se observa que los valores de  $k_I$  y  $k_{II}$  son similares, en la cual existe en la propagación de la fisura en de Modo I y Modo II.



Figura 7-13. Valores de los intensificadores de esfuerzos; a 45 grados.

A continuación, se analiza el comportamiento de los intensificadores de esfuerzos, hasta una inclinación 90 grados, en donde se observa que el comportamiento de estos valores es similar en ciertos ángulos como se muestran en las tablas 6 y 7.

En las figuras 7.14 y 7.15 se puede observar el comportamiento de los valores de los intensificadores de esfuerzos de  $K_I$  y  $K_{II}$  de las probetas en los diferentes ángulos analizados, en la cual se observa que el comportamiento de las líneas produce un efecto espejo en los valores; por ejemplo, los valores de 15 grados son iguales a los valores de 75 grados y los valores de 30 grados son iguales a los de

60 grados. En las figuras siguientes se muestran la simulación de la pieza en diferentes ángulos y acho. El análisis permite dar una perspectiva de cómo evoluciona los valores de los intensificadores de esfuerzos en todo el frente de la fisura durante la aplicación de cargas.

Ángulo	<b>0</b> °	15°	30°	45°	60°	75°	90°
Fractur a	KI (MPa·√ m)						
0.01	0.48863	11.687	13.894	3.9489	13.894	11.687	0.48863
0.016	1.6187	28.089	26.104	18.885	26.104	28.089	1.6187
0.022	0.34905	63.248	55.335	42.069	55.335	63.248	0.34905
0.028	0.98989	137.62	139.5	112.43	139.5	137.62	0.98989
0.031	3.832	206	290	314.67	290	206	3.832

Tabla 7.5. Valores de los intensificadores de esfuerzos de KI; hasta 90 grados.

Toble 7 6	Valoroo do	log intensifiedd	area da actuarzaa	do KII: booto C	0 aradaa
1 aula 7.0.	valuies ue	IUS IIILEIISIIILAUL	JIES DE ESIDEIZOS	ue Mi, nasia s	v yrauus

Ángulo	<b>0</b> °	15°	30°	45°	60°	75°	90°
Fractur a	KII (MPa·√ m)						
0.01	9.44	5.55	0.0192	9.18	0.0192	5.55	9.44
0.016	11.702	3.2416	5.3906	26.344	5.3906	3.2416	11.702
0.022	17.134	4.643	12.552	53.627	12.552	4.643	17.134
0.028	29.985	10.445	20.181	123.73	20.181	10.445	29.985
0.031	39.009	18.887	19.059	298.93	19.059	18.887	39.009



Figura 7-14 Valores de los intensificadores de esfuerzos de KI.



Figura 7-15. Valores de los intensificadores de esfuerzos de KII.

### Conclusiones

Los efectos de la deformación en la probeta sometida a tensiones bidireccionales son el resultado de un ensayo de tracción en direcciones perpendiculares. Cuando se ejerce una carga vertical en el dispositivo este transmite la carga a la probeta de forma biaxial, provocando un estado de esfuerzos biaxiales.

En la máquina que se diseñó en esta investigación se presentan las diferentes regiones de deformación a la que se sometió la probeta cruciforme, el método CDI proporciona información de un desplazamiento constante lo largo de una medida de tiempo en que se estiró la probeta.

El resultado fue la captura de diferentes imágenes de deformación en durante el experimento, estas imágenes se procesaron correctamente en GOM Correlate y finalmente se obtuvo una medición experimental de las deformaciones durante la prueba. Estos estudios de deformación biaxial se pueden llevar acabo para determinar la deformación unitaria del material, por lo que también se pueden conocer los esfuerzos en diferentes regiones de la probeta.

Con este dispositivo se puede realizar el experimento con efectividad, es necesario que se realice el método con las condiciones de ajuste adecuadas en las mordazas y en los deslizadores para que no interfiera la fricción de los elementos con la Biaxiabilidad de la prueba.

Se han determinado los valores de los intensificadores de esfuerzo de una fisura expuesta a una condición de esfuerzos biaxiales. Además, se ha construido un modelo de elemento finito con el que se calculan estos factores, considerando que la fisura se encuentra en diferentes ángulos de inclinación. En este trabajo los

procedimientos numéricos permiten utilizar los resultados con el fin de mejorar o brindar apoyo en el área de diseño en el tema de mecánica de la fractura sujeta a condición de esfuerzos biaxiales. Esto dependerá de las características que se requieran para su análisis y como se quieran interpretar, lo que permite validar la plataforma utilizada además de los propios resultados obtenidos por el análisis realizado mediante el método de elemento finito.

### Anexo A. Dibujos de Detalle



108


109



## Referencias

- [1] M. Mehdikhani, «Full-field strain measurements at the micro-scale in fiber-reinforced composites using digital image correlation,» *Composite Structures*, pp. 192-201, 2016.
- [2] A. T. L., Fracture Mechanics, USA: Taylor & Francis, 2005.
- [3] J. E. Gordon, The New Science of Strong Materials, London: Penguin Books, London: Penguin Books, 1970.
- [4] R. W. Hertzberg, Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials, USA: Jon Wiley & Sons, 1996.
- [5] Ö. B. E. T. L. Parnas, «Strain gage methods for measurement of opening mode stress intensity factor,» *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 55, nº 3, pp. 485-492, 1996.
- [6] M. &. P. C. Williams, «On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack,» *Applied Mechanis*, p. 109–114., 1957.
- [7] E. Ghafoori, «Analytical calculation of stress intensity factor of cracked steel I-beams with experimental analysis and 3D digital image correlation measurements,» *Engineering Fracture Mechanics*, pp. 3226-3242, 2011.
- [8] G. P. F.M. Sánchez- Arévalo, «Use of digital image correlation to determine the mechanical behavior o materials,» *Materials Characterization*, pp. 1572-1579, 2008.
- [9] Y. Hos, «Measurements of strain fields around crack tips under proportional and non- proportional mixed-mode fatigue loading,» *International Journal of Fatigue*, pp. 87- 98, 2016.
- [10] R. Zhang, «Measurement of mixed-mode stress intensity factors using digital image correlation method,» *OpticsandLasersinEngineering*, pp. 1001-1007, 2012.
- [11] M. A. Sutton, "The effect of out-of-plane motion on 2D and 3D ditital image correlation measurements," *Optics and Lasers in Engineering*, pp. 747-757, 2008.
- [12] Q. Lin, «Opening and mixed mode fracture processes in a quasi-brittle material via digital imaging,» *Engineering Fracture Mechanics*, pp. 176-192, 2014.

- [13] T. R. D. B. Paulo José Tavares, «SIF determination with digital image correlation,» *International Journal of Structural Integrity*, vol. Vol. 6, nº No. 6, pp. 668-676, 2015.
- [14] P. J. T. Behzad V. Farahani, «A fracture mechanics study of a compact tension Specimen: Digital image correlation, finite elemen and meshless methods,» *Procedia Structural Integrity*, vol. 5, pp. 920-927, 2017.
- [15] J. W. S.R. Heinz, «Uniaxial compression analysis of glassy polymer networks using digital image correlation,» *Polym. Test*, vol. 29, p. 925– 932, 2010.
- [16] K. Ramesh, Digital Photoelasticity, Springer, 2000.
- [17] J. W. a. R. Dally, Experimental Stress Analysis, McGraw-Hill, 1978.
- [18] A. E. M. T. Seyedmeysam Khaleghian, «Analysis of effective parameters for stress intensity factors in the contact problem between an asymmetric wedge and a half-plane using an experimental method of photoelasticity,» *Materials & Design*, vol. 43, pp. 447-453, 2013.
- [19] H. R. M. Marcelo CoelhoGoiato, «A photoelastic and strain gauge comparison of two attachments for obturator prostheses,» *The Journal* of Prosthetic Dentistry, vol. 117, nº 5, pp. 685-689, 2017.
- [20] G. R. Irwin, «Handduch der physik,» Springer, vol. VI, p. 551, 1958.
- [21] Y. D. Mohammadreza, «Utilizing digital image correlation to determine stress intesity factors,» *Polymer Testing*, pp. 28-35, 2014.
- [22] F. P. R. Paris, «Photoelastic Determination of KI and KII: A Ntimerical Study on Experimental Data,» *Experimental Mechanics*, vol. 37, nº 1, pp. 45-55, 1997.
- [23] K. Hoffmann, An Introduction to Measurements using Strain Gages, Alsbach, Germany: Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, 1989.
- [24] J. Z. J. Wei, «A two-strain-gage technique for determining mode I stress-intensity factor,» *Theoretical and Applied Fracture Mechanic*, vol. 28, pp. 135-140, 1997.
- [25] K. M. Debaleena Chakraborty, «Experimental determination of mode I stress intensity factor in orthotropic materials using a single strain gage,» *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 173, pp. 130-145, 2017.
- [26] P. B. J. Z. Feipeng Zhu, «Measurement of true stress-strain curves and evolution of plastic zone of low carbon steel under uniaxial tension using digital image correlation,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 65, pp. 81-89, 2015.

- [27] Z. H. A. F. Andrei Kotousov, «Application of digital image correlation technique for investigation of the displacement and strain fields within a sharp notch,» *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 79, pp. 51-57, 2015.
- [28] M. Y. G. L.-C. P. Chernyatin A.S., «Mathematical and numerical correction of the DIC displacements for determination of stress field along crack front,» *Procedia Structural Integrity*, vol. 2, pp. 2650-2658, 2016.
- [29] M. R. Y. D. N. S. Iman Eshraghi, «Effect of subset parameters selection on the estimation of mode-I stress intensity factor in a cracked PMMA specimen using digital image correlation,» *Polymer Testing*, vol. 37, pp. 193-200, 2014.
- [30] G. S.W.Boyd., «Speckle pattern quality assessment for digital image correlation,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 51, pp. 1368-1378, 2013.
- [31] G. V. G. Knauss, «Submicron deformation field measurements: Part 2. Improved digital image correlation,» *Experimental Mechanics*, vol. 38, nº 2, pp. 86-92, 1998.
- [32] I. Correlated Solutions, «Digital Image Correlation: Overview of Principles and Software,» de *University of South Carolina*, South Carolina USA, 2009.
- [33] S. Y. P. C. Riccardella, «Twenty Years of Fracture Mechanics and Flaw Evaluation Applications in the ASME Nuclear Code,» *Journal of Pressure Vessel Technology*, vol. 113, pp. 145-153, 1991.
- [34] R. G. B. &. J. K. Nisbett., Shigley's Mechanical Engineering Design, México: McGRAW-HILL, 2012.
- [35] H. L. a. W. R. Edwals, Fracture Mechanics, Edward Arnol Publication, 1989.
- [36] H. Westergaard, «Fracture Mechanics Trans., ASME,» J. Appl. Mech, vol. 61, pp. 49- 61, 1939.
- [37] S. R. B.N. Rao, «An efficient meshless method for fracture analysis of crack,» *Computation Mechanics*, vol. 26, pp. 398-408, 2000.
- [38] J. P. S. D. Daxini, «A Review on Recent Contribution of Meshfree Methods to Structure and Fracture Mechanics Applications,» *The Scientific World Journal*, vol. 2014, pp. 56-69, 2014.
- [39] P. J. T. P. M. Behzad V. Farahani, «Stress intensity factor calculation through thermoelastic analysis, finite element and RPIM meshless method,» *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 183, pp. 66-78, 2017.

- [40] G. E. Blandford, «Two-dimensional stress intensity factor computations using the boundary element method,» *International Journal for Numerical Methods in Engineeing*, vol. 17, pp. 387-404, 1981.
- [41] A. M.H., «A new generation of boundary element methods in fracture mechanics,» *International Journal of Fracture*, vol. 86, pp. 91-125, 1997.
- [42] C. A. B. a. J. Dominguez, Boundary Elements-An Introductory Course, Southampton, U.K: Computational Mechanics Publications, 1989.
- [43] M. H. A. A. Portela, «The dual boundary element method: effective implementation for crack problems,» *International Journal for numerical methods in Enginnering*, vol. 33, pp. 1269-1287, 1992.
- [44] P. Wriggers, Nonlinear Finite Element Methods, Germany: Springer-Verlag Berlin HeidelberG, 2008.
- [45] M. Méité, «Mixed mode fracture properties characterization for wood by Digital Images Correlation and Finite Element Method coupling,» *Engineering Fracture Mechanics*, pp. 86-100, 2013.
- [46] M. M. Majid R. Ayatollahi, «Digital image correlation method for calculating coefficients of Williams expansion in compact tension specimen,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 90, pp. 26-33, 2017.
- [47] R. G. Budynas, Shigley's mechanical engineering design, Missouri University of Science and Technology: Mcgraw-Hill , 2014.
- [48] ASTM, «Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials,» de *Annual Book of ASTM Standards*, ASTM International, 2008.
- [49] A. International, «Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials,» de *Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials*, ASTM International, 2008.
- [50] G. S. J.M.Dulieu-Barton, «Speckle pattern quality assessment for digital image correlation,» *Optics and Lasers in Engineering*, pp. 1368-1378, December 2013.
- [51] H. R. M. Sander, «Lifetime predictions for real loading situations concepts and experimental results of fatigue crack growth,» *International Journal of Fatigue*, vol. 25, pp. 999-1005, 2003.
- [52] W. P. S. R. McNEILL, «Estimation of stress intensity factor by digital image correlation,» *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 28, nº 1, pp. 101-112, 1987.
- [53] M. A., F. B. M. Rashidi Moghaddam, «Mixed Mode Fracture Analysis Using Generalized Averaged Strain Energy Density Criterion for Linear

Elastic Materials,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 120, pp. 137-145, 2017.

[54] M. Z. Y. T. J.R. Yates, «Quantifying crack tip displacement fields with DIC,» *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 77, pp. 2063-2076, 2010.