



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de Pachuca

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE PACHUCA

INSTRUMENTACIÓN DE UN BANCO DE PRUEBAS PARA ANÁLISIS DE VIBRACIONES EN UN SISTEMA ROTOR- CHUMACERA.

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA
PRESENTA

JUAN CARLOS MARIN SORIANO

DIRECTOR:
DR. HUGO FRANCISCO ABUNDIS FONG

SINODALES:
DR. LUIS GERARDO TRUJILLO FRANCO (CO-DIRECTOR)
DR. IGNACIO RAMIREZ VARGAS

Pachuca de Soto, Hidalgo septiembre de 2021



Carretera México-Pachuca Km. 87.5, Col. Venta Prieta,
Pachuca, Hidalgo. C.P. 42080 A.P. 276
Tels.: (771) 7105251, 170 0301, 170 0345 y 170 0687
tecnm.mx | pachuca.tecnm.mx





EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de Pachuca
División de Estudios de Posgrado e Investigación

Pachuca, Hidalgo, 24/Agosto/2021
OFICIO No. DEPI-74-21

**C. ING. JUAN CARLOS MARÍN SORIANO
PRESENTE**

La que suscribe, jefa de la División de Estudios de Posgrado e Investigación, le comunica que los miembros de la Comisión Revisora, designada por el Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica para examinar su Tesis:

Instrumentación de un Banco de Pruebas para
el Análisis de Vibraciones en un Sistema Rotor-
Chumacera

se han reunido, y después de intercambiar opiniones manifiestan su aprobación de la Tesis, en virtud que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes y, en consecuencia, se autoriza su impresión.

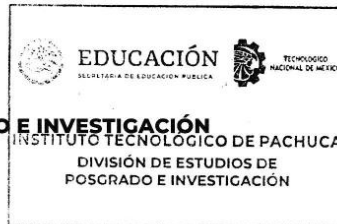
Sin otro particular por el momento, quedo de Usted.

ATENTAMENTE

El Hombre Alimenta el Ingenio en Contacto con la Ciencia

M. A. C. ELODIA CLAUDIA GUERRERO ORTIZ
JEFA DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

C.p. Archivo
ECCO/LMPP



Carretera México-Pachuca Km. 87.5, Col. Venta Prieta,
Pachuca, Hidalgo. C.P. 42080 A.P. 276
Tels.: (771) 7105251, 170 0301, 170 0345 y 170 0687
tecnm.mx | pachuca.tecnm.mx





Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica

ACTA

Siendo las 13:00 horas del 19 de febrero de 2020, reunidos a distancia, el Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica manifiesta la APROBACIÓN del tema de Tesis: *Instrumentación de un Banco de Pruebas para el Análisis de Vibraciones en un Sistema Rotor-Chumacera*, con el siguiente contenido:

- Resumen/Abstract
- Nomenclatura
- Contenido
- Índice de cuadros, gráficas y figuras.
- 1- Introducción
- 2- Estado del arte
- 3- Marco teórico
- 4- Materiales y métodos
- 5- Resultados
- Conclusiones
- Bibliografía
- Apéndices

Para cubrir el requisito correspondiente a la Tesis para que el Ing. Juan Carlos Marín Soriano obtenga el grado de Maestro en Ingeniería Mecánica, bajo la dirección del Dr. Hugo Francisco Abundis Fongy del Dr. Luis Gerardo Trujillo Franco.

ATENTAMENTE

El Hombre Alimenta el Ingenio en Contacto con la Ciencia

EL CONSEJO DE POSGRADO

 Dr. Hugo Francisco Abundis Fong	 Dr. Armando Irvin Martínez Pérez	 Dr. Luis Manuel Palacios Pineda
 Dra. Erika Osiris Ávila Dávila	 Dr. Ignacio Ramírez Vargas	 Dr. Edgar Ernesto Vera Cárdenas
 Dra. Marisa Moreno Ríos	 Dr. Juan Serrano Arellano	 Dr. Valente Hernández Pérez



Agradecimientos

Me gustaría agradecer a toda mi familia en especial a mis padres Marta Elva y José Enrique por la educación y motivación que me han brindado. A mis hermanos que siempre han tenido el tiempo para darme consejos.

Agradezco también al Dr. Luis Gerardo Trujillo Franco, por su paciencia y disposición para apoyarme en la realización del presente proyecto. Al Dr. Hugo Francisco Abundis Fong, por facilitar las herramientas necesarias y el apoyo brindado. Al Dr. Ignacio Ramírez Vargas, por las observaciones que siempre fueron para una mejora del trabajo.

A mis compañeros de generación que compartieron esta experiencia conmigo y de quienes he aprendido mucho en diversos aspectos.

Finalmente agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada.

Resumen

El objetivo de este trabajo es validar las frecuencias naturales teóricas de un sistema rotor chumacera experimental. Para alcanzar el objetivo se calcularon los modos de vibración del sistema utilizando un modelo de elemento finito, mientras que la validación experimental se llevó a cabo haciendo uso de herramientas de software y hardware libre, la instrumentación del banco de pruebas incluye los sistemas electromecánicos y electrónicos para su correcto funcionamiento. Posteriormente se aplicó la técnica de identificación de parámetros modales utilizando una rutina de software desarrollada para tal efecto. El equipo se encuentra ubicado en el Laboratorio de posgrado del Instituto Tecnológico de Pachuca y será utilizado para la enseñanza de fundamentos de análisis de vibraciones y fallas en maquinaria rotativa, cabe mencionar que este proyecto está inspirado en la estrategia educativa de “aprender haciendo”, puesto que esto permitirá a los estudiantes validar modelos matemáticos o de elemento finito como en este trabajo.

Abstract

The objective of this work is to validate the theoretical natural frequencies of an experimental rotor-bearing system. To achieve the objective, the vibration modes of the system were calculated using a finite element model, while the experimental validation was carried out using free software and hardware tools, the instrumentation of the test bench includes the electromechanical and electronic systems. for its correct operation. Subsequently, the modal parameter identification technique was applied using a software routine previously developed. The instrumented obtained is located in the Graduate Laboratory of the Technological Institute of Pachuca and will be used to teach the fundamentals of analysis of vibrations and failures in rotating machinery, it is worth mentioning that this project is inspired by the educational strategy of "learning by doing", since this allowed the students to validate mathematical or finite element models as in this work.

Contenido

<i>Resumen</i>	<i>IV</i>
<i>Abstract</i>	<i>IV</i>
<i>Contenido</i>	<i>V</i>
<i>Lista de Tablas</i>	<i>VIII</i>
<i>Lista de Figuras</i>	<i>IX</i>
<i>Capítulo 1</i>	<i>1</i>
<i>Introducción</i>	<i>1</i>
1.1 Planteamiento del problema	2
1.2 Justificación	2
1.3 Objetivos	2
1.3.1 General	2
1.3.2 Específicos	2
1.4 Organización de la tesis	2
<i>Capítulo 2</i>	<i>4</i>
<i>Estado del arte</i>	<i>4</i>
2.1 Antecedentes de bancos de pruebas	5
<i>Capítulo 3</i>	<i>11</i>
<i>Marco Teórico</i>	<i>11</i>
3.1 Características de un sistema vibratorio	11
3.2 Frecuencia natural	11
3.3 Resonancia	11
3.4 Movimiento armónico simple	11
3.5 Análisis de vibraciones mecánicas	12
3.5.1 Método de la energía	12

3.5.2	Método de Lagrange.....	13
3.5.3	Leyes de newton.....	13
3.5.4	Sistemas de un grado de libertad.....	13
3.5.5	Sistemas de multiples grados de libertad	14
3.6	Análisis modal	14
3.6.1	Problema de valores propios	15
3.6.2	Transformada de Laplace	17
3.6.3	Función de transferencia y función de respuesta en frecuencia.....	17
3.6.4	Series de Fourier y transformada de Fourier.....	18
3.7	Análisis modal experimental.....	19
3.7.1	Técnicas de análisis modal en el dominio de la frecuencia.....	20
3.7.2	Método de Peak-Picking	20
3.7.3	Transductores	21
3.7.4	Análisis y procesamiento de señales	22
3.8	MATLAB®.....	22
3.8.1	Series temporales.....	22
3.8.2	Importar y analizar datos.....	22
3.8.3	SIMULINK®	23
3.8.4	Caja de herramientas de identificación de sistemas	23
3.9	Instrumentación	23
<i>Capítulo 4</i>	<i>.....</i>	<i>25</i>
<i>Material y Métodos</i>	<i>.....</i>	<i>25</i>
4.1	Ubicación	25
4.2	Descripción del prototipo	25
4.2.1	Características técnicas del rotor con 1 y 2 discos	25
4.3	Modelo matemático.....	27
4.4	Método de elemento finito.....	27
4.5	Uso de algunas Herramientas de MATLAB®.....	28

4.6 Instrumentación complementaria	29
4.7 Extracción de parámetros modales en base a la simulación	29
<i>Capítulo 5.....</i>	<i>30</i>
<i>Resultados</i>	<i>30</i>
5.1 Respuesta del sistema	30
5.1.1 Modelo del sistema.....	30
5.1.2 Derivación de las ecuaciones de movimiento	31
5.2 Resultados del análisis de elemento finito.....	32
5.2.1 Resultados de esfuerzos de VonMises	32
5.2.2 Resultados de Desplazamientos	34
5.2.3 Resultados de Análisis frecuencial.....	35
5.3 Instrumentación	37
5.4 Validación	44
5.5 Extracción de parámetros modales	44
5.5.1 Prueba con martillo de impacto.....	44
5.5.2 Prueba con rampa de velocidad.....	46
<i>Conclusiones</i>	<i>50</i>
<i>Referencias.....</i>	<i>51</i>
<i>Anexos</i>	<i>55</i>

Lista de Tablas

Tabla 3.1 <i>Tipos de FRF</i>	18
Tabla 3.2 <i>Clasificación de instrumentos de control y automatización</i>	24
Tabla 4.1 <i>Datos del eje</i>	25
Tabla 4.2 <i>Datos del disco</i>	26
Tabla 5.1 <i>Estimaciones utilizando el método de Rayleigh</i>	44
Tabla 5.2 <i>Frecuencias obtenidas en SolidWorks</i>	44
Tabla 5.3 <i>Parámetros modales obtenidos con la prueba de rampa de velocidad</i>	48
Tabla 5.4 <i>Comparación de frecuencias naturales</i>	49

Lista de Figuras

Figura 2.1 Banco de pruebas presentado en [23].	7
Figura 2.2 Banco de ensayos modales perteneciente al laboratorio del departamento de Ingeniería Mecánica de la universidad del BIO-BIO [27].	8
Figura 2.3 Banco de pruebas experimentales utilizado en [29].	9
Figura 2.4 Banco de pruebas empleado [30].	10
Figura 3.1 Leyes de Newton.	13
Figura 3.2 Sistema masa-resorte-amortiguador.	14
Figura 3.3 Métodos de análisis modal.	19
Figura 3.4 Tipos de transductores usados para la medición de vibraciones.	21
Figura 4.1 Configuraciones para diferentes pruebas.	26
Figura 4.2 Pasos para determinar el comportamiento de un sistema vibratorio [31].	27
Figura 4.3 Metodología empleada en SolidWorks®.	28
Figura 4.4 Diagrama de bloques en SIMULINK®.	28
Figura 5.1 Vista isométrica sistema rotor-chumacera.	30
Figura 5.2 Sistema en diferentes planos.	30
Figura 5.3 Diagrama esquemático de un sistema rotor chumacera.	31
Figura 5.4 Resultados de esfuerzos de VonMises SolidWorks®.	33
Figura 5.5 Secciones con mayores esfuerzos.	33
Figura 5.6 Resultados de esfuerzos de VonMises con condiciones de frontera diferente.	34
Figura 5.7 Sección de esfuerzos máximos.	34
Figura 5.8 Resultados de desplazamientos.	35
Figura 5.9 Resultados de desplazamientos con diferente frontera.	35
Figura 5.10 Primer modo de vibración.	36
Figura 5.11 Primer modo de vibración con diferente frontera.	36
Figura 5.12 Segundo modo de vibración.	37
Figura 5.13 Segundo modo de vibración con condiciones de frontera diferentes.	37
Figura 5.14 Motor ABB 1 Hp.	38
Figura 5.15 Características técnicas del motor ABB.	38
Figura 5.16 Cople presisa tipo estrella.	39
Figura 5.17 Rodamientos rígido de bolas.	39

Figura 5.18 <i>Placa acero AISI 1018.</i>	40
Figura 5.19 <i>Niveladores soporte de motor.</i>	40
Figura 5.20 <i>Resultados VonMises de la placa base del motor.</i>	41
Figura 5.21 <i>Ensamble del sistema.</i>	41
Figura 5.22 <i>Variador de velocidad.</i>	42
Figura 5.23 <i>Conexiones eléctricas del sistema.</i>	42
Figura 5.24 <i>Acelerómetro de 3 ejes ADXL335.</i>	43
Figura 5.25 <i>Arduino DUE.</i>	43
Figura 5.26 <i>Prueba con excitación tipo impacto.</i>	45
Figura 5.27 <i>Respuesta temporal de prueba con excitación tipo impacto.</i>	45
Figura 5.28 <i>Respuesta en frecuencia de prueba con excitación tipo impacto.</i>	46
Figura 5.29 <i>Prueba con rampa de velocidad.</i>	46
Figura 5.30 <i>Respuesta dinámica del sistema.</i>	47
Figura 5.31 <i>Respuesta en frecuencia de la prueba con rampa de velocidad.</i>	47
Figura 5.32 <i>Respuesta obtenida utilizando la herramienta llamada “systemIdentification” de MATLAB®.</i>	48

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad, el estudio de vibraciones mecánicas es de gran interés debido a que, por citar un ejemplo, las máquinas rotativas (que se utilizan en la mayoría de las industrias) experimentan, en mayor o menor grado, los efectos de las vibraciones, las cuales pueden ser el resultado de defectos mecánicos o de causas inherentes a la forma en que dicho equipo trabaja [1]. Las fallas en las piezas rotativas a menudo son causadas porque las máquinas operan a velocidades de rotación altas, por ello, los métodos basados en análisis de vibración se usan para el monitoreo del estado de la máquina [2] [3].

Las técnicas de la mecánica experimental permiten la validación de modelos matemáticos y de elemento finito, tal es el caso de este trabajo en el cual el objetivo principal fue realizar la instrumentación del banco de pruebas presentado en [4] para después realizar un análisis de vibraciones y de esta manera determinar las frecuencias naturales del mismo.

El estudio de vibraciones mecánicas es complicado si solo se enfoca de forma analítica, sin embargo, en la actualidad contamos con herramientas tecnológicas que facilitan muchos procesos. El utilizar estas herramientas para la enseñanza de vibraciones mecánicas es una manera de transformar algo complejo en algo que el estudiante puede interpretar de manera fácil. El poder realizar prácticas experimentales que tengan relación con las vibraciones mecánicas facilita el entendimiento en estas áreas que generalmente suelen ser muy complejas.

Las investigaciones en rotodinámica buscan mejorar la estabilidad de los sistemas rotatorios, dichos sistemas experimentan vibraciones durante su operación, las cuales pueden ser generadas por inestabilidad, desbalanceo dinámico, desalineamiento, entre otras [5]. Esta formación en mecánica experimental no solo le permiten al estudiante de posgrado obtener conocimientos y competencias que le permiten continuar con su formación en el ámbito científico, ya que se ha obtenido una formación multidisciplinaria en la cual se han involucrado áreas tales como diseño mecánico, análisis de elemento finito, análisis de vibraciones, análisis de señales y un importante trabajo de mecánica experimental, sino que también lo capacita para entender de una forma más sistemática y profunda el funcionamiento del equipo de pruebas de vibraciones presente en la industria, sobre todo en las áreas de investigación y desarrollo de nuevos productos utilizados en los centros de ingeniería de la industria automotriz, la industria aeroespacial, entre otras.

Con el desarrollo del proyecto se contribuyó a generar recursos didácticos ya que se instrumentó un banco de pruebas rotodinámicas, posteriormente se realizó un análisis de vibraciones y así se validaron las frecuencias naturales del sistema, el equipo se encuentra ubicado en el Laboratorio de Posgrado en el Instituto Tecnológico de Pachuca, y para su instrumentación se requirió el uso de una placa metálica, acelerómetros, un motor trifásico, un variador de frecuencia, un botón de paro de emergencia, un riel din de 35 mm, un interruptor termo-magnético y una tarjeta de adquisición de datos conectada a una computadora con MATLAB®-SIMULINK®.

1.1 Planteamiento del problema

En la actualidad existe una creciente necesidad de formar ingenieros y especialistas en el área de ingeniería mecánica, para que entiendan y apliquen correctamente las técnicas que le permitan la validación experimental de modelos matemáticos y de elemento finito utilizados en los centros de ingeniería de las diferentes industrias.

1.2 Justificación

Con el desarrollo del proyecto se contribuye a generar recursos didácticos. Este material didáctico coadyuva a la formación de los estudiantes del posgrado en mecánica del Instituto Tecnológico de Pachuca en el área de la mecánica experimental. De igual manera el tesista obtiene una formación multidisciplinaria en la que involucra diseño mecánico, análisis de elemento finito, análisis de señales y un importante trabajo de mecánica experimental.

1.3 Objetivos

1.3.1 General

- Instrumentar y analizar un banco de pruebas de rotodinámicas, de manera que se obtengan sus parámetros modales: frecuencias naturales, factores de amortiguamiento y modos de vibración.

1.3.2 Específicos

- Realizar la instrumentación necesaria para la puesta en marcha del equipo.
- Efectuar un análisis de elemento finito utilizando el software SOLIDWORKS®.
- Aplicar las técnicas de identificación de parámetros modales.

1.4 Organización de la tesis

El presente trabajo de tesis se encuentra organizado de la siguiente manera.

1. En el capítulo 1 se presenta una introducción al trabajo de investigación, se muestran algunos antecedentes referentes al tema y también se exponen los objetivos del mismo.

2. En el capítulo 2 se muestran los antecedentes históricos de bancos de pruebas experimentales comenzando desde los primeros trabajos hasta los más recientes.
3. En el capítulo 3 se describen las bases para realizar un análisis de vibraciones, posteriormente se presentan características del análisis modal y al final una reseña de lo que es el análisis modal experimental.
4. En el capítulo 4 se presentan las características del sistema y las diferentes metodologías que se utilizaron para plantear una solución al sistema.
5. En el capítulo 5 se exhiben los resultados más relevantes obtenidos al aplicar los métodos presentados en el capítulo 4.
6. En el capítulo 6 se presentan las conclusiones del trabajo de tesis.

Capítulo 2

Estado del arte

Los orígenes de la teoría de la vibración se remontan al diseño y desarrollo de instrumentos musicales. Se sabe que los tambores, flautas e instrumentos de cuerda existieron en China e India durante varios milenios a.C. Además, los antiguos egipcios y griegos exploraron el sonido y la vibración tanto desde el punto de vista práctico como analítico, como ejemplo, el filósofo, matemático y músico griego Pitágoras que vivió durante 582 a 502 a.C.; experimentó con sonidos generados por herreros y los relacionó con música y física. Además, los chinos desarrollaron un sismógrafo mecánico en el siglo II d.C. [6].

La base de la teoría moderna de la vibración probablemente fue establecida por científicos y matemáticos como Robert Hooke (1635–1703), que experimentó con la vibración de las cuerdas; Sir Isaac Newton (1642–1727), quien estableció el cálculo y las leyes del movimiento para analizar las vibraciones; Daniel Bernoulli (1700–1782) y Leonard Euler (1707–1783), quienes estudiaron las vibraciones y también exploraron la dinámica y la mecánica de fluidos; Joseph Lagrange (1736–1813), quien estudió la vibración de las cuerdas y también exploró el enfoque energético para formular ecuaciones de dinámica; Charles Coulomb (1736–1806), que estudió las vibraciones torsionales y la fricción; Joseph Fourier (1768–1830), quien desarrolló la teoría del análisis de frecuencia de señales; y Simeon-Denis Poisson (1781–1842), quienes analizaron la vibración de las membranas y también analizaron la elasticidad (relación de Poisson) [6].

Como resultado de la revolución industrial y los desarrollos asociados a las turbinas de vapor y otras máquinas rotativas, surgió una necesidad urgente de desarrollo en el área de análisis, diseño, medición y control de la vibración. Es así que, entre los contribuyentes notables de la historia reciente, se encuentran Rankine (1820–1872), que estudió las velocidades críticas de los ejes; Kirchhoff (1824–1887), quien analizó la vibración de las placas; Rayleigh (1842–1919), quien hizo contribuciones a la teoría del sonido y la vibración, desarrolló técnicas computacionales para determinar las vibraciones naturales; de Laval (1845–1913), que estudió el problema del equilibrio de los discos giratorios; Poincaré (1854–1912), que analizó las vibraciones no lineales; y Stodola (1859–1943), quien estudió las vibraciones de rotores, cojinetes y sistemas continuos [6].

2.1 Antecedentes de bancos de pruebas

Los conceptos de vibraciones han sido usados por muchos siglos en aplicaciones prácticas. Muchos de los recientes desarrollos en el campo de vibraciones son motivados quizá por dos razones principales: una debido a que las velocidades de operación de maquinaria se han incrementado en los últimos 50 años, y la otra, porque los diseños óptimos de maquinarias y estructuras consisten en miembros ligeros con altos esfuerzos, tales como puentes, edificios, teleféricos, aviones [7].

El análisis de las vibraciones mecánicas es considerado en el ámbito industrial como una técnica de mantenimiento predictivo, ya que contribuye en detectar el comienzo de una futura avería o fallas ya desarrolladas y a la vez permite disponer de las herramientas necesarias para analizar la causa del problema que se está generando. Las vibraciones que ocurren en cualquier máquina rotativa y en sus estructuras circundantes, es el resultado de defectos mecánicos o de causas inherentes a la forma en que dicho equipo trabaja, es decir a su diseño y construcción [1].

Aunque, como se mencionó anteriormente el análisis de vibraciones tiene gran importancia en la industria e investigación, en muchos cursos de ingeniería los estudiantes tienen dificultad de visualizar los conceptos teóricos presentados. Los problemas de los libros de texto son útiles, pero aun así el estudiante suele tener dificultad en visualizar cual es el significado físico de un problema matemático. Es por ello que, el estudio de sistemas rotativos en los programas de licenciatura y posgrado requiere de equipo y estrategias didácticas que permitan a los alumnos adquirir de manera experimental los conceptos correspondientes a este tema, además, el modelado matemático y el análisis numérico de dichos sistemas son también herramientas de vital importancia [8], [9].

El medio más confiable para obtener un modelo que describa el comportamiento dinámico de una máquina implica un procedimiento experimental, ya que refleja de una mejor manera el comportamiento del sistema. Sin embargo, las máquinas que contienen elementos giratorios a menudo son difíciles de modelar de manera confiable utilizando la teoría, principalmente debido a las incertidumbres inherentes en cuanto a las condiciones operativas y de contorno y, en estos casos, las pruebas experimentales realizadas adecuadamente son, con mucho, el enfoque más confiable [10].

Por esta razón, una de las herramientas prácticas para la enseñanza de vibraciones mecánicas es el uso de bancos de pruebas, los cuales son instrumentos diseñados para estudiar el efecto de las vibraciones en los mecanismos comunes de la industria, el prototipo tiene la característica de ser ajustable a diferentes configuraciones, medir algunas magnitudes, analizar su comportamiento,

comprobar el diagnóstico y las opciones correctivas, lo cual para la parte educativa resulta muy didáctico ya que permite estudiar la respuesta dinámica que cada componente presenta ante estas manifestaciones y así poder mejorar los elementos [11].

Los estudios dinámicos de máquinas rotativas generalmente se realizan utilizando, por un lado, modelos de elementos de viga que representan la posición del eje giratorio en un marco inercial y, por otro lado, modelos de rotor de Fourier tridimensional (3D) o bidimensional (2D) representado en el marco giratorio. La primera representación se usa generalmente para el análisis de estabilidad y la predicción de la respuesta dinámica global bajo cargas desequilibradas, teniendo en cuenta los efectos giroscópicos. En algunos casos (rotor agrietado, por ejemplo), las matrices de masa y/o rigidez utilizadas en el análisis dependen del tiempo y el análisis requiere herramientas mucho más complejas [12].

Los primeros trabajos sobre modelos de este tipo se presentan en [13] donde se describen las vibraciones de los rotores con soporte elástico para el caso de rotores simétricos colgados en un eje elástico, y en [14] para los casos en que las rigideces de soporte giratorias o no giratorias, son asimétricas.

El primer modelo de máquinas rotativas asimétricas fue realizado por [15] utilizando osciladores rotativos simples con rigidez isotrópica. De hecho, para estos modelos académicos, las ecuaciones de Hill se establecen y resuelven fácilmente en [16]. La extensión a las coordenadas estacionarias de los modelos de elementos finitos es tratada en [17] para rotores asimétricos, y en [18], [19] para rotores y soportes anisotrópicos. Aún en el marco inercial, un análisis modal para rotores que varían periódicamente en el tiempo es sugerido en [20], [21], el cual permite un tiempo de cálculo razonable para modelos de rotor simple (con imperfección de forma, grietas transversales). Sin embargo, la representación estándar en el marco inercial limita las investigaciones al modelado de ejes giratorios con elementos de viga [12].

Algunos trabajos más recientes respecto a este tema son como los que se describen en [22] donde para el análisis de vibraciones (estabilidad, espectro de frecuencia) de máquinas rotativas asimétricas con múltiples grados de libertad, se establece un modelo de elementos finitos totalmente en 3D que incluye acoplamiento de estator y rotor. Otro trabajo importante es el realizado en [23] donde se propone un banco de pruebas (mostrado en la Figura 2.1), el cual es capaz de simular desalineación, desequilibrio de componentes rotativos y deterioro de los rodamientos, y además, en comparación con los bancos de prueba comerciales, está constituido

por: motor eléctrico, eje, acoplamiento, cojinetes y un disco perforado, la mayoría de ellos componentes reciclados.

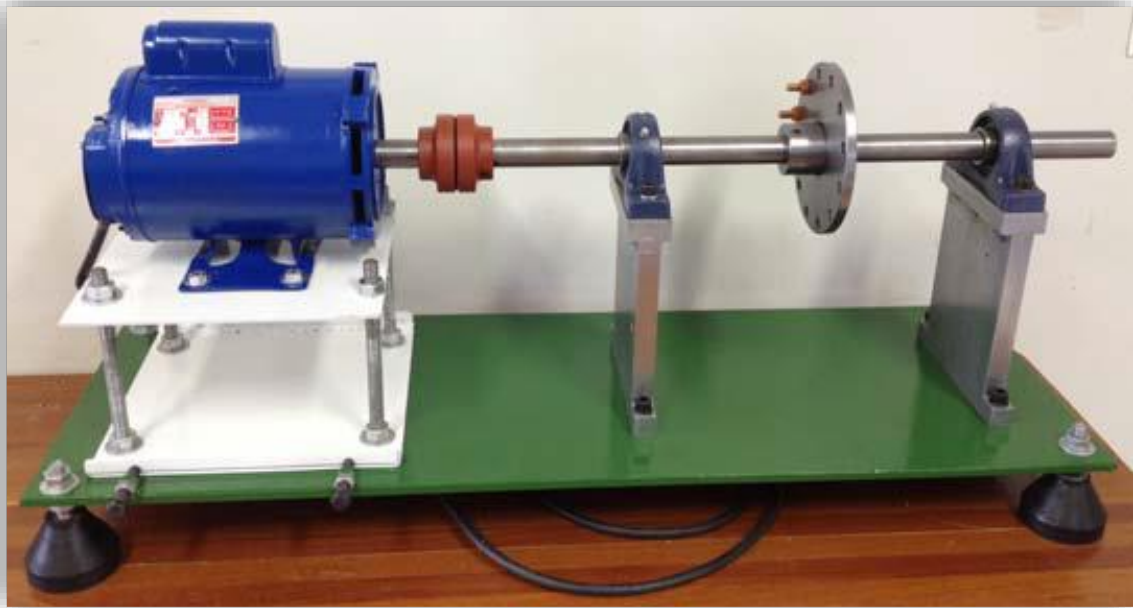


Figura 2.1 Banco de pruebas presentado en [23].

Por otra parte en [24] presenta un excitador de vibración electrodinámico que es capaz de simular excitación tridimensional desacoplada (unidireccional) y acoplada en entornos mecánicos. El modelo propuesto consta de tres agitadores electromagnéticos (para excitación mecánica), además de un circuito de control eléctrico robusto diseñado para regular los componentes del banco de pruebas a través de una interfaz gráfica de usuario de desarrollo propio.

En Latinoamérica también existen investigaciones enfocadas en el comportamiento de la vibración, entre ellas destaca el trabajo que se muestra en [25] de la Universidad Tecnológica de Pereira, el cual presenta un banco de pruebas de laboratorio para simular desalineamiento y desbalanceo mecánico de partes rotodinámicas. Otro trabajo es el presentado en [11] donde se describe la metodología empleada en la elaboración de un banco de pruebas para el análisis de vibraciones en máquinas rotatorias.

En [26] se diseñó un eje rotor para prácticas experimentales en el área de vibraciones mecánicas, el cual constaba de un eje de acero ASTM 1045 estirado en frío, soportado en sus extremos de dos chumaceras, los cuales se encuentran montados sobre la base de la estructura, fijado al eje. El eje era impulsado mediante un acoplamiento directo por un motor de $\frac{1}{4}$ hp (186 watts) marca SIEMENS, para la medición utilizaron acelerómetros, este dispositivo está conectado

al sistema de adquisición de datos, el cual consiste en un microcontrolador Arduino que procesaba los datos registrados por el acelerómetro, además de permitir la visualización por medio de una computadora del comportamiento dinámico del eje.

Más recientemente, en [1] diseñaron una máquina para la medición de vibraciones mecánicas, con el fin de desarrollar experimentos basados en el fenómeno de agrietamiento, mediante teorías y cálculos de diseño mecánico.

En [27] se recuperó un banco de ensayos modales perteneciente al laboratorio del departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad del BÍO-BÍO (ver Figura 2.2). Se crearon programas en LabVIEW los cuales ayudan con la captura, procesamiento y lectura de los datos que se obtienen de manera experimental. En dicho trabajo se obtienen dos frecuencias naturales de manera experimental. Del mismo modo se compararon los resultados obtenidos de forma experimental con los de elementos finitos. Además, menciona que algunos factores como lo son: la posición de los acelerómetros, la masa de los mismos y la base del shaker pudieron influir en el análisis experimental.



Figura 2.2 Banco de ensayos modales perteneciente al laboratorio del departamento de Ingeniería Mecánica de la universidad del BÍO-BÍO [27].

Del mismo modo en [28] se propone una metodología la cual combina las formas modales identificadas por análisis modal clásico u operativo. Utiliza un modelo de elementos finitos o un método alternativo y aceleraciones experimentales medidas en distintos puntos discretos de la estructura. La técnica fue validada mediante pruebas experimentales realizadas sobre una viga de vidrio.

Otro trabajo realizado es en [29] donde estudia el análisis de vibraciones de los defectos de los rodamientos de elementos rodantes, el banco de pruebas utilizado para realizar los experimentos se ilustra en Figura 2.3. El sistema consta de un eje de 850 mm de longitud y un diámetro de 19.05 mm, se utiliza un motor de inducción de CA trifásico de $\frac{1}{2}$ Hp, el tipo de rodamiento utilizado es de bolas MB-ER-12K, La vibración del rodamiento se mide por cuatro acelerómetros con un rango de frecuencia de 0.5 a 10 kHz. Los acelerómetros están montados a 90° en las carcasas de los cojinetes. El sistema de adquisición de datos se compone de una tarjeta DAQ que proporciona cuatro canales para la adquisición de respuesta vibratoria y un canal para la adquisición de la velocidad de rotación.

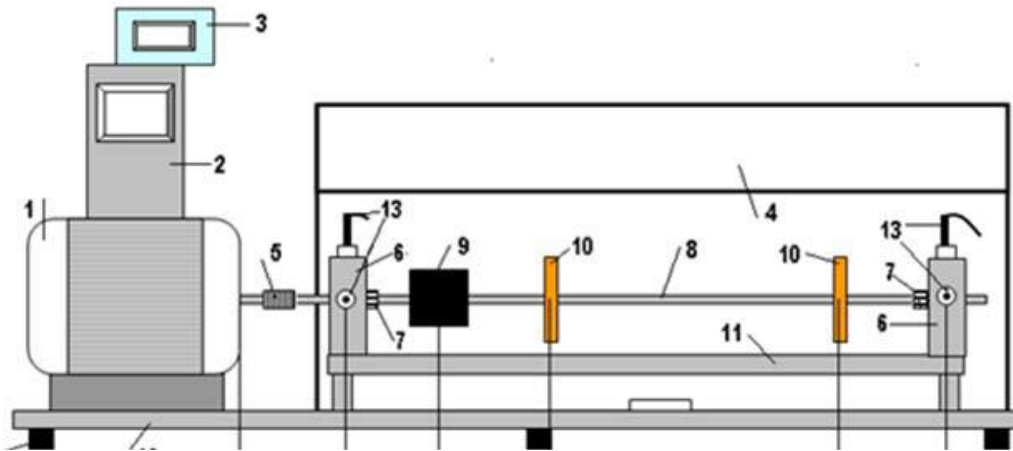
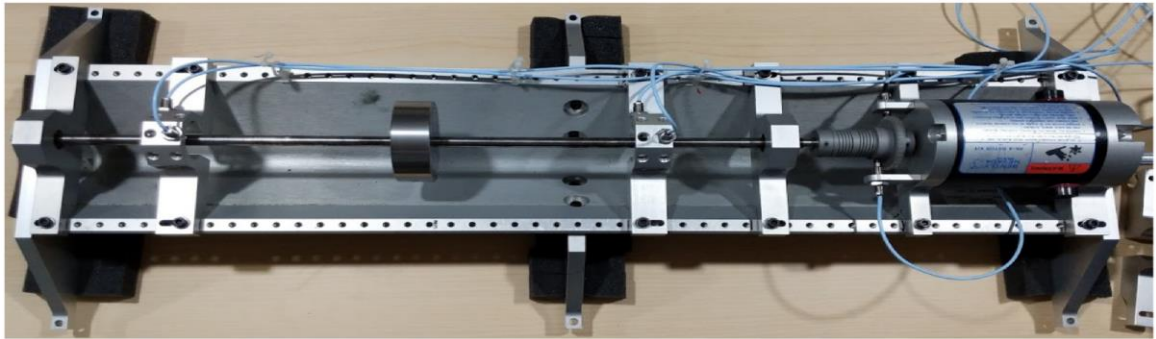
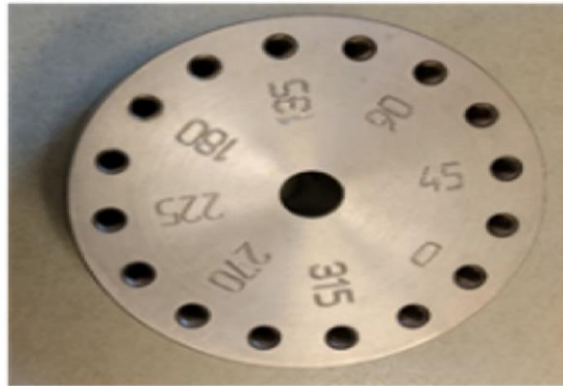


Figura 2.3 Banco de pruebas experimentales utilizado en [29].

Más reciente en [30] se exploró experimentalmente y luego se examinó teóricamente las vibraciones laterales de un sistema de rotor Jeffcott. En el experimento se usaron tres estados de desequilibrio, las pruebas realizadas fueron utilizando el kit-rotor entre cojinetes Bently Nevada® RK4 (Figura 2.4). Los datos se utilizaron para construir el modelo matemático, que se basa en el método de Lagrange en donde se encontró que el modelo era válido y preciso para predecir la respuesta del sistema real en la condición rígida con un error máximo del 5%. Por otro lado, el modelo no fue capaz de predecir la respuesta del sistema real cuando se presume un rotor flexible.



(a)



(b)

Figura 2.4 Banco de pruebas empleado [30].

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1 Características de un sistema vibratorio

Un sistema vibratorio, en general, incluye un medio para almacenar energía potencial (resorte o elasticidad), un medio para almacenar energía cinética (masa o inercia) y un medio por el cual la energía se pierde gradualmente (amortiguador). La vibración de un sistema implica la transformación de su energía potencial en energía cinética y de ésta a energía potencial, alternativamente. Si el sistema está amortiguado, parte de la energía se disipa en cada ciclo de vibración y debe reemplazarse por una fuente externa si se desea mantener un estado de vibración constante [31].

3.2 Frecuencia natural

La frecuencia natural es una propiedad dinámica del sistema que está determinada por su rigidez y su masa. Cada estructura tiene tantas frecuencias naturales y modos de vibración como grados de libertad. Estos modos se clasifican por la cantidad de energía que se activa en la oscilación; por lo tanto, la primera frecuencia natural es la que representa un nivel inferior de energía y por consiguiente es la que se activa con mayor probabilidad [32].

3.3 Resonancia

La resonancia es una condición dinámica que acontece cuando un cuerpo capaz de vibrar es sometido a una fuerza periódica, cuya frecuencia de excitación coincide con el valor de la frecuencia natural del sistema. Este fenómeno se caracteriza porque la respuesta del sistema crece indefinidamente, de forma lineal con el tiempo, lo que se interpreta como una condición de inestabilidad en el dominio de la frecuencia.

3.4 Movimiento armónico simple

El movimiento armónico es de igual manera el movimiento periódico más simple y se representa por medio de la ecuación (3.1) [33].

$$x = A \sin(\omega t) \quad (3.1)$$

donde A es la amplitud de oscilación y ω es frecuencia de excitación

Debido a que el movimiento se repite cada 2π se tiene la ecuación (3.2):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (3.2)$$

donde f es frecuencia de movimiento armónico.

La velocidad se obtiene al diferenciar el desplazamiento x con respecto al tiempo t obteniéndose la ecuación (3.3):

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = A\omega \cos(\omega t) \quad (3.3)$$

De igual forma, la aceleración se obtiene al diferenciar la velocidad con respecto al tiempo obteniéndose un resultado armónico como se observa en la ecuación (3.4):

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = -A\omega^2 \sin(\omega t) \quad (3.4)$$

3.5 Análisis de vibraciones mecánicas

Un sistema es dinámico si existen variables que dependen del tiempo. La respuesta de un sistema vibratorio suele depender tanto de las condiciones iniciales como de las excitaciones externas. La mayoría de los sistemas vibratorios son muy complejos, y es imposible considerar todos los detalles para un análisis matemático. En el análisis solo se consideran los detalles más importantes para predecir el comportamiento del sistema en condiciones de entrada específicas. [31].

3.5.1 Método de la energía

Para poder encontrar el modelo dinámico de un sistema rotor tipo Jeffcott que consta de una flecha flexible la cual es soportada en sus extremos por dos chumaceras con rodamientos de bolas se puede utilizar el método de Euler LaGrange, utilizar este método para derivar las ecuaciones de movimiento puede ser muy efectivo ya que utiliza el principio de conservación de la energía y se representa por medio de la ecuación (3.5) [33].

$$T + U = cte \quad (3.5)$$

donde T es la energía cinética del sistema almacenada en la masa y U es la energía potencial almacenada como energía elástica [33].

3.5.2 Método de Lagrange

El método para sistemas conservativos establecido por Euler-Lagrange consiste en definir a L como el Lagrangiano del sistema. La ecuación (3.6) es la forma compacta de la ecuación de Lagrange para un sistema conservador [34]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.6)$$

3.5.3 Leyes de Newton

En 1687 Isaac Newton publicó sus tres conocidas leyes Figura 3.1 [35]. La segunda ley de Newton (la ley de la aceleración), se puede describir por medio de la ecuación (3.7):

$$\sum \vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (3.7)$$

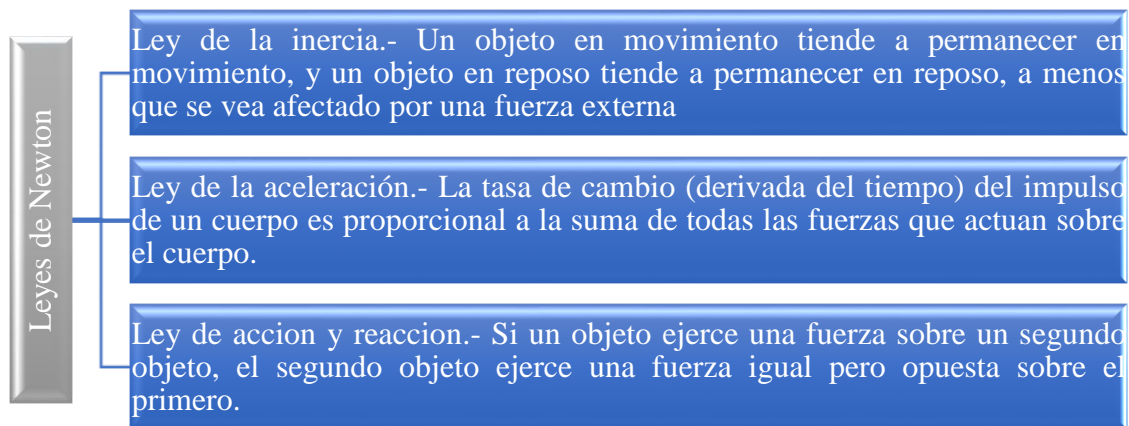


Figura 3.1 Leyes de Newton.

3.5.4 Sistemas de un grado de libertad

Primero es necesario asumir los componentes que contendrá el sistema, ya que este puede ser un sistema masa-resorte o masa-resorte-amortiguador. Se considera de un solo grado de libertad ya que solo permite un movimiento a lo largo de un eje de traslación (ver Figura 3.2) [35].

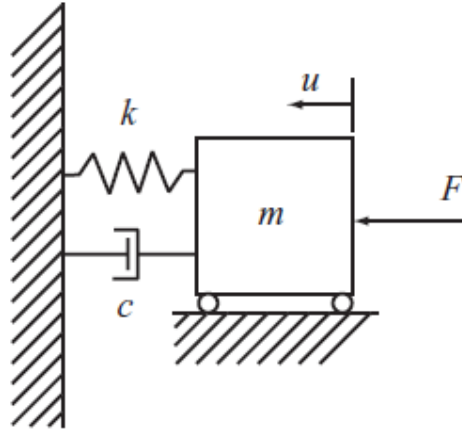


Figura 3.2 Sistema masa-resorte-amortiguador.

La ecuación (3.8) muestra el equilibrio de fuerzas de acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$m\ddot{x} = -c\dot{x} - kx + F(t) \quad (3.8)$$

3.5.5 Sistemas de múltiples grados de libertad

Las estructuras y los equipos de componentes mecánicos requieren más de dos grados y hasta n grados de libertad para describir su comportamiento. Las ecuaciones de movimiento para un sistema de n grados de libertad se pueden escribir de forma matricial como se observa en la ecuación (3.9) [34]:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (3.9)$$

donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son matrices de $n \times n$, $x(t)$ y $f(t)$ son vectores de dimensión $n \times 1$ los cuales se encargan de recoger las variaciones temporales de los desplazamientos y fuerzas generadas [34].

3.6 Análisis modal

Es una técnica para determinar las características dinámicas de un sistema la cual se basa en que la dinámica de una estructura es físicamente descompuesta en términos de frecuencias de resonancia, factores de amortiguamiento y patrones de desplazamiento. Se basa en el factor de respuesta vibratoria de un sistema dinámico lineal invariante en el tiempo y puede ser expresado como una combinación lineal de un grupo de movimientos armónicos simples llamados modos naturales de vibración [34].

3.6.1 Problema de valores propios

Siempre resulta más fácil el simplificar un sistema de MGD (múltiples grados de libertad) a un sistema de 2GDL (dos grados de libertad) por simplicidad y sin perder generalidad es posible utilizar esta simplificación si se selecciona a x_1 y x_2 como las coordenadas para describir el comportamiento del sistema, las ecuaciones de movimiento pueden ser derivadas como se muestra en las ecuaciones (3.10)-(3.11):

$$m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = 0 \quad (3.10)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + (k_2 + k_3)x_2 = 0 \quad (3.11)$$

Si las ecuaciones diferenciales anteriores se combinan se convierte en una sola matriz como se muestra en la ecuación (3.12):

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 \\ -k_2 & +(k_2 + k_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

la ecuación (3.13) es la representación general de una matriz de un sistema de MGD.

$$[M] \{\ddot{x}\} + [K] \{x\} = 0 \quad (3.13)$$

La solución matemática no trivial de la ecuación (3.13) es la presentada en la ecuación (3.14):

$$\{x\} = \{X\} \sin(\omega t) \quad (3.14)$$

cuando se sustituye la ecuación (3.14) en la ecuación (3.13) se obtiene la representación de un problema de valores propios donde ω^2 es el valor propio y $\{X\}$ es el vector de valores propios (ecuación (3.15)):

$$([K] - \omega^2 [M]) \{X\} = \{0\} \quad (3.15)$$

para que esta ecuación tenga una solución $\{X\}$ distinta de cero la matriz $[K] - \omega^2 [M]$ tiene que ser singular. Esta es la ecuación (3.16) que se conoce como la ecuación característica del sistema y las soluciones de esta ecuación son sus frecuencias naturales:

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (3.16)$$

los modos naturales del sistema pueden ser determinados como se muestra en las ecuaciones (3.17)-(3.18):

$$\begin{Bmatrix} X_1^{(1)} \\ X_2^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{k_1 + k_2 - \omega_1^2 m_1}{k_2} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\begin{Bmatrix} X_1^{(2)} \\ X_2^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{k_1 + k_2 - \omega_2^2 m_1}{k_2} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

La vibración libre de un sistema es la combinación de dos vibraciones armónicas con frecuencias ω_1 y ω_2 .

$$\begin{cases} x_1(t) = X_1^{(1)} \sin(\omega_1 t) + X_2^{(2)} \sin(\omega_2 t) \\ x_2(t) = X_2^{(1)} \sin(\omega_1 t) + X_2^{(2)} \sin(\omega_2 t) \end{cases} \quad (3.19)$$

En las pruebas modales, se busca extraer los parámetros modales de vibración (es decir, frecuencias naturales, patrones de deformación conocidos como modos de vibración y coeficientes de amortiguamiento) de los datos medidos, y esto permite describir el comportamiento dinámico de manera efectiva. Las técnicas de análisis modal se usan comúnmente para determinar los parámetros modales de un sistema como su amortiguamiento y rigidez, dichas técnicas se han aplicado durante muchos años en ingeniería civil y mecánica [28].

El análisis modal puede ser teórico o experimental. El teórico se basa en técnicas analíticas o simulaciones. El experimental se basa en ensayos y tiene 4 pasos fundamentales:

1. Excitación de la estructura por medio de una fuerza controlada y conocida, en condiciones de laboratorio.
2. Medición en los puntos de interés o críticos mediante acelerómetros, sensores de desplazamiento y galgas extensiométricas entre otros que dependen de la naturaleza del sistema y el problema.
3. Tratamiento digital y análisis de las señales en el paso 2.
4. Aplicación de las técnicas de identificación de parámetros modales e interpretación de resultados.

De forma simplificada se puede decir que en el análisis modal del comportamiento dinámico de una estructura se descompone en una serie de respuestas simples con parámetros de frecuencia y amortiguamiento individuales. Su fin último es la construcción de un modelo del comportamiento

dinámico de la estructura. El procedimiento recae fuertemente en la adquisición de datos, su análisis y la identificación de los parámetros modales [36].

3.6.2 Transformada de Laplace

Existe una técnica sistemática para encontrar las soluciones de ecuaciones diferenciales. Esta técnica se llama transformada de Laplace. Es un método alternativo para poder determinar la respuesta de un sistema. Para obtener la respuesta solo se hace necesario el utilizar una tabla de transformadas de Laplace y realizar algunas manipulaciones algebraicas. Una de las ventajas de este método es que convierte las diferenciaciones en multiplicaciones. La transformada de Laplace de una función viene dada por la ecuación (3.20) en donde s es un número complejo [34]:

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (3.20)$$

la ecuación (3.21) muestra cómo utilizar la transformada de Laplace para dar solución a la ecuación general de movimiento:

$$(ms^2 + cs + k)X(s) = F(s) \quad (3.21)$$

donde se tiene que $X(s)$ es la transformada de Laplace del desplazamiento $x(t)$ y $F(s)$ es la transformada de Laplace de la fuerza de excitación, reordenando las ecuaciones se obtiene la ecuación (3.22):

$$X(s) = \frac{F(s)}{(ms^2 + cs + k)} \quad (3.22)$$

3.6.3 Función de transferencia y función de respuesta en frecuencia

Reordenando la ecuación (3.22) se llega a la relación de la transformada de Laplace de la entrada y la salida del sistema para el caso de condiciones iniciales iguales a cero, dicha función es denominada función de transferencia (ecuación (3.23) [34].

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{(ms^2 + cs + k)} = H(s) \quad (3.23)$$

Si se sabe que la variable s es un número complejo y este valor se restringe al eje imaginario $s = j\omega$ la función entonces se convierte en la denominada función de respuesta en frecuencia (FRF):

$$H(j\omega) = \frac{1}{(k - m\omega^2 + j\omega c)} \quad (3.24)$$

En la teoría de control la función de transferencia se define en términos de salida y proporción de salida, de igual manera se utiliza en el análisis de estructuras y pruebas de vibración con propiedades físicas implícitas. En la Tabla 3.1 se muestran una lista de la nomenclatura de varias funciones de transferencia [34].

Tabla 3.1 Tipos de FRF.

Medición de respuesta	Función de transferencia	Inversa de la función de transferencia
Aceleración	Inercia	Masa aparente
Velocidad	Movilidad	Impedancia
Desplazamiento	Compliance	Dinámica de rigidez

3.6.4 Series de Fourier y transformada de Fourier

La transformada de Fourier es fundamental para el proceso de las señales en un análisis modal, un punto de referencia para el desarrollo de tecnología de análisis modal es la Transformada rápida de Fourier. Joseph Fourier mostro que si $x(t)$ es una función periódica se le puede representar por medio de las series de Fourier (ecuaciones (3.25)-(3.28)) [34].

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos(i\omega t) + b_i \sin(i\omega t)) \quad i = 1, 2, 3 \dots n \quad (3.25)$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} F(t) dt \quad (3.26)$$

$$a_i = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} F(t) \cos(i\omega t) dt \quad (3.27)$$

$$b_i = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} F(t) \sin(i\omega t) dt \quad (3.28)$$

Matemáticamente, se puede demostrar que $x(t)$ consta de una serie de sinusoides con frecuencias múltiples a una frecuencia fundamental. Esta frecuencia fundamental es dictado por el período tal que $f = \frac{1}{T}$ La contribución a $x(t)$ por una senoide con frecuencia f_k es $X(f_k)e^{\frac{j2\pi kt}{T}}$

La amplitud de la k -ésima senoide se puede determinar mediante la ecuación (3.29):

$$X(f_k) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)e^{\frac{j2\pi kt}{T}} dt \tag{3.29}$$

este componente suele ser una cantidad compleja con su amplitud y fase. El término $e^{\frac{-j2\pi kt}{T}}$ representa un vector unitario que gira a una frecuencia de $-\frac{k}{T}$. Esta integral muestra que el componente en la señal $x(t)$ que tiene una frecuencia como $kf = \frac{k}{T}$ se "congelará" en la frecuencia de rotación del vector unitario, por lo que presenta un valor distinto de cero después de la integración. Los demás componentes se convertirán en cero después de la integración [34].

3.7 Análisis modal experimental

El análisis modal se basa en las matemáticas para establecer modelos teóricos en sistemas dinámicos y para analizar datos de diferentes formas. El análisis modal implica tanto al tiempo como a la frecuencia, existen diferentes métodos que pueden ser utilizados algunos de ellos se ilustran en la Figura 3.3.

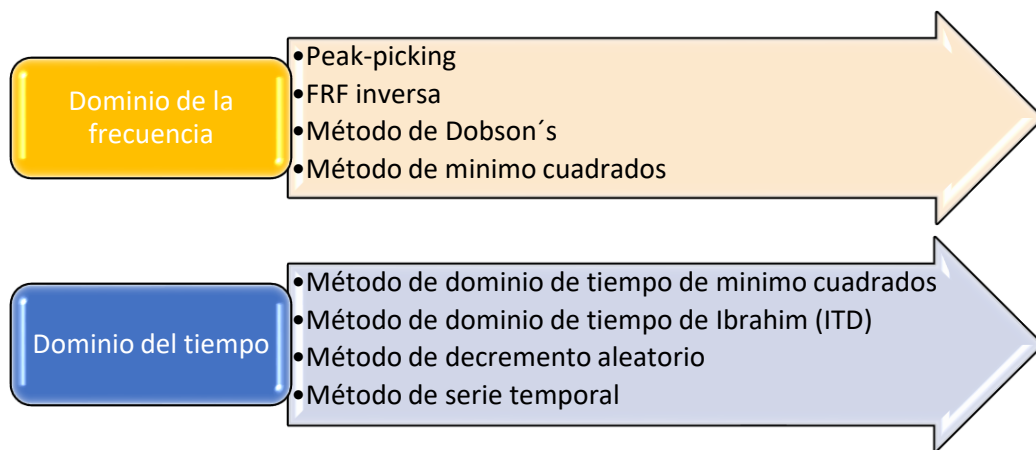


Figura 3.3 Métodos de análisis modal.

El objetivo del análisis modal experimental involucra las tareas y trabajos necesarios para obtener las medidas directas de la respuesta de un sistema y, a partir de ellas, obtener los parámetros modales que caracterizan el sistema dinámico [37].

3.7.1 Técnicas de análisis modal en el dominio de la frecuencia

El análisis modal es un proceso de extracción de parámetros modales (frecuencias naturales, factores de pérdida de amortiguación y constantes modales) de los datos de vibración medidos. El fundamento del análisis modal que utiliza datos de función de respuesta de frecuencia medidos consiste en ajustar la curva a los datos utilizando un modelo matemático predefinido de la estructura medida [34].

Este modelo asume el número de GDL (grados de libertad) de la estructura, su tipo de amortiguación y posiblemente el número de modos de vibración dentro de la medida de rango en frecuencia. Como resultado, el trabajo posterior será un proceso de ajuste de curvas que intentará derivar todos los parámetros modales en una fórmula matemática de una FRF utilizando datos de medición. Obviamente, cuanto más precisos sean los datos de FRF medidos, más posibilidades tendremos de obtener un ajuste de curva más preciso. Sin embargo, si se utiliza un modelo matemático incorrecto, el resultado del ajuste de la curva está condenado a ser malo, incluso si la función de error se minimiza numéricamente [34].

Para el análisis modal en el dominio de la frecuencia, el modelo matemático es la expresión analítica de una función de respuesta de frecuencia que es verdaderamente representativa de los datos de FRF de la medición. Como resultado, los datos de FRF medidos contienen la información modal de los modos más allá del rango de frecuencia de medición, así como aquellos dentro [34].

3.7.2 Método de Peak-Picking

El "método de selección de picos" es quizás el método más simple para el análisis modal. También se denomina "método de media potencia". El método trata los datos de la FRF en la vecindad de una resonancia como los datos de un sistema de 1 GDL [34].

El procedimiento para utilizar el método de selección de picos es:

- a) Estimar la frecuencia natural. - La frecuencia natural del modo seleccionado para el análisis se identifica a partir del valor pico de la FRF.

$$b) \left| \alpha_r(\omega) \right|_{Max} \text{ ó } \omega_r = \omega_{peak} \quad (3.30)$$

c) Estimación de la amortiguación.- Para estimar la amortiguación, los puntos de media potencia en ω_a y ω_b se ubican primero a cada lado del pico identificado con una amplitud $\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}}$. El factor de pérdida de amortiguación o la relación de amortiguación se puede

estimar a partir de la anchura del pico de resonancia como:

$$\eta_r = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{2\omega_r^2} \approx \frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_r} \quad \text{ó} \quad \zeta_r = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{4\omega_r^2} \approx \frac{\omega_b - \omega_a}{2\omega_r} \quad (3.31)$$

d) Estimación de la constante modal. - A partir del modelo de 1 GDL, se sabe que la FRF en el pico es:

$$\alpha_{\max} = \frac{A_r}{\eta_r \omega_r^2} \quad (3.32)$$

La constante modal en r se puede estimar como:

$$A_r = \alpha_{\max} \eta_r \omega_r^2 \quad (3.33)$$

Para el modelo de amortiguación viscoso, esto se convierte en:

$$A_r = 2\alpha_{\max} \zeta_r \omega_r^2 \quad (3.34)$$

3.7.3 Transductores

Los transductores de vibración son empleados para medir la velocidad, desplazamiento y/o aceleración de los sistemas sometidos a vibración. En general, los transductores empleados en el análisis de vibración convierten la energía mecánica en energía eléctrica, lo que significa que producen una señal eléctrica que es función de la vibración. Existen diferentes tipos de transductores utilizados en el análisis de vibraciones mecánicas, los más comunes son presentados en la Figura 3.4.

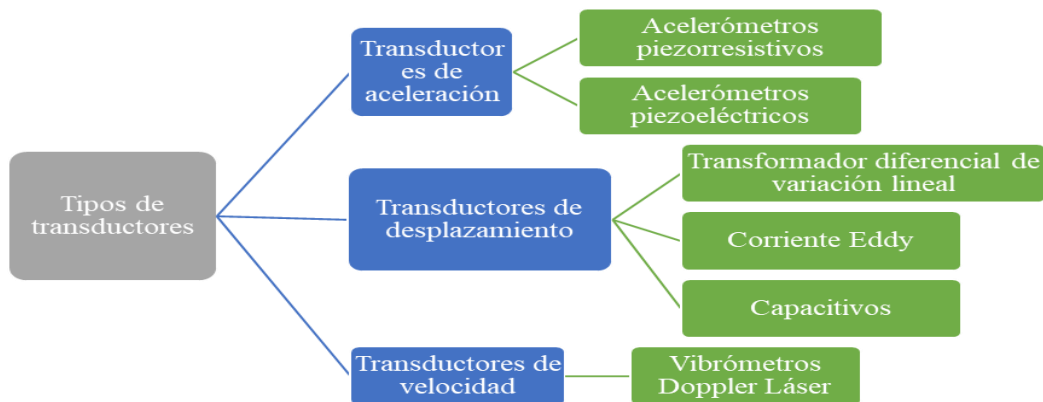


Figura 3.4 Tipos de transductores usados para la medición de vibraciones.

3.7.4 Análisis y procesamiento de señales

Las señales analógicas de entrada se filtran, se muestrean y se digitalizan para obtener una serie de registros digitales. El análisis de los datos se puede realizar en el dominio del tiempo (la señal se expresa en función del tiempo) y en el dominio en frecuencia (la señal se expresa con respecto a la frecuencia). La representación de la señal en el dominio de la frecuencia se le denomina espectro de frecuencia. Una de las herramientas matemáticas más importantes para llevar a cabo la transformación de señales del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, y viceversa, es la transformada de Fourier (discreta (DFT, por sus siglas en inglés), rápida (FFT, por sus siglas en inglés)). Otras herramientas en el análisis y procesamiento de las señales son las ventanas, funciones matemáticas que nos permiten aislar una porción de señal a analizar y desechar el resto en mayor o menor medida [38].

3.8 MATLAB®

En la actualidad existen alrededor del mundo millones de ingenieros que utilizan el software MATLAB® para analizar, diseñar y optimizar productos o procesos. MATLAB® se basa en lenguaje de matrices, su abreviatura hace referencia a Laboratorio de Matrices [39].

3.8.1 Series temporales

Las series temporales son vectores de datos muestreados a lo largo de un tiempo determinado. Representan la evolución que se presenta en una población o algún proceso dinámico con respecto del tiempo. Estas se utilizan para identificar, modelar y pronosticar patrones y comportamientos que se presentan en intervalos de tiempo discretos [39].

3.8.2 Importar y analizar datos

Importar y exportar datos, incluidos archivos grandes; preprocesar datos, visualizar y explorar datos de archivos de texto, hojas de cálculo, hardware, software o inclusive de la web, son algunas de las características que MATLAB®. Además de permitir explorar los datos para identificar tendencias, probar hipótesis y estimar la incertidumbre. MATLAB® puede leer formatos de archivo populares, como hojas de cálculo de Microsoft® Excel®, texto, imágenes, audio y video, y formatos de datos científicos. Las funciones de importar y exportar de datos brindan acceso a datos de archivos, otras aplicaciones, servicios web y dispositivos externos [39].

3.8.3 SIMULINK®

SIMULINK® es un entorno de diagramas de bloques para simulación y diseño basado en modelos, lo que permite el diseño a nivel de sistema, simulación, generación automática de código, prueba y verificación de sistemas. Proporciona bibliotecas de bloques personalizables y solucionadores para modelar y simular sistemas dinámicos. Debido a que está integrado con MATLAB®, permite incorporar algoritmos en modelos y exportar los resultados de la simulación para su posterior análisis [39].

3.8.4 Caja de herramientas de identificación de sistemas

La caja de herramientas proporciona funciones, bloques de SIMULINK® y una aplicación para construir modelos matemáticos de sistemas dinámicos a partir de datos medidos de entrada y salida. De igual manera permite la creación y utilización de modelos de sistemas dinámicos que no se pueden modelar fácilmente a partir de los primeros principios o especificaciones. También admite datos de entrada-salida en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia para posteriormente identificar funciones de transferencia de tiempo continuo y tiempo discreto, modelos de proceso y modelos de espacio de estados [39].

3.9 Instrumentación

En cualquier industria existe la necesidad de utilizar instrumentos los cuales permiten sensar y actuar en procesos para poder obtener los productos o servicios deseados. Este se deduce a entender y conocer el funcionamiento de los sensores y el papel que estos desempeñan en la automatización y control. Lo anterior se hace necesario para controlar y mantener algunas magnitudes constantes como: un caudal, la presión, la conductividad, humedad, velocidad, entre otras. Existen diferentes clases de instrumentos complejos de control y automatización, para una mejor clasificación y un mejor entendimiento de los mismos se hace necesario el clasificarlos dependiendo de la función que estos realicen, los principales se muestra en la Tabla 3.2 [40].

Tabla 3.2 Clasificación de instrumentos de control y automatización.

Instrumentos ciegos
<ul style="list-style-type: none"> • Es todo instrumento, sea sensor o transmisor que por su construcción física no posee ninguna indicación visible de la lectura o medida de la variable.
Instrumentos Indicadores
<ul style="list-style-type: none"> • Van registrando el comportamiento de la variable a lo largo del tiempo.
Sensores o Medidores
<ul style="list-style-type: none"> • Son dispositivos capaces de captar y detectar una variable física y transformarlo en otra señal predeterminada.
Transmisores
<ul style="list-style-type: none"> • Este tipo de instrumentos industriales consiguen captar la variable del proceso a través de un elemento primario (sensores) y lo transmiten a distancia en forma de alguna señal estándar.
Transductores
<ul style="list-style-type: none"> • Son dispositivos capaces de tomar una señal y transformarla en otra. Ejemplo relé, sensor, un transmisor, etc.
Convertidores
<ul style="list-style-type: none"> • Instrumentos industriales capaces de recibir una señal eléctrica o neumática y que la transforman en una señal estándar.
Receptores
<ul style="list-style-type: none"> • En la instrumentación industrial este tipo de dispositivos son capaces de recibir una señal procedente de algún transmisor y mostrarla (indicarla) o registrarla.
Controladores
<ul style="list-style-type: none"> • comparan la variable controlada con una referencia deseada para poder ejercer una acción correctiva sobre el proceso en relación al error provocado por esa diferencia.
Actuadores
<ul style="list-style-type: none"> • Son los dispositivos encargados de actuar sobre el proceso para conseguir que este tenga una determinada dinámica deseada, generalmente son accionados por el controlador para alcanzar las especificaciones deseadas.

Capítulo 4

Material y Métodos

4.1 Ubicación

El presente trabajo se realizó en el Laboratorio de Posgrado el cual se encuentra ubicado en las instalaciones del Instituto Tecnológico de Pachuca sobre la carretera México-Pachuca en el kilómetro 87.5, con código postal 42080.

4.2 Descripción del prototipo

El prototipo con el que se trabajó es el presentado en [4], el cual se encuentra compuesto por un sistema rotor-chumacera que se puede configurar en uno o dos discos, los discos cuentan con orificios roscados para colocar masas adicionales y con ello simular desbalanceo, y poder realizar análisis de vibraciones. Cuenta con soportes de desmontaje rápido y a su vez permite el montaje de rodamientos de bolas o chumaceras hidrodinámicas.

4.2.1 Características técnicas del rotor con 1 y 2 discos

La Tabla 4.1 indica los valores de los parámetros técnicos del eje, en seguida la Tabla 4.2 se muestran las propiedades y características del material utilizado en los discos, respectivamente. Dichos parámetros se hacen necesarios para poder realizar el cálculo de las frecuencias naturales del sistema.

Tabla 4.1 Datos del eje

Material: Acero AISI 4140		
Propiedad	Símbolo	Magnitud
Módulo de Young	E	$2.068 \cdot 10^{11} Pa$
Densidad	ρ	$7.834 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$
Diámetro	d	$0.015875m$
Longitud	L_1	$0.825m$
	L_2	$0.762m$
Resistencia a la fluencia	S_y	$1.642 \cdot 10^9 Pa$
Momento de inercia de área	I	$3.118 \cdot 10^{-7} m^4$
Aceleración gravitacional	g	$9.815 \frac{m}{s^2}$
Distancia de la línea neutra a la superficie	c	$0.007938m$

Tabla 4.2 Datos del disco

Material: Acero AISI 1018		
Propiedad	Símbolo	Magnitud
Módulo de Young	E	$2.068 \cdot 10^{11} Pa$
Densidad	ρ	$7.834 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$
Masa del disco 1	m_1	$2.266kg$
Masa del disco 2	m_2	$1.813kg$
Fuerza 1	F_1	$22.241N$
Fuerza 2	F_2	$17.793N$

Además, en la Figura 4.1 se presentan las configuraciones necesarias para poder llevar a cabo las pruebas experimentales para las cuales fue diseñado el sistema originalmente. Dichas configuraciones muestran las distancias a las que deben montarse los discos.

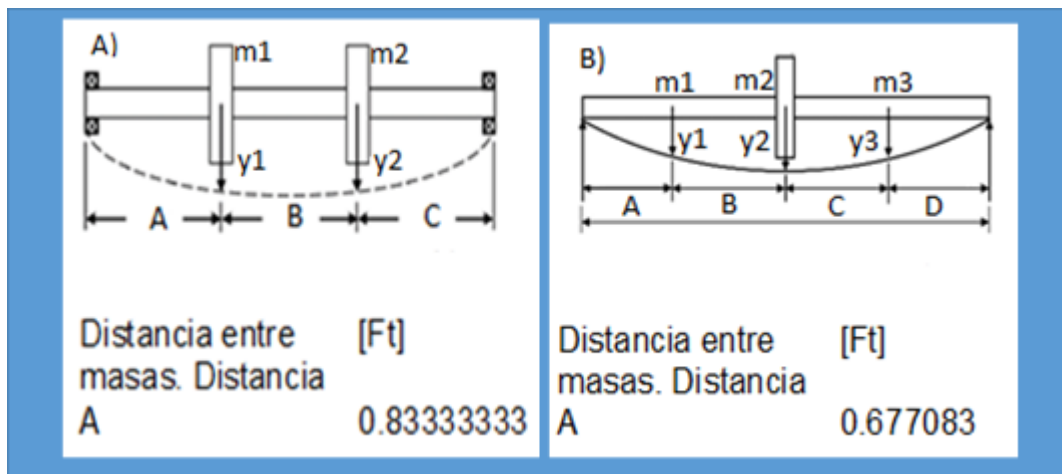


Figura 4.1 Configuraciones para diferentes pruebas

4.3 Modelo matemático

A menudo se puede determinar el comportamiento total del sistema por medio de un modelo simple del sistema físico complejo, los pasos a seguir son los presentados en la Figura 4.2.

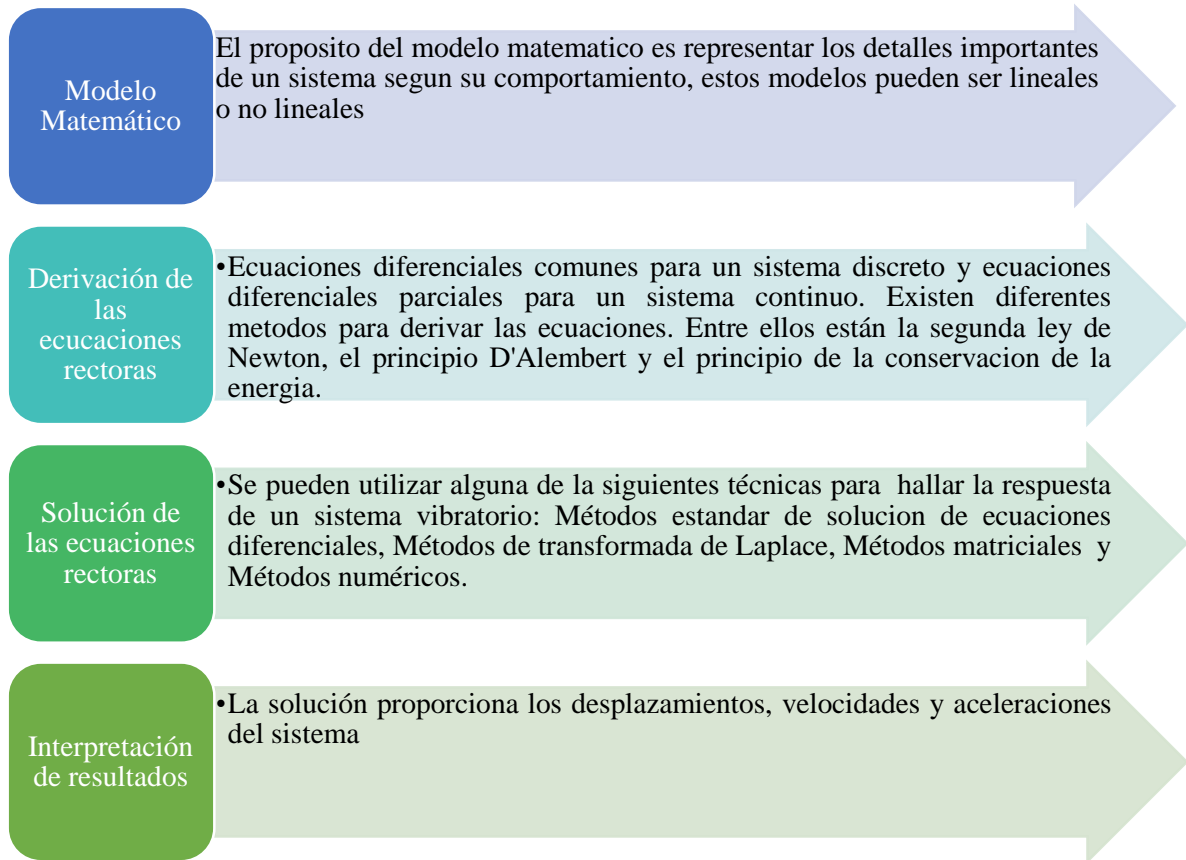


Figura 4.2 Pasos para determinar el comportamiento de un sistema vibratorio [31]

4.4 Método de elemento finito

El método de elemento finito fue utilizado para realizar un análisis de frecuencias al sistema rotor-chumacera. Se utilizaron dos softwares diferentes pero que comparten características similares, para este trabajo se requiere que tengan la capacidad de realizar un el análisis frecuencias y ambos comparten esa característica. Los pasos para realizar el análisis son muy similares y se ilustran en la Figura 4.3 para SoliWorks®.

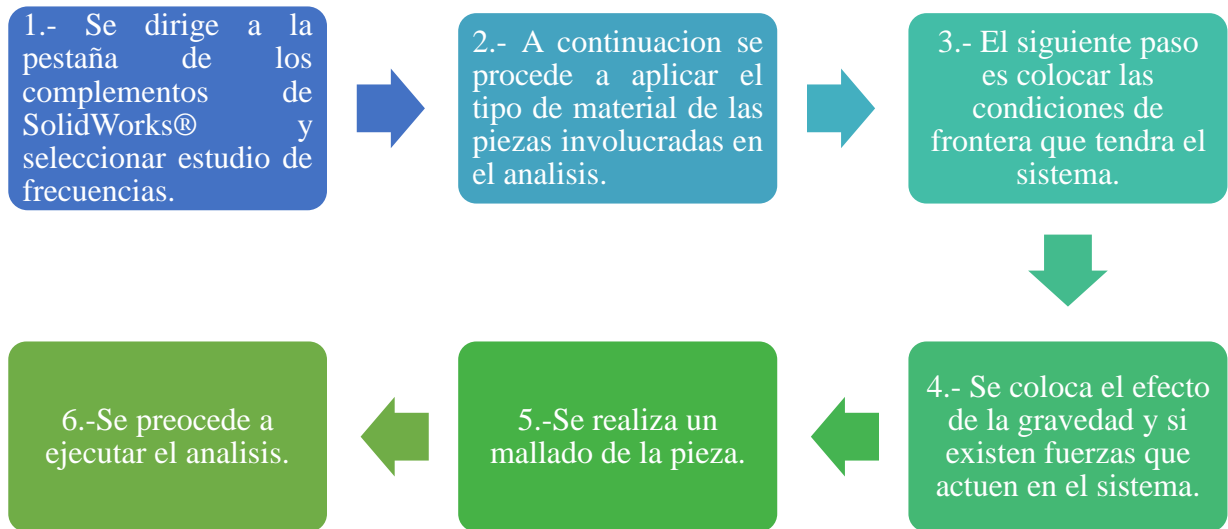


Figura 4.3 Metodología empleada en SolidWorks®

4.5 Uso de algunas Herramientas de MATLAB®.

Para realizar el análisis del rotor con un disco se procede a aplicar los pasos que se exponen a continuación:

1. Se abre el programa MATLAB® y se procede a definir las constantes del sistema.
2. Habiendo definido las constantes se abre el diagrama de bloques realizado en SIMULINK® el cual se ilustra en la Figura 4.4. El programa ayuda a calcular como entrada al sistema masa resorte amortiguador, una función rampa y del mismo modo calcula el comportamiento del sistema en un tiempo determinado.

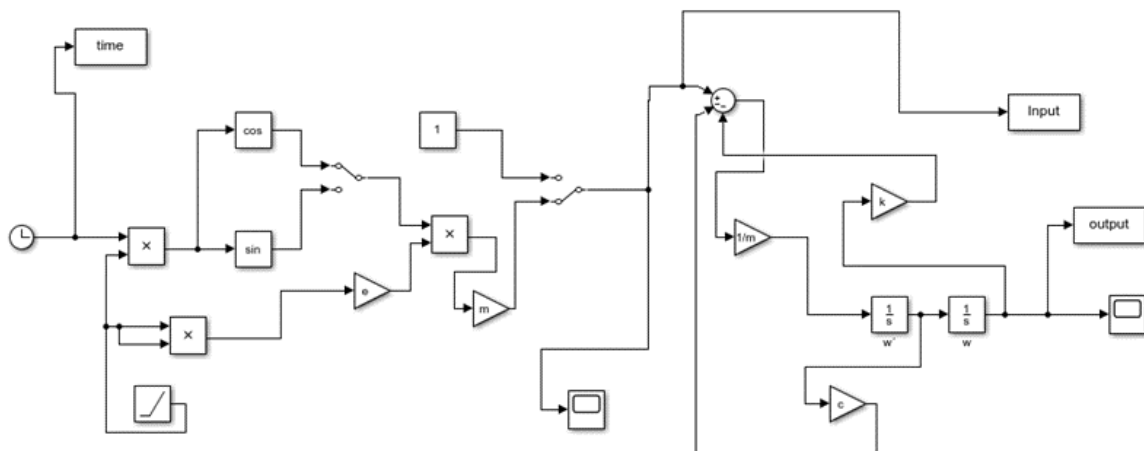


Figura 4.4 Diagrama de bloques en SIMULINK®

3. Se procede a exportar los datos de SIMULINK® al área de trabajo de MATLAB®, existen diferentes maneras de exportar los datos, en este trabajo se exportan los datos directamente desde los gráficos que se generan en el programa virtual.
4. A continuación, se procede a llamar el comando “systemIdentification”. Este módulo facilita la identificación de modelos dinámicos a partir de datos de entrada y salida.
5. Se importan las señales obtenidas en el dominio del tiempo como datos de entrada y salida que anteriormente ya se definieron en el área de trabajo.
6. Ahora se procede a realizar una estimación de los datos, en este estudio se calcula un modelo de función de transferencia con dos polos y un cero. De igual manera se pueden calcular otras características como el espacio de estados, ente otros.

4.6 Instrumentación complementaria

Para este proyecto la instrumentación fue complementaria ya que el banco de pruebas que se analizó originalmente fue diseñado para la colocación de transductores de proximidad los cuales permiten la obtención de señales para su posterior análisis, sin embargo, en este trabajo se consideró más apropiado el uso de acelerómetros dado que, por su naturaleza, complementan de manera importante al análisis de vibraciones en ingeniería mecánica.

También se hizo necesario la selección de un motor para la excitación del sistema, además de un variador de frecuencia para facilitar el control de dicho motor. Por otro lado, se requirió un microcontrolador para adquirir las señales provenientes de los sensores. A partir de los datos obtenidos a través de los acelerómetros se procesaron las señales con el objetivo principal de llevar a cabo un análisis de vibración para la obtención de las frecuencias naturales extracción de parámetros modales.

4.7 Extracción de parámetros modales en base a la simulación

En este proyecto se utilizará el programa realizado en [41] para calcular los modos de vibración del sistema a partir de los datos obtenidos de las mediciones de los sensores. El programa cuenta con la posibilidad de aplicar el método de Peak-Picking a los datos adquiridos del sistema. Es importante mencionar que el análisis modal experimental permite, además de la validación del modelo de elemento finito, obtener el factor de amortiguamiento que, aunque se puede proponer de forma aproximada al usar el método de elemento finito y el software de simulación, el dato más verídico lo proporciona el análisis modal experimental por medio de la adquisición y el análisis de los datos que se obtienen del mundo real o, dicho de otra forma, de las condiciones nominales de operación del prototipo que se está analizando.

Capítulo 5

Resultados

En este capítulo se presentan los resultados de mayor relevancia para este proyecto, los cuales han sido analizados, discutidos y comparados con otros trabajos pertenecientes a la misma área de estudio.

5.1 Respuesta del sistema

5.1.1 Modelo del sistema

El modelo que representa el sistema analizado es el que se ilustra en la Figura 5.1. El sistema consta de un eje de acero AISI 4140, las longitudes de este varían dependiendo de la prueba que se vaya a realizar, los discos utilizados son de acero AISI 1018, el sistema se soporta en sus extremos en dos rodamientos rígidos.

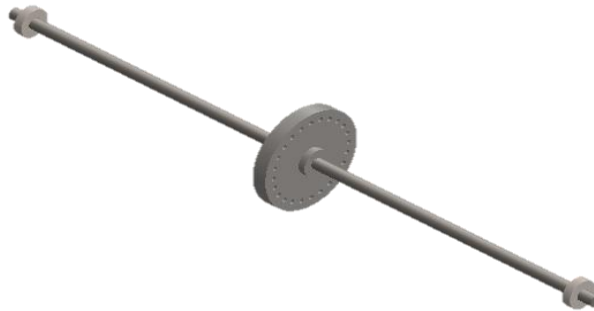


Figura 5.1 Vista isométrica sistema rotor-chumacera.

En la Figura 5.2 se presenta el sistema desde su vista frontal y lateral, esto ayuda a tener una mejor referencia de las diferentes perspectivas del sistema.

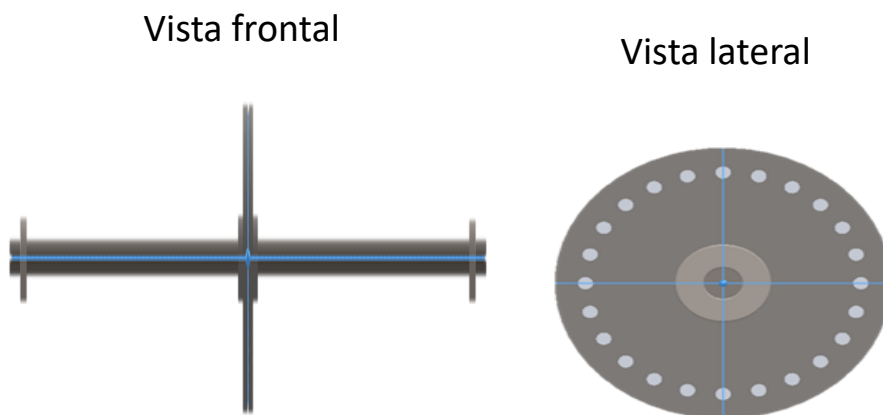


Figura 5.2 Sistema en diferentes planos.

5.1.2 Derivación de las ecuaciones de movimiento

Las energías cinética y potencial de un rotor-chumacera isotrópico son las presentadas en las ecuaciones (5.1)-(5.2):

$$T = \frac{1}{2} m \left[(\dot{x} - \dot{\varphi} e \sin(\varphi))^2 + (\dot{y} + \dot{\varphi} e \cos(\varphi))^2 \right] + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 \quad (5.1)$$

$$V = \frac{1}{2} k (x^2 + y^2) \quad (5.2)$$

considerando como coordenadas generalizadas (x, y, φ) , la posición del centro de masas G se localiza como se visualiza en la Figura 5.3 y se presenta en las ecuaciones (5.3)-(5.4):

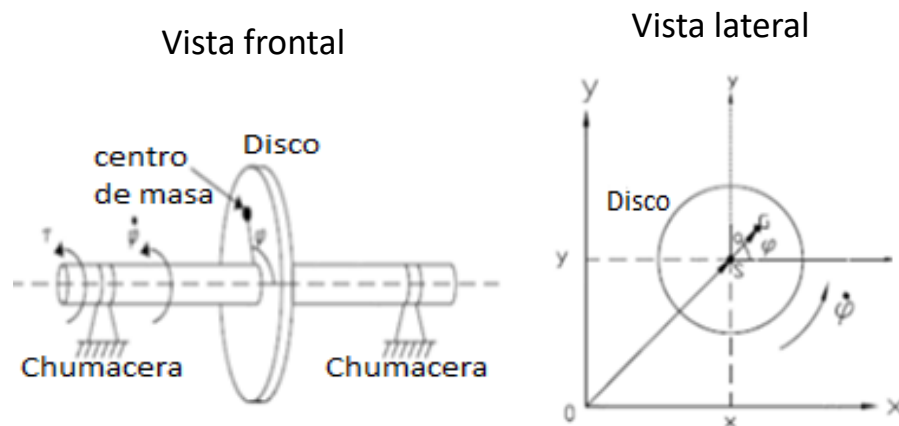


Figura 5.3 Diagrama esquemático de un sistema rotor chumacera.

$$x_d = x + e \cos(\varphi) \quad (5.3)$$

$$y_d = y + e \sin(\varphi) \quad (5.4)$$

donde las constantes de masa y rigidez con las que se trabajó son presentadas en las ecuaciones (5.5)-(5.6):

$$m_{eq} = 2.906 \text{ kg} \quad (5.5)$$

$$k_x = k_y = k_{eq} = \frac{48EI}{l^3} = 55050 \frac{N}{m} \quad (5.6)$$

el Lagrangiano obtenido del sistema es el mostrado en la ecuación (5.7):

$$L = \left\{ \frac{1}{2} m \left[(\dot{x} - \dot{\varphi} e \sin(\varphi))^2 + (\dot{y} + \dot{\varphi} e \cos(\varphi))^2 \right] + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 \right\} - \left\{ \frac{1}{2} k (x^2 + y^2) \right\} \quad (5.7)$$

Se aplicó la ecuación de Euler Lagrange la cual se presentó en la ecuación (3.6). El modelo obtenido es el expuesto en las ecuaciones (5.8)-(5.10). Esta es la representación de un sistema rotor Jeffcot con tres grados de libertad.

$$m \left[\ddot{x} - \ddot{\varphi} e \sin(\varphi) - \dot{\varphi}^2 e \cos(\varphi) \right] + c\dot{x} + kx = 0 \quad (5.8)$$

$$m \left[\ddot{y} - \ddot{\varphi} e \cos(\varphi) - \dot{\varphi}^2 e \sin(\varphi) \right] + c\dot{y} + ky = 0 \quad (5.9)$$

$$J \ddot{\varphi} + c_r \dot{\varphi} + m \left[\ddot{y} e \cos(\varphi) - \ddot{x} e \sin(\varphi) \right] = \tau \quad (5.10)$$

Cuando se considera que el rotor opera a una velocidad constante se obtiene el modelo clásico del rotor Jeffcott de 2 GDL que se muestra en las ecuaciones (5.11)-(5.12), este contiene una perturbación síncrona de amplitud $me\omega^2$.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = me\omega^2 \cos(\omega t) \quad (5.11)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = me\omega^2 \sin(\omega t) \quad (5.12)$$

5.2 Resultados del análisis de elemento finito

En esta sección se presentan los resultados obtenidos utilizando el software SolidWorks®, los estudios realizados al sistema fueron: análisis estático y frecuencial. Dentro de los resultados obtenidos en el análisis estático se encuentran los de esfuerzos de VonMises y desplazamientos.

5.2.1 Resultados de esfuerzos de VonMises

En la Figura 5.4 se presentan los resultados del análisis de esfuerzos de VonMises, estos resultados nos ayudan a conocer los esfuerzos que experimenta el sistema en su estado estático: Así mismo en la Figura 5.5 se muestran las secciones del sistema en donde se presentan los mayores esfuerzos teniendo estos un valor de $1.060 \cdot 10^7 Pa$. Se observa que estos esfuerzos ocurren en la parte superior e inferior de donde se supone el sistema tiene contacto con los rodamientos, esto es debido a que en la parte superior se encuentra en tensión y la inferior en compresión dado que el peso del disco genera una carga.

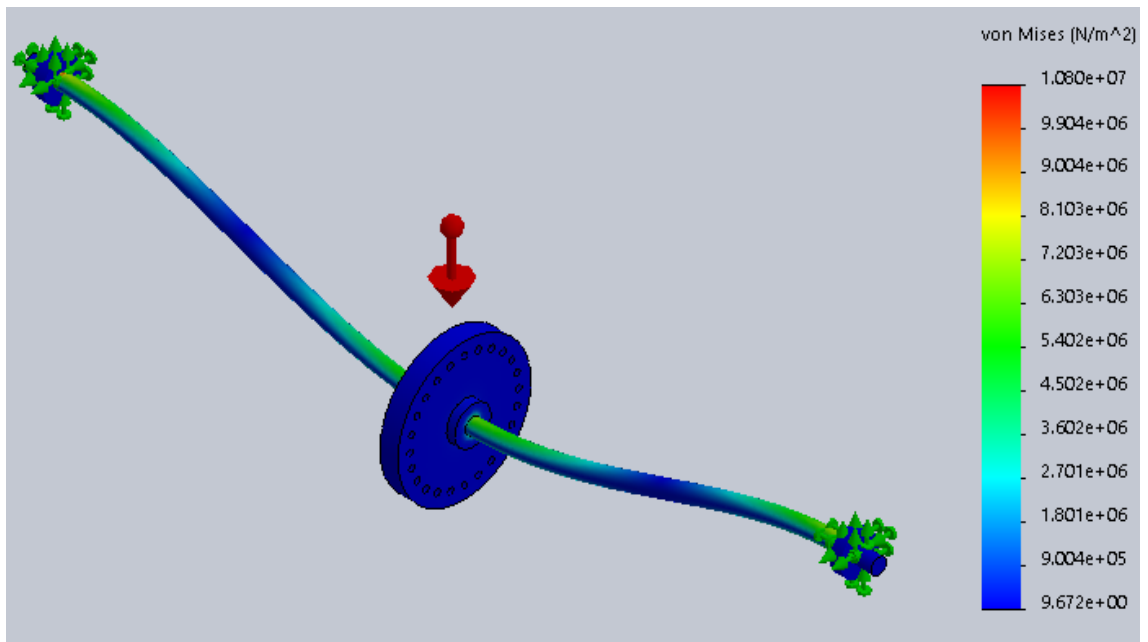


Figura 5.4 Resultados de esfuerzos de VonMises SolidWorks®.

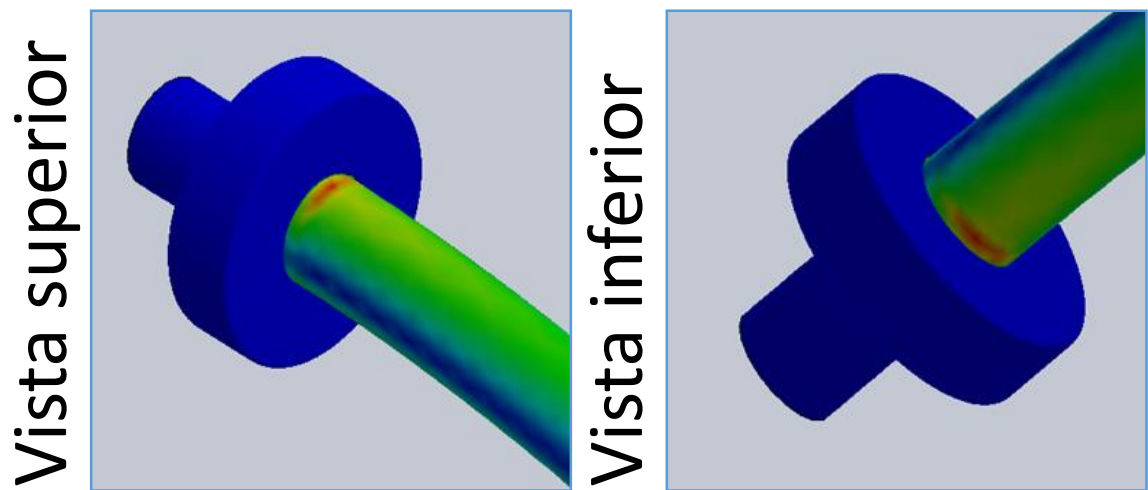


Figura 5.5 Secciones con mayores esfuerzos.

A continuación en la Figura 5.6 se observan los resultados del análisis de esfuerzos de VonMises con condiciones de frontera diferentes, el valor del mayor esfuerzo corresponde a $7.615 \cdot 10^6 Pa$, del mismo modo se observa en la Figura 5.7 que los esfuerzos máximos se presentan en la misma zona que el análisis anterior, a pesar de aparentar que la zona experimenta mayor esfuerzo por los colores que presenta, esto no es verdad ya que el valor del esfuerzo es menor aunque el área donde se presenta este es mayor.

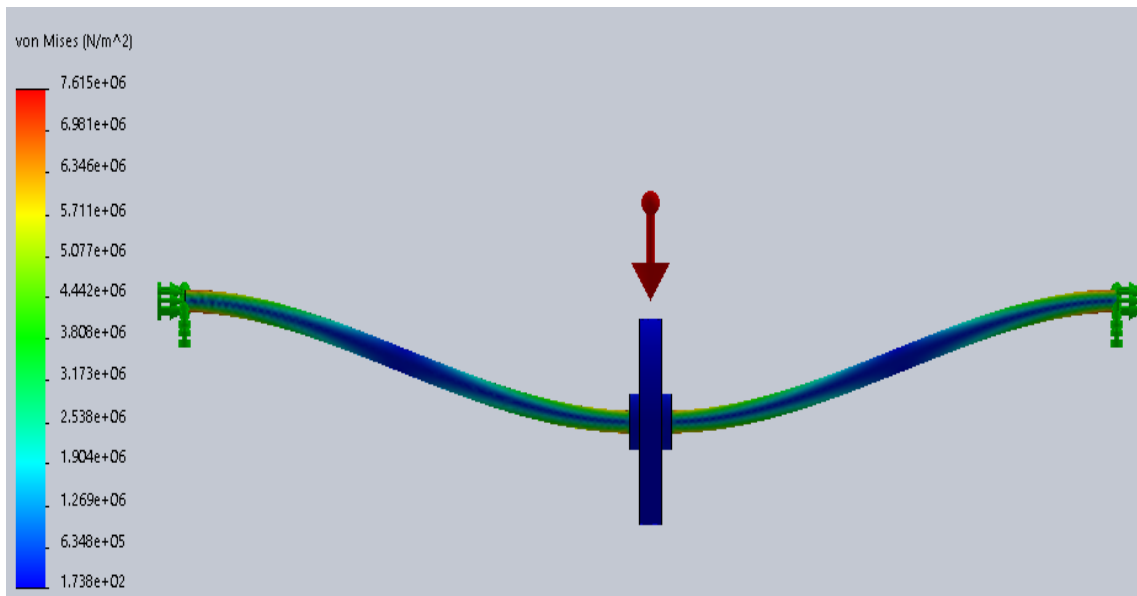


Figura 5.6 Resultados de esfuerzos de VonMises con condiciones de frontera diferente.

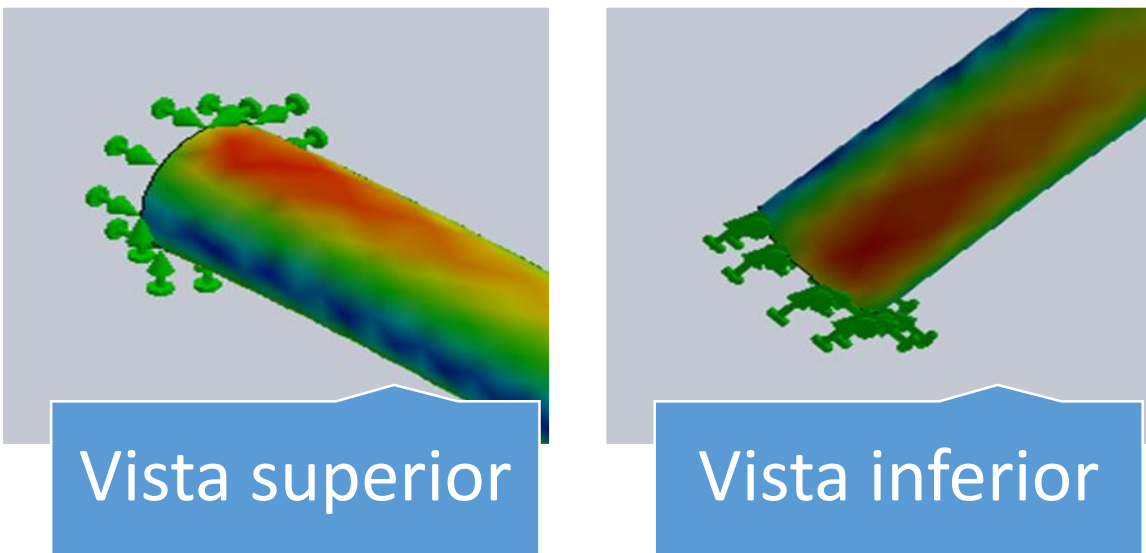


Figura 5.7 Sección de esfuerzos máximos.

5.2.2 Resultados de Desplazamientos

Dentro de las Figuras 5.8 y 5.9, se observan los resultados de los desplazamientos generados en el sistema, el desplazamiento mayor que experimenta en estado estático es de $1.190 \times 10^{-1} \text{mm}$.

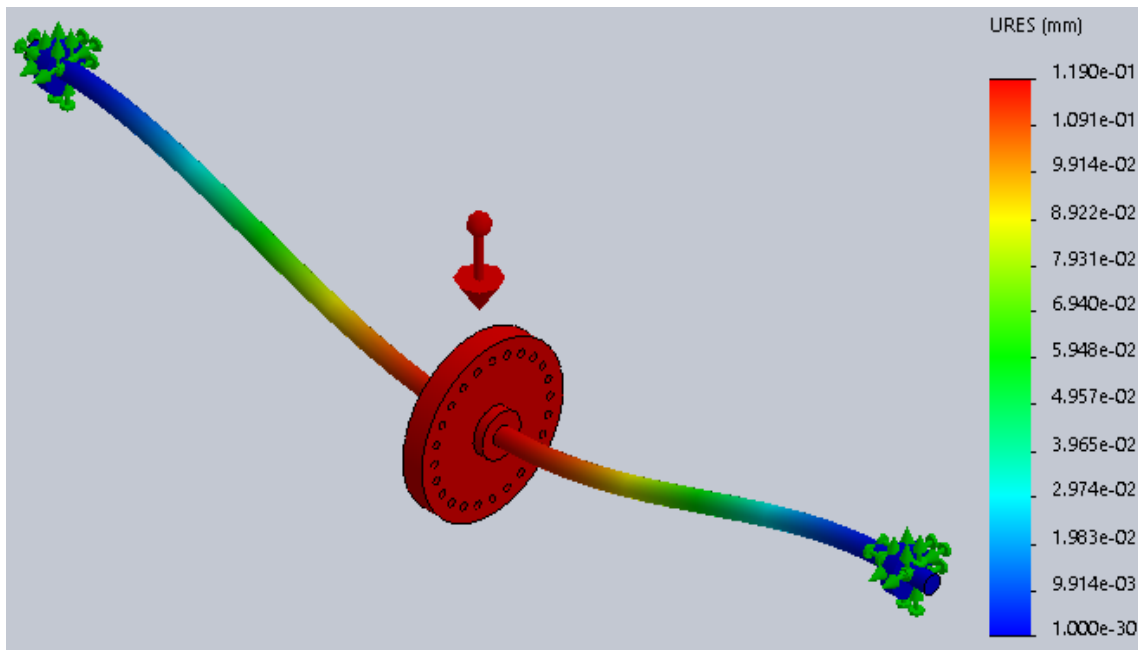


Figura 5.8 Resultados de desplazamientos.

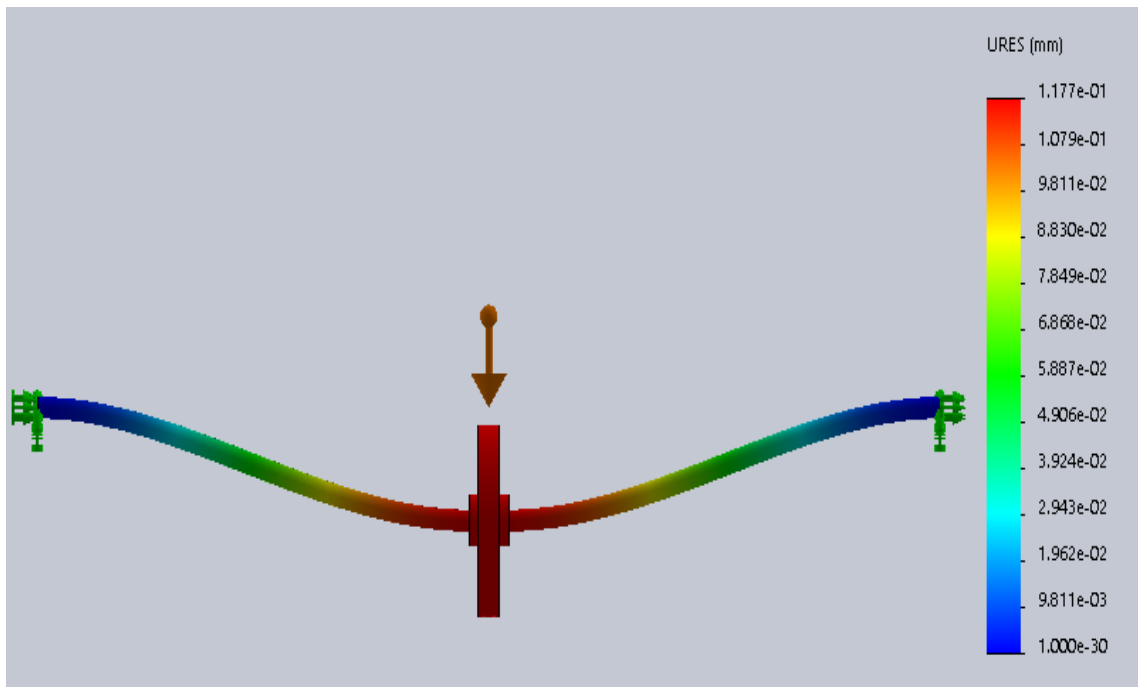


Figura 5.9 Resultados de desplazamientos con diferente frontera.

5.2.3 Resultados de Análisis frecuencial

Otros resultados de gran interés para este trabajo son los resultados del análisis de frecuencias, aquí se han obtenido los modos de vibración del sistema, la frecuencia a la que se presentaran los modos y la amplitud que experimentara. En la Figura 5.10 se puede observar el primer modo de vibración que presentará el sistema, la frecuencia a la que esta ocurrirá que es de 47Hz .

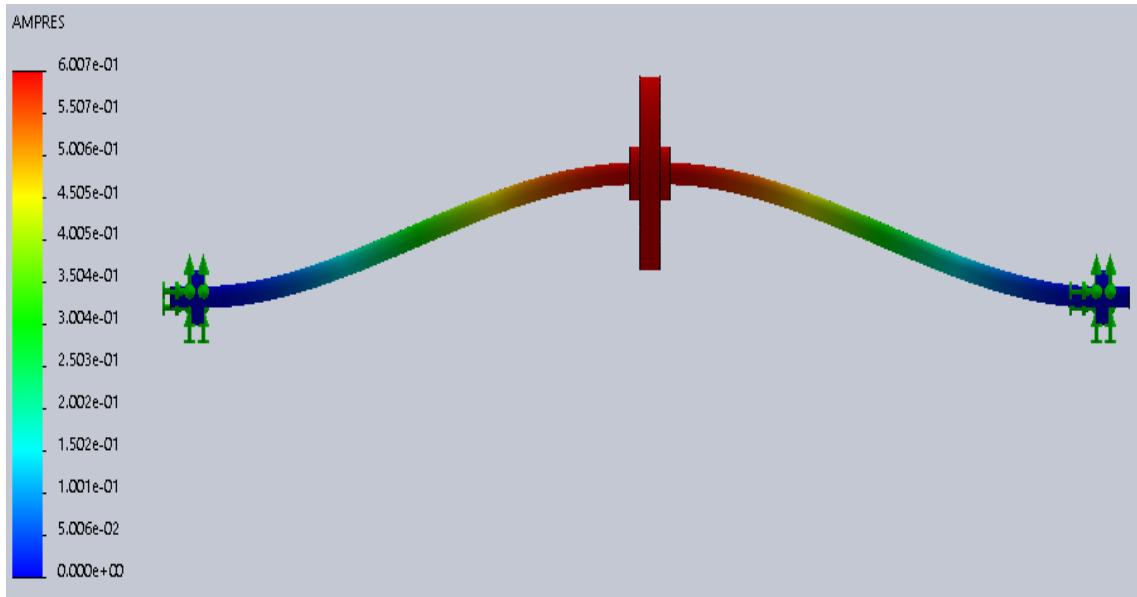


Figura 5.10 Primer modo de vibración.

La Figura 5.11 muestra los resultados para el estudio en donde se consideran condiciones de frontera diferentes a las del primer análisis, en este caso el primer modo de vibración ocurre a los $47.222Hz$.

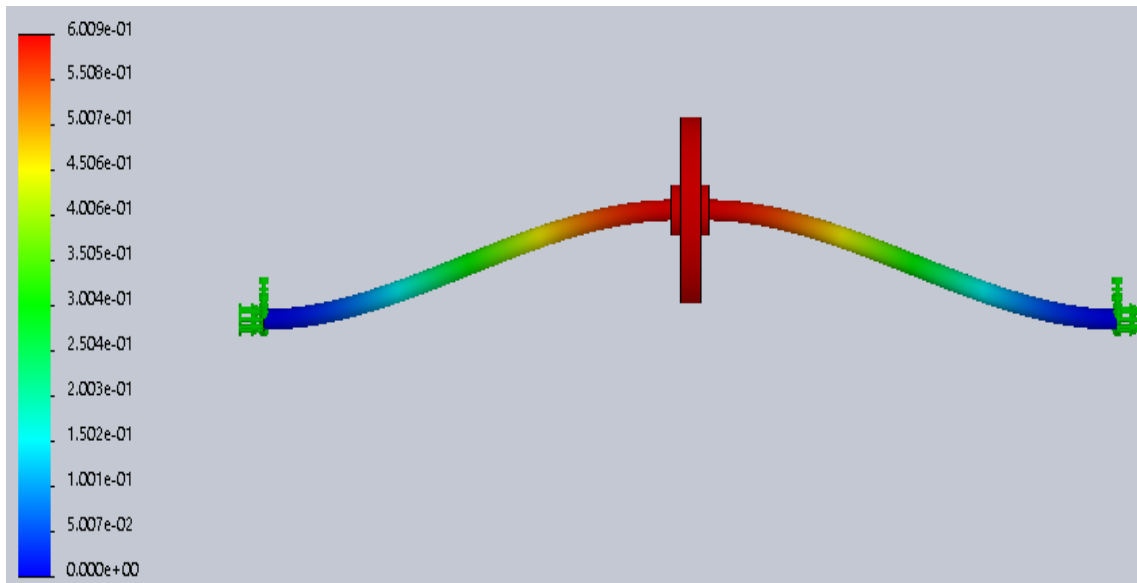


Figura 5.11 Primer modo de vibración con diferente frontera.

En la Figura 5.12 se observa el segundo modo de vibración que experimentara el sistema, la frecuencia correspondiente a este modo de vibración es de $239.31Hz$.

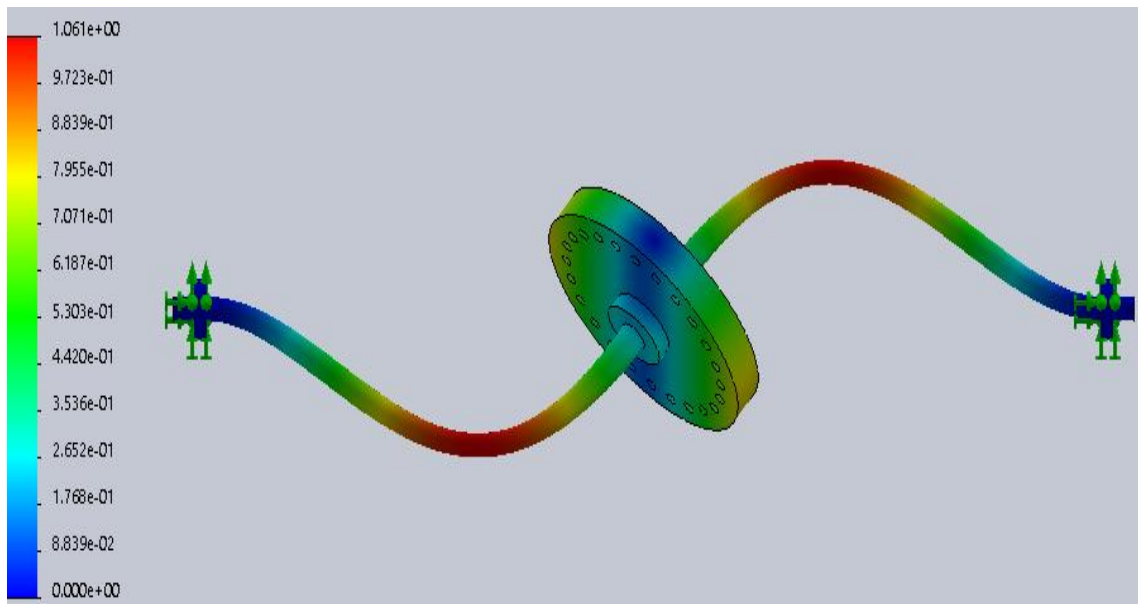


Figura 5.12 Segundo modo de vibración.

A continuación, en la Figura 5.13 se ilustra el segundo modo de vibración correspondiente al análisis con condiciones de frontera diferentes. En este análisis el modo de vibración corresponde a la frecuencia de 240Hz .

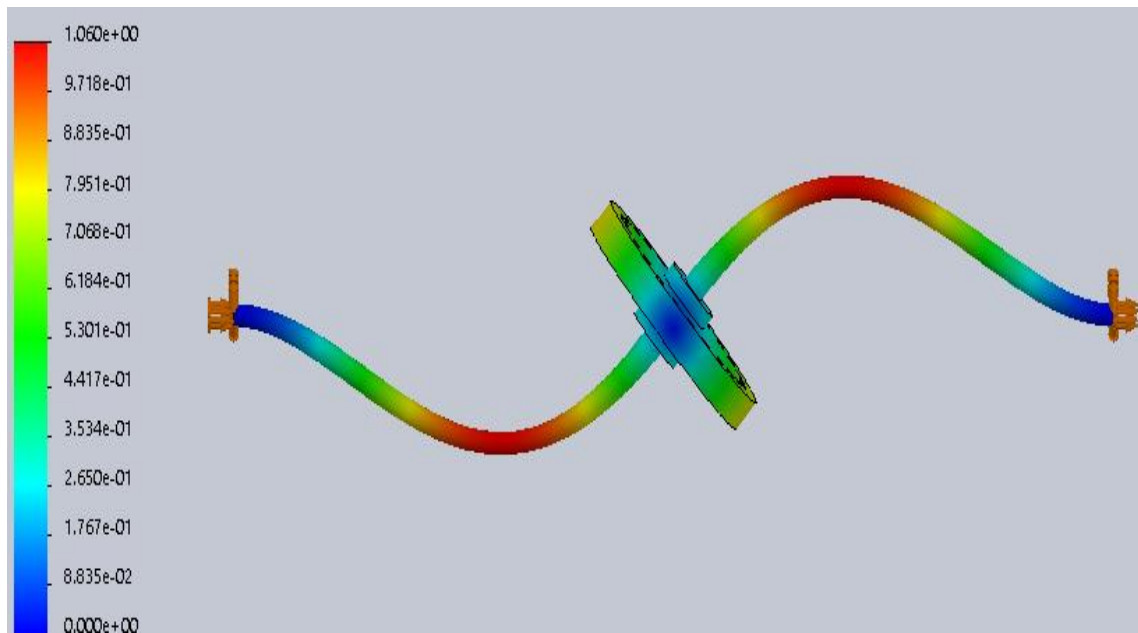


Figura 5.13 Segundo modo de vibración con condiciones de frontera diferentes.

5.3 Instrumentación

Para la puesta en marcha del prototipo se utilizó un motor trifásico marca ABB de 1 hp como el que se muestra en la Figura 5.14, la flecha con la que viene equipado es tipo cuñero de 7/8 de pulgada. En la Figura 5.15 aparecen las características principales del motor.



Figura 5.14 Motor ABB 1 Hp.

ABB Motors									
MOTOR 3 ~ TCCV	ARM	143TC	TIPO	M1AA 143TC-3P	AI SL.	F			
SERIE	M99L-7026P		SERV.	CONTINUO	FS	1.15			
V - CON	Hz	kW	CP	min ⁻¹	A	FP	AFS	CLAVE	
440-Y	60	1.10	0.5	3485	2.1	0.82	3.0		
220-Y//	60	1.10	0.5	3485	4.2	0.82	3.0		
TEMP. AMB. MAX.	40	°C	PESO	15	kg.				
η	77.0	%	DISÑO NEMA		IP	55			
CODIGO DE PRODUCTO		MX 541 255-LCA-063							
ROD.		6205-22		6204-22					
No. 1450		Hecho en México							

Figura 5.15 Características técnicas del motor ABB.

Se seleccionó un cople presisa tipo estrella para transmisión de potencia como el que se observa en la Figura 5.16. Se compone de dos mangones simétricos de aluminio con un diámetro interno de 7/8 y 5/8 de pulgada respectivamente además de un elemento elástico en forma de estrella. Los mangones disponen de varias aletas, sobre las que queda intercalado el elemento elástico. Esto significa que es un acoplamiento que trabaja a compresión. Se decidió utilizar rodamientos rígidos

de bolas en el eje como los presentados en la Figura 5.17 para una mejor captación de la vibración generada ya originalmente el sistema utilizaba rodamientos auto alineables.

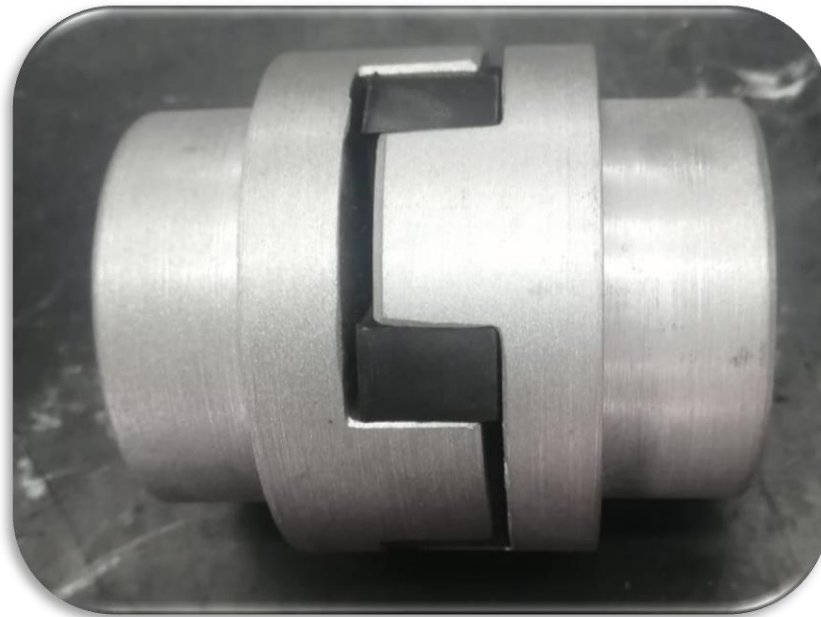


Figura 5.16 Cople presisa tipo estrella.



Figura 5.17 Rodamientos rígido de bolas.

Se adquirió una placa de acero AISI 1018 de 5/8 de pulgada de espesor (Figura 5.18) para soporte del motor, a la placa se le realizaron unos barrenos para que se una a la placa base y así mismo para poder fijar el motor, también se le soldaron en un extremo dos soportes con la capacidad de poder variar la longitud utilizando unos niveladores como se ilustra en la Figura 5.19.



Figura 5.18 Placa acero AISI 1018.



Figura 5.19 Niveladores soporte de motor.

Se realizó un análisis estático de la placa con la finalidad de conocer ciertas características ingenieriles y así garantizar el correcto funcionamiento de la misma. Los resultados obtenidos son los mostrados en la Figura 5.20 en la cual se aprecia que el limite elástico del material se encuentra a los $351.6MPa$, la fuerza que se propuso para el desarrollo del análisis es de $150N$, el esfuerzo máximo resultante que la placa experimentó es de $5.154MPa$.

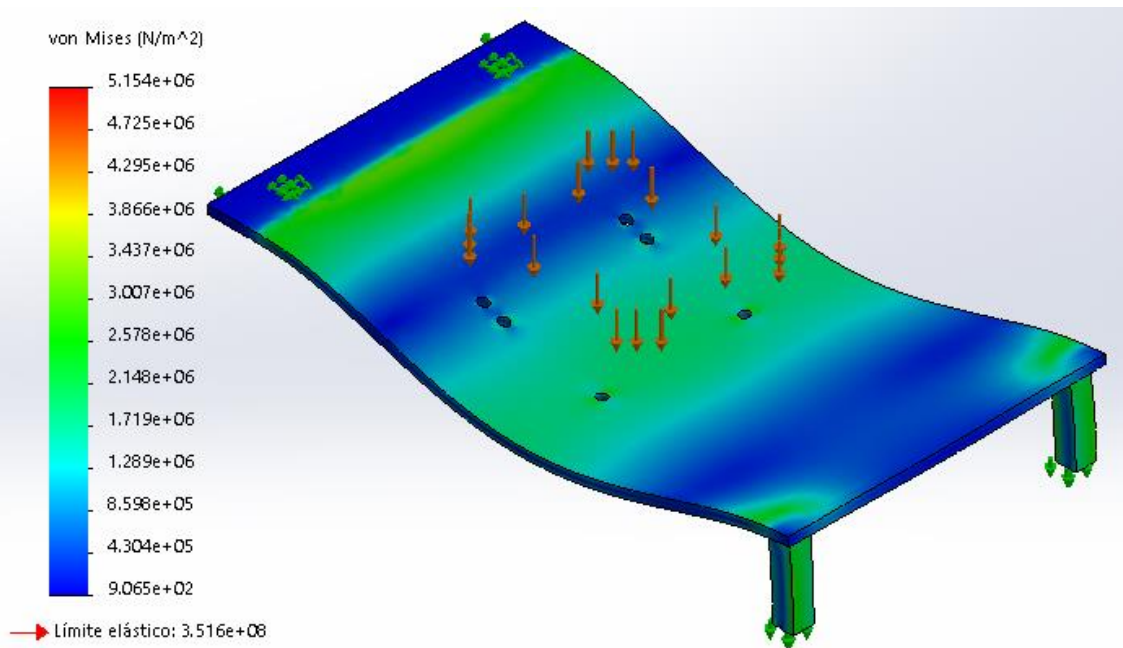


Figura 5.20 Resultados VonMises de la placa base del motor.

En la Figura 5.21 se muestra el ensamble de todas las partes mecánicas del sistema, en las cuales se encuentran: 1) Niveladores de motor, 2) Bastidor de motor, 3) Bastidor de rotor, 4) Rodamiento rígido de bolas, 5) Soporte de rodamientos, 6) Disco, 7) Eje, 8) Cople y 9) Motor.

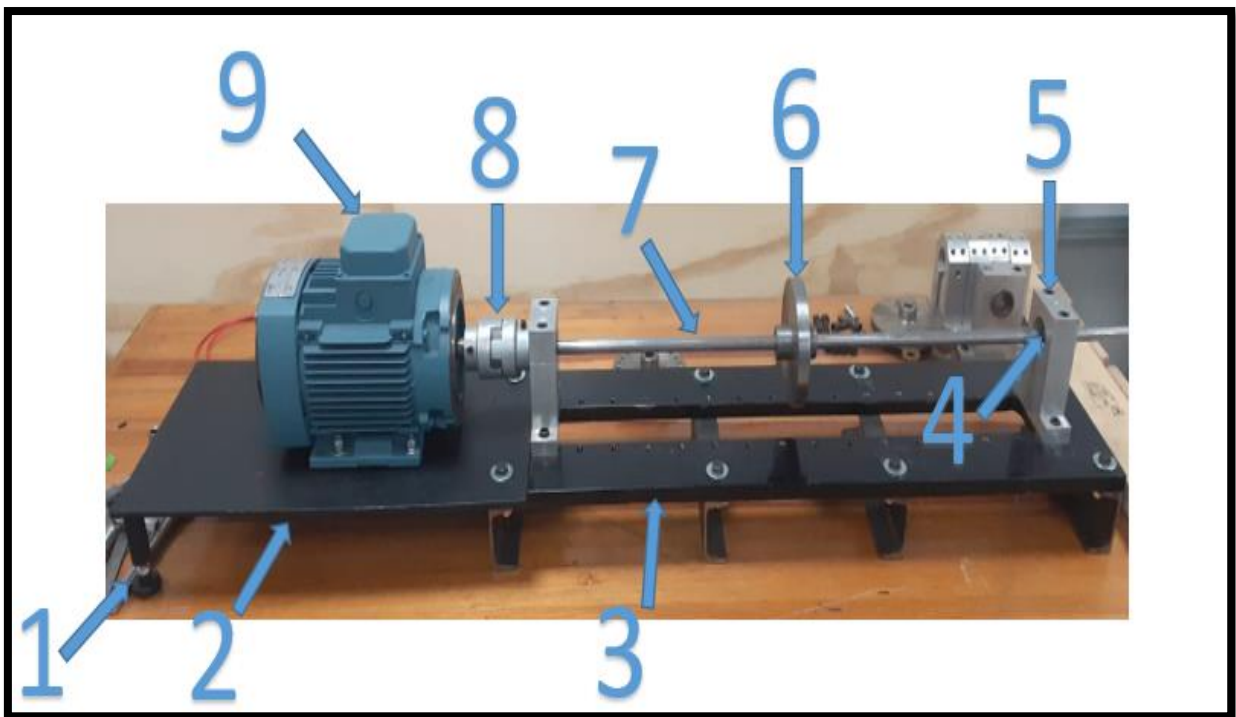


Figura 5.21 Ensamble del sistema.

También se instaló un convertidor de frecuencia marca WEG modelo CFW300 (Figura 5.22) para el control de la velocidad en motores de inducción trifásicos, resulta ideal para aplicaciones en máquinas o equipos que necesitan control preciso y facilidad de operación. Posee un tamaño compacto, cuenta con una interfaz de operación (HMI) incorporada, software de programación WPS gratuito, y accesorios tipo plug-in que pueden ser incorporados al variador agregando más funcionalidades y proporcionando una solución flexible con excelente costo beneficio.



Figura 5.22 Variador de velocidad.

En la Figura 5.23 se presenta el tablero que contiene las conexiones eléctricas realizadas en este proyecto. Se utilizó un riel din de 35mm que es comúnmente utilizado para el montaje de elementos eléctricos, del mismo modo se instaló un interruptor termomagnético de dos polos, un potenciómetro de precisión conectado al variador de frecuencia para el control de la velocidad, clemas para conexiones rápidas, un botón de paro de emergencia, se utilizó cable de uso rudo del número 12 para alimentar el sistema y para las conexiones cable del número 12.

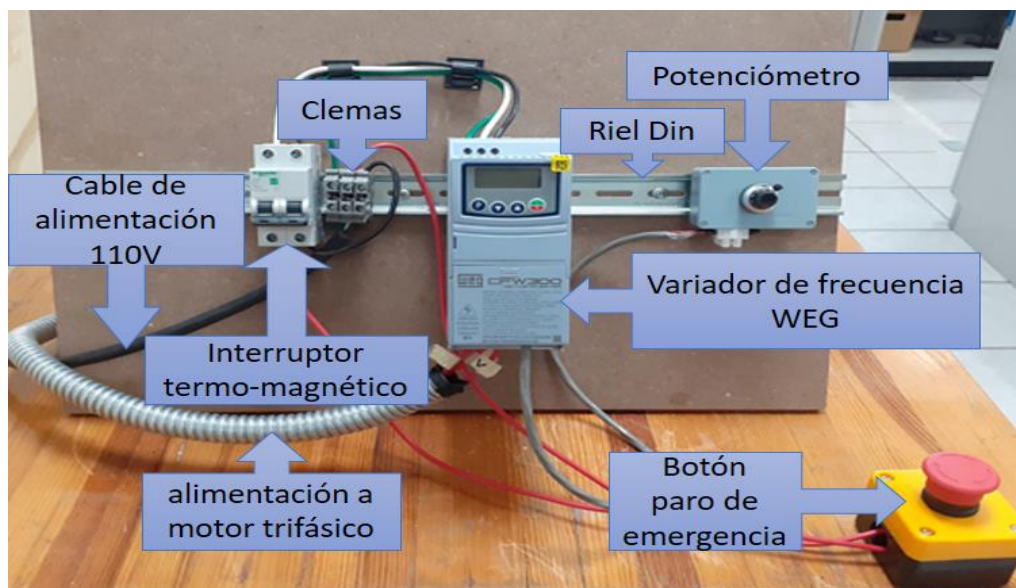


Figura 5.23 Conexiones eléctricas del sistema.

En este prototipo educativo, se utilizaron acelerómetros MEM digitales de bajo costo que son fácilmente configurables e intercambiables. Se utilizaron dos acelerómetros diferentes; el ADXL335 de 3 ejes que cuenta con salidas analógicas como el que se presenta en la Figura 5.24 y el ADXL345 que cuenta con un acelerómetro MEM de 3 ejes y una salida de datos digitales, provistos a través de un búfer FIFO para un muestreo rápido y transferencia de datos.

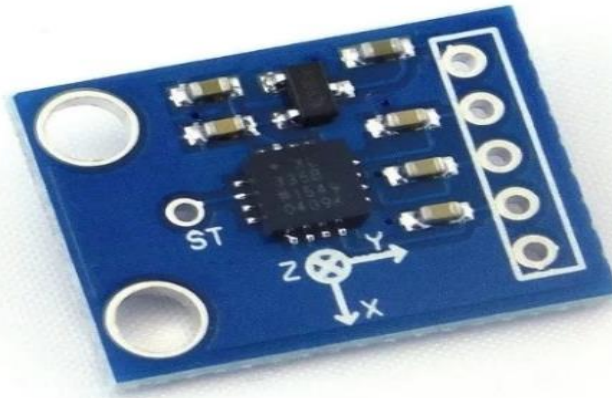


Figura 5.24 Acelerómetro de 3 ejes ADXL335.

Para procesar las señales se utilizó la tarjeta arduino DUE (Figura 5.25) basada en el microcontrolador Atmel SAM3X8E ARM Cortex-M3 la cual tiene unas características muy similares a la Stmdiscovery, se utilizó el software MATLAB®, ya que proporciona distintas cajas de herramientas integradas para procesamiento de señal y análisis de vibraciones,

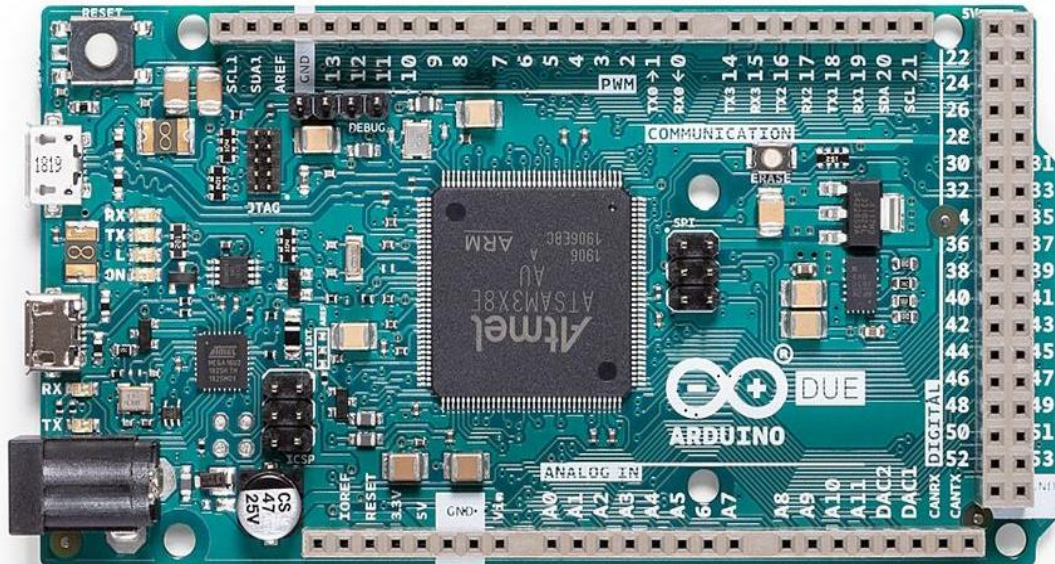


Figura 5.25 Arduino DUE.

5.4 Validación

Las estimaciones obtenidas utilizando el método de Rayleigh utilizado en [4] se exponen en la Tabla 5.1, este método consiste en obtener una mejor estimación de las frecuencias fundamentales del sistema bajo análisis que contienen elementos flexible, tal es el caso de las vigas.

Tabla 5.1 Estimaciones utilizando el método de Rayleigh.

Frecuencia natural	Rpm	Rad/s	Hz
1 disco			
1	1320	138	22
2	7920	829	132
3	13440	1413	224
2 discos			
1	1541	157	25
2	5940	622	99

En este trabajo, se usó el método del elemento finito para obtener estimaciones numéricas de las frecuencias naturales y modos de forma del rotor. En la tabla 5.2 se muestran los resultados obtenidos utilizando el software SolidWorks,

Tabla 5.2 Frecuencias obtenidas en SolidWorks

Modo	A	B
1	47 Hz	47.22 Hz
2	239.31 Hz	240 Hz

5.5 Extracción de parámetros modales

5.5.1 Prueba con martillo de impacto

En la Figura 5.26 se representa una prueba frecuencial, para la prueba con martillo de impacto el sistema debe de estar en estado estático y consiste en aplicar una fuerza de tipo impulso, se utilizó un martillo para aplicar una fuerza momentánea en el eje y de esta manera hacer que el sistema vibre para posteriormente registrar la aceleración que se presenta en el sistema, se observa que el sensor está colocado en el grado de libertad y en la parte inferior se observa el sistema de adquisición de datos. Para captar la señal se utilizó la tarjeta arduino DUE basada en el microcontrolador Atmel SAM3X8E ARM Cortex-M3 la cual tiene unas características muy similares a la Stmdiscovery como se reporta en el artículo [42] mismo que se anexa en el anexo A.



Figura 5.26 Prueba con excitación tipo impacto.

La respuesta que se obtuvo al realizar la prueba con martillo de impacto es la mostrada en la Figura 5.27, en el eje y se encuentran las aceleraciones registradas y en el eje x el tiempo transcurrido.

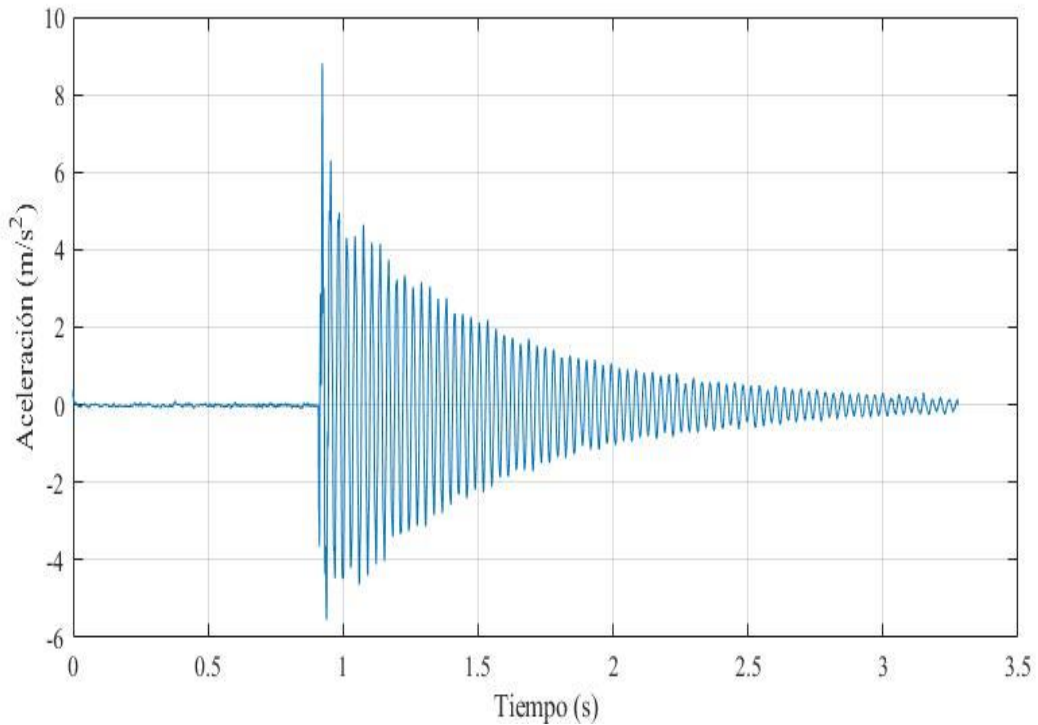


Figura 5.27 Respuesta temporal de prueba con excitación tipo impacto.

Se utilizó el programa realizado en [41] para calcular la FFT de la respuesta obtenida del sistema (Figura 5.28) y posteriormente aplicar el método del Peak Picking que igual se encuentra disponible en el programa. La frecuencia obtenida es de 32.75Hz .

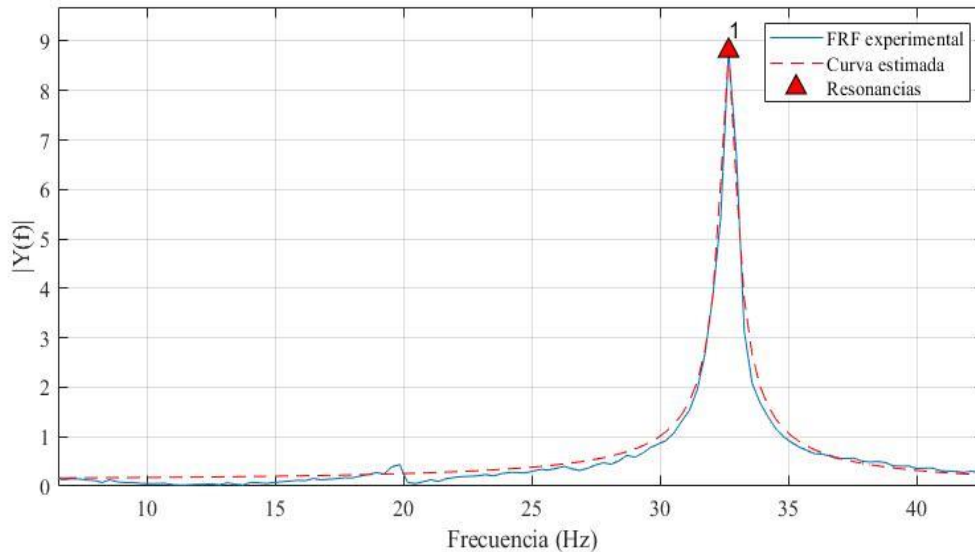


Figura 5.28 Respuesta en frecuencia de prueba con excitación tipo impacto.

5.5.2 Prueba con rampa de velocidad

Para la realización de esta prueba es necesario que el sensor se coloque en alguno de los soportes como se observa en la Figura 5.29. La prueba consistió en excitar el sistema hasta que este pase por alguna de las frecuencias naturales del sistema y así registrar el comportamiento presente en el sistema. La frecuencia de muestreo fue de 5000Hz .



Figura 5.29 Prueba con rampa de velocidad.

A continuación, en la Figura 5.30 se muestra el comportamiento dinámico que presentó el sistema.

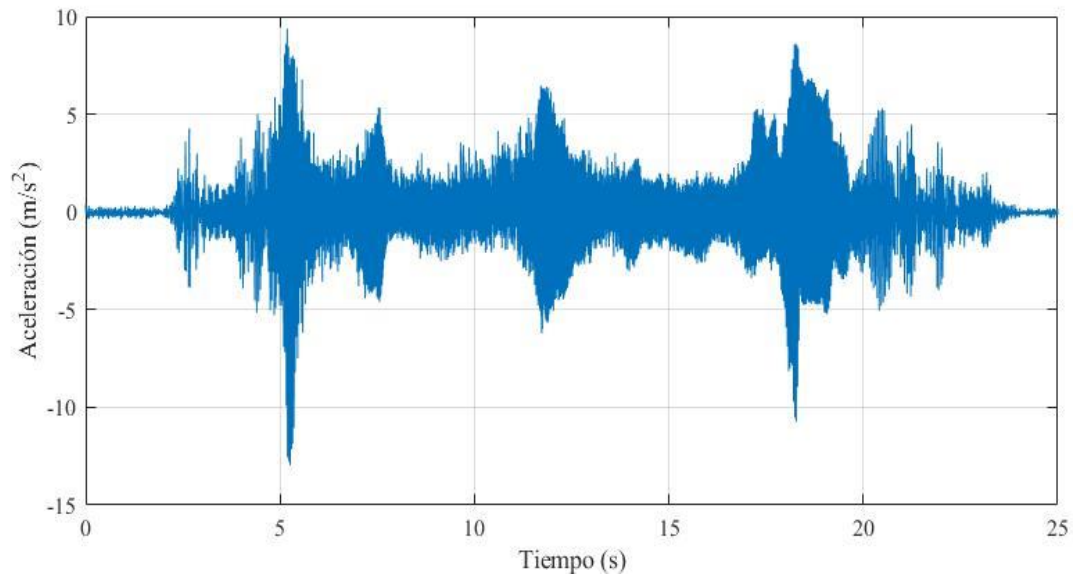


Figura 5.30 Respuesta dinámica del sistema.

En la Figura 5.31 se muestra el resultado de las frecuencias obtenidas utilizando el método del Peak-Picking, se aprecian cinco picos los cuales representan las frecuencias del sistema y se exponen en la Tabla 5.3 al igual que el factor de amortiguamiento para cada una de ellas.

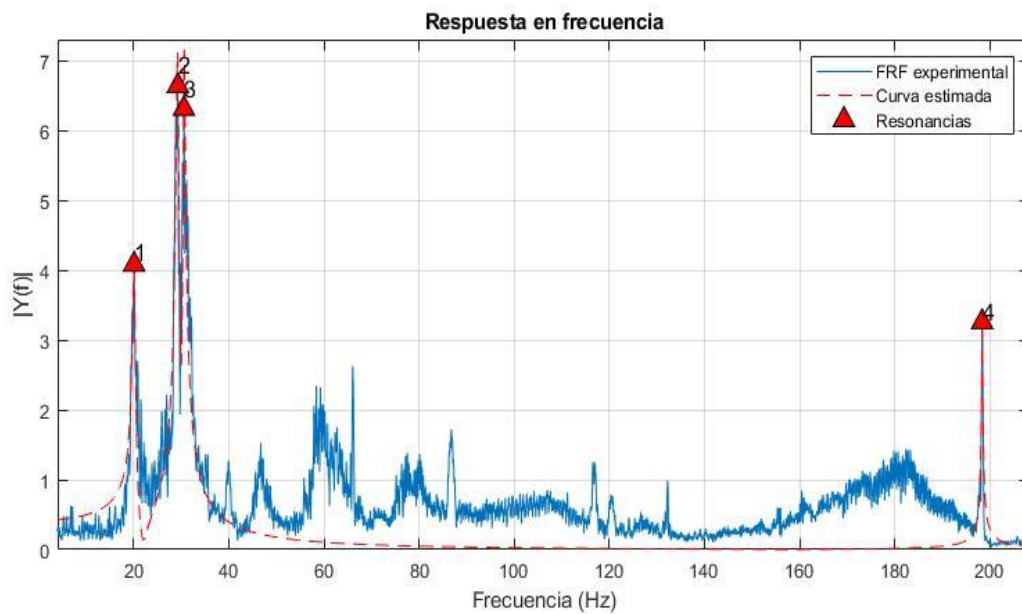


Figura 5.31 Respuesta en frecuencia de la prueba con rampa de velocidad.

Tabla 5.3 Parámetros modales obtenidos con la prueba de rampa de velocidad.

Modo	Frecuencia (Hz)	Factor de amortiguamiento
1	20.1036	0.0157
2	29.0491	0.0127
3	30.5750	0.0093
4	198.3086	7.2298e ⁻⁰⁴

En la Figura 5.32 se presentan los resultados obtenidos utilizando lo caja de herramientas de Matlab en donde se introdujeron los datos de la prueba de rampa de velocidad, se observa que la resonancia ocurre a los 215 rad/s que es equivalente a 34 Hz .

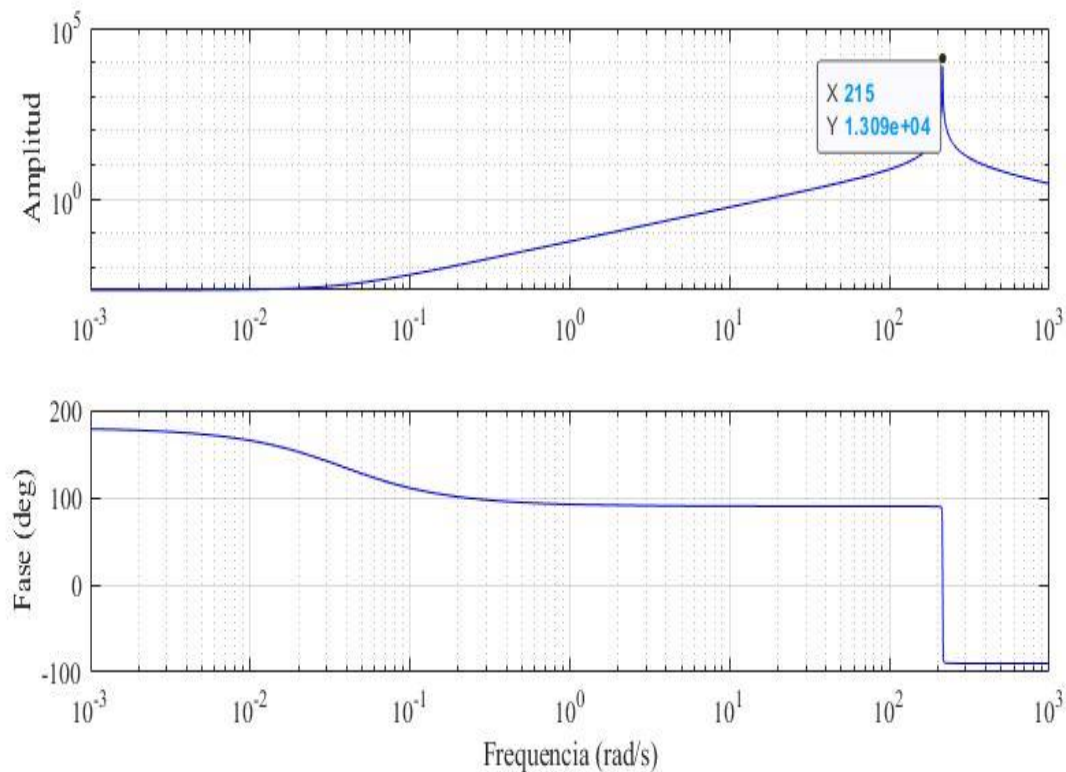


Figura 5.32 Respuesta obtenida utilizando la herramienta llamada “systemIdentification” de MATLAB®.

A continuación, en la Tabla 5.4 se presentan una comparación de todos los resultados obtenidos del sistema aplicando diferentes métodos de solución.

Tabla 5.4 Comparación de frecuencias naturales.

Método de Rayleigh	Eigen problema	SolidWorks	Analizador (impacto)	Analizador (rampa)	Herramientas de Matlab
22 Hz	21.87 Hz	-	19.83 Hz	20.10 Hz	-
-	-	-	32.75 Hz	30.52 Hz	34 Hz
132 Hz	-	47 Hz	42.72 Hz	-	-
224 Hz	-	239 Hz	158.40 Hz	198.30 Hz	-

Conclusiones

En este trabajo de tesis se presenta el modelo dinámico y la validación experimental del prototipo desarrollado en la tesis titulada “Diseño y construcción de un rotor experimental”. La validación experimental se realizó gracias a la correcta instrumentación realizada al prototipo que cumple con los requisitos y especificaciones técnicas como son: ancho de banda y requerimientos de potencia para alcanzar los objetivos de este trabajo.

La aportación principal de este trabajo es la comparación de los valores numéricos de las frecuencias naturales obtenidos mediante la evaluación de diferentes métodos teóricos con aquellos obtenidos de manera experimental a partir de mediciones en tiempo real de la variable de aceleración de uno de los elementos principales (chumacera) del prototipo.

Los datos obtenidos de forma experimental fueron posteriormente procesados utilizando MATLAB®. El resultado de dicho procesamiento es la extracción de los parámetros modales de frecuencia y factor de amortiguamiento.

Las diferencias entre los valores obtenidos teóricamente y experimentalmente para las frecuencias naturales se deben principalmente al planteamiento de los modelos matemáticos en los cuales se asumen comportamientos y condiciones de frontera ideales que en la realidad no se presentan debido a la presencia de componentes físicos como los rodamientos en las chumaceras, el cople, uniones atornilladas, entre otros. Los datos obtenidos experimentalmente sugieren la mejora de los modelos matemáticos con base a especificaciones más detalladas de las condiciones de frontera cuando el software de elemento finito así lo permita o con un análisis más a fondo de los materiales, características geométricas y la viabilidad de la simplificación del sistema a uno de un solo grado de libertad.

Como trabajo futuro, que podría contribuir a mejorar los resultados hasta ahora mostrados, se considera lo siguiente:

- Complementar el análisis modal experimental con otras técnicas de extracción de parámetros modales.
- Complementar la instrumentación con la medición de otras variables como esfuerzos, y velocidad angular.
- Realizar la validación experimental de los modelos dinámicos correspondientes a la configuración de dos discos.

Referencias

- [1] R. A. García-León, E. Flórez-Solano y J. Pedroza, «Diseño de un banco de pruebas para el análisis de vibraciones mecánicas,» *Revista Colombiana de tecnología avanzada*, vol. 1, n° 33, pp. 24-35, 2018.
- [2] A. Ziaja, I. Antoniadou, T. Barszcz, W. J. Staszewski y K. Worden, «Fault detection in rolling element bearings using wavelet-based variance analysis and novelty detection,» *Journal of Vibration and Control*, vol. 22, n° 2, pp. 1-16, 2014.
- [3] R. A. Figueroa Díaz, J. E. Aguirre Romano, A. Balvantín García y P. Cruz Alcantar, «Methodology to improve mode identification and modal parameter extraction for rotor dynamic analysis,» *Journal of Vibroengineering*, vol. 19, n° 4, pp. 2807-2821, 2017.
- [4] F. J. Monroy Trejo, *Diseño y construcción de un rotor experimental*, Pachuca, Hidalgo, 2016.
- [5] M. S. Esparza-González, M. A. Ramírez-Delgado, C. H. Saucedo-Zarate, L. A. Castañeda-Ramos y C. Sánchez-López, «Implementación y Prueba de un Subsistema de Análisis de Vibraciones para la Integración de un Banco Experimental en Robótica Flexible,» *Conciencia Tecnológica*, n° 50, pp. 5-12, 2015.
- [6] C. W. de Silva, *Vibration: fundamentals and practice*, Florida: CRC Press, 1999.
- [7] J. Torres, G. Rodríguez y S. Díaz, «Caracterización de un banco de pruebas para la enseñanza de vibraciones mecánicas,» *Ciencia e Ingeniería*, vol. 29, n° 3, pp. 285-292, 2008.
- [8] J. L. Gómez, G. A. Rodríguez, J. E. Torres y S. E. Díaz, «Enseñanza teórico – práctica de vibraciones mecánicas aplicadas,» *Latin American and Caribbean Journal of Engineering Education*, vol. 2, n° 2, pp. 63-69, 2008.
- [9] N. C. Guzmán Bello y A. Balvantín García, «Diseño y fabricación de un sistema experimental para la medición de vibraciones mecánicas: estudio analítico,» *Jóvenes en la ciencia*, vol. 4, n° 1, pp. 3220-3224, 2018.
- [10] I. Bucher y D. J. Ewins, «Modal analysis and testing of rotating structures,» *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, vol. 359, pp. 61-96, 2001.

- [11] J. C. Ortiz-Cornejo, G. Macías-López, D. d. J. Martínez-Peña y M. Á. Piña-Jara, «Banco de pruebas didáctico para el análisis de vibraciones,» de *Memorias del XVII Congreso Internacional Anual de la SOMIM*, San Luis Potosi, 2011.
- [12] D. Combesure y A. Lazarus, «Refined finite element modelling for the vibration analysis of large rotating machines: application to the gas turbine modular helium reactor power conversion unit,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 318, p. 1262–1280, 2008.
- [13] J. P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations*, New York: McGraw-Hil Book Company, 1956, pp. 258-265.
- [14] C. B. Biezeno y R. Grammel, *Engineering Dynamics*, vol. 3, London: Blackie and Son Limited, 1954.
- [15] P. J. Brosens y S. H. Crandall, «Whirling of Asymmetrical Rotors,» *Journal of Applied Mechanics*, pp. 355-362, 1961.
- [16] G. Gladwell y C. Stammers, «On the stability of anunsymmetrical rigid rotor supported inunsymmetrical bearings,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 3, pp. 221-232, 1966.
- [17] G. Genta, «Whirling of unsymmetrical rotors: afinite element approach based on complex co-ordinates,» *Journal of Sound and Vibration*, nº 124, pp. 27-53, 1988.
- [18] F. Oncescu, A. Lakis y G. Ostiguy, «Investigation of the stability and steady state response of asymmetric rotors,using finite element formulation,» *Journal of Sound and Vibration*, p. 303–328, 2001.
- [19] G. Genta, *Dynamics of Rotating Systems*, New York: Springer, 2005.
- [20] D. J. Han, «Vibration analysis of periodically time-varying rotor system with transverse crack,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, nº 21, p. 2857–2879, 2007.
- [21] C. W. Lee, D. J. Han, J. H. Suh y S. W. Hong, «Modal analysis of periodically time-varying linear rotor systems,» *Journal of Sound and Vibration*, nº 303, p. 553–574, 2007.

- [22] A. Lazarus, B. Prabel y D. Combescure, «A 3D finite element model for the vibration analysis of asymmetric rotating machines,» *Journal of Sound and Vibration*, n° 329, p. 3780–3797, 2010.
- [23] I. A. Macedo-De Lima y A. M. Araújo-Nunes, «Design and construction of a test bench for study of vibration analysis techniques applied to predictive maintenance,» de *23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering*, Río de Janeiro, 2015.
- [24] M. Saadatzi, M. Nasser-Saadatzi, R. Ahmeda y S. Banerjeea, «An Electro-Dynamic 3-Dimensional Vibration Test Bed for Engineering Testing,» *Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*, 2017.
- [25] H. González, J. Cardona y G. Monroy, «Diseño de un banco de pruebas de desalineamiento y desbalanceo mecánico,» *Scientia Et Technica*, vol. 2, n° 28, pp. 101-106, 2005.
- [26] R. Piero Espino, Y. A. Davizón Castillo, J. E. Olaguez Torres, A. Lizárraga Lizárraga, I. Benítez García y J. V. Núñez Nalda, «Prototipo didáctico para la enseñanza de vibraciones mecánicas mediante el diseño de un banco de pruebas de desbalance y velocidad crítica,» *Dyna (Bilbao)*, pp. 1-4, 2017.
- [27] C. N. Villegas Ulloa y P. A. Rojas Jaramillo, *Análisis modal del banco de ensayo de vibraciones del Laboratorio del Departamento de Ingeniería Mecánica*, Concepción: Universidad del Bío-Bío, 2014.
- [28] F. Pelayo, A. Skafte, M. L. Aenlle y R. Brincker, «Modal Analysis Based Stress Estimation for Structural Elements Subjected to Operational Dynamic Loadings,» *Experimental Mechanics*, vol. 55, n° 9, pp. 1791-1802, 2015.
- [29] H. Saruhan, S. Saridemir, A. Cicek y I. Uygur, «Vibration Analysis of Rolling Element Bearings Defects,» *Journal of Applied Research and Technology*, vol. 12, pp. 384-395, 2014.
- [30] A. ALSALEH, H. M. SEDIGHI y H. M. OUAKAD, «Experimental and theoretical investigations of the lateral vibrations of an unbalanced Jeffcott rotor,» *Front. Struct. Civ. Eng.*, 2020.
- [31] S. S. Rao, *Vibraciones mecánicas*, Quinta ed., México: Person Educación, 2012.

- [32] G. White, *Introducción al Análisis de vibraciones*, Woburn, MA: Azima DLI, 2010.
- [33] W. T. Thomson, *Teoría de vibraciones-Aplicaciones*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1981.
- [34] J. F. Z.-F. He, *Modal Analysis*, Butterworth Heinemann, 2001.
- [35] A. Brandt, *Noise and Vibration Analysis*, John Wiley and Sons, 2010.
- [36] N. Frechilla Alonso, *Metodologías para la estimación de los parámetros modales en pasarelas peatonales: aplicación a la pasarela del Museo de la Ciencia de Valladolid*, Valladolid: Universidad de Valladolid, 2017.
- [37] A. Deraemaeker y K. Worden, «New Trends in Vibration Based Structural Health Monitoring.,» *CISM Courses and Lectures*, vol. 520, 2010.
- [38] M. Rodríguez Súnico, *Análisis Modal Operacional*, Universidad de Sevilla, 2005.
- [39] I. The MathWorks, «Matlab para inteligencia artificial,» 1994-2021. [En línea]. Available: <https://es.mathworks.com/>. [Último acceso: 2021].
- [40] S. Castaño Giraldo, «Instrumentación Industrial,» *Control Automático Educación*, [En línea]. Available: <https://controlautomaticoeducacion.com/instrumentacion-2/>. [Último acceso: 21 Marzo 2021].
- [41] L. T. Franco, Artist, *Evaluación experimental de técnicas de identificación de parámetros modales en sistemas mecánicos*[Tesis de maestría. Centro de investigación y de estudios avanzados del instituto politécnico nacional, sección de mecatrónica] 2012.
- [42] J. C. Marin-Soriano, L. G. Trujillo-Francio y H. F. Abundis-Fong., «Instrumentation of an Educational prototype for Vibrations and signal Analysis,» *2020 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE)*, pp. 215-220, 2020, doi: 10.1109/ICMEAE51770.2020.00044

Anexos

Anexo A

Publicaciones

El siguiente artículo fue publicado con resultados del presente trabajo de tesis.

J. C. Marin-Soriano, L. G. Trujillo-Francio y H. F. Abundis-Fong., «Instrumentation of an Educational prototype for Vibrations and signal Analysis,» *2020 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE)*, pp. 215-220, 2020, doi: 10.1109/ICMEAE51770.2020.00044

Instrumentation of an Educational Prototype for Vibration and Signal Analysis

Juan C. Marin-Soriano
Postgraduate Division
TecNM/I.T. Pachuca.
Pachuca, Hidalgo, Mexico
m19201345@pachuca.tecnm.mx

Luis G. Trujillo-Franco
Department of Automotive Mechanical Engineering
Universidad Politécnica de Pachuca
Zempoala, Hidalgo, Mexico
luis.trujillo@upp.edu.mx

Hugo F. Abundis-Fong
Postgraduate Division
TecNM/I.T. Pachuca.
Pachuca, Hidalgo, Mexico
hugo.af@pachuca.tecnm.mx

Abstract

The constant advances and developments in open source hardware and software open the opportunity to generate new academic tools for teaching and learning experimental mechanics. Even though the open source software and hardware resources are not fully similar or equivalent to the professional equipment, these alternatives are affordable and effective enough to give to the young engineers a formative introduction to the correct use of the professional analyzers. In this work, we propose the use of open source hardware and software resources integrated in an experimental rotor bearing system used for teaching fundamentals of vibration analysis.

1. Introduction

The study of mechanical vibrations is a subject of widespread interest in the actual state of the art of the mechanical engineering because, for example, rotary machines (that are used in most industries) experience, the effects of vibrations, that could be the result of physical defects or causes inherent to the nominal operation conditions of the systems [1]. Failure of rotating parts is often caused by machines operating at high or low rotational speeds, so modified vibration analysis methods are used to monitor machine condition [2, 3]. In addition to this, research rotor dynamics looks towards an improvement of the stability of rotary systems, these systems present vibrations during their operation, which can be generated by instability and dynamic imbalance [4]. The study of mechanical vibrations must

be addressed in both ways, analytically and experimentally, to achieve this, nowadays, we have technological resources and tools that facilitate this concrete processes, in works like [5], the authors present an analog system that recovers and amplifies the received signals, this academic data acquisition system is mainly integrated by a computer, an Arduino board and Matlab® data acquisition card, this in order to allow further signal processing. Using these tools to teach mechanical vibrations is a way of transforming something complex into something that the student can easily interpret, since being able to carry out experimental vibration practices facilitates their understanding. Due to the growing need to train engineers and specialists in the area of mechanical engineering, the main objective of this work is to present a proposal for the instrumentation of an academic test bench for teaching experimental modal analysis and vibration analysis.

2. Prototype

The experimental plant or prototype is an academic rotor bearing system that is configurable in one or two disks mode. Those disks have threaded holes used to place additional masses for balancing experiments and vibrations analysis. The bearings are configurable to allow the mounting of hydrodynamic or magnetoreologic bearings, squeeze film dampers and so on. Fig. 2 shows the diagram of the layout of the prototype with its main components. We use a 3D printer to build the set of holders for mounting MEM accelerometers directly on the bearing supports for vibrations analysis. For detailed dimensions and mechanical features of the prototype see [6]. The driving component is a one

phase 1 Hp motor whose controller is fully programmable and configurable for diverse rotating speed trajectories and profiles used for critical speed analysis.

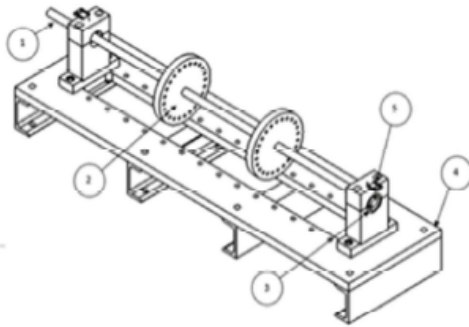


Figure 1. Diagram of prototype. 1) shaft, 2) disc, 3) bearing, 4) frame, 5) accelerometer mounting.

2.1 Mathematical Modeling

It is well known that in order to perform the analysis of vibrations of the mechanical systems like the proposed prototype, it is necessary to use partial differential equations, these equations are usually quite complicated. Fortunately, nowadays we count on powerful and well-founded mathematical and technological tools like the finite element methods and experimental modal analysis that allow, when work in conjunction, the formulation of the analytical and well known model: All manuscripts must be in English.

$$M\ddot{x} + B\dot{x} + Kx = f(t) \tag{1}$$

where x is the position vector, and M , C , and K are symmetric inertia, damping and stiffness $n \times n$ matrices, respectively and f is the $n \times 1$ exogenous excitation force vector. On the other hand, modal analysis techniques are used to transform the mathematical model (1) in terms of the principal coordinates q_i , $i = 1, 2, \dots, n$, as

$$\begin{aligned} \ddot{q}_i + 2\xi_i\omega_{ni}\dot{q}_i + \omega_{ni}^2q_i &= \Psi^T f(t) \\ x(t) &= \Psi q(t) \end{aligned} \tag{2}$$

with ω_n and ξ_i , the natural frequencies and damping ratios associated to the i -th vibration mode, respectively, and Ψ is known as the modal matrix .

2.2 Finite element model

To perform a numerical modal analysis of the prototype, we use the finite element method, as reported in the case

of the Violet Satellite Project [7], where the finite element method technique was used to predict the first vibration mode of the structure. In this work, we perform two different configurations for the numerical analyzes, the first is performed on the CAD model presented in [6] where three solids are considered: two discs and the shaft, for the second configuration for analysis, the system is considered as a unique rigid body. Fig. 2.2 shows the characteristics that were considered to perform each analysis.

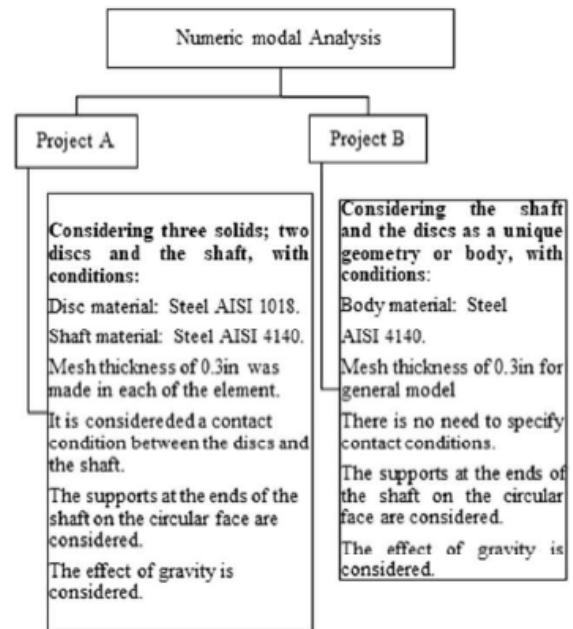


Figure 2. Main characteristics for projects A and B.

3. Numerical Results

In this work we use the finite element method to obtain numerical estimations of the natural frequencies and mode shapes of the rotor bearing systems. As a complement, we present a comparison with the results obtained using the Rayleigh method based on energy as reported and detailed in [6], the estimations obtained using the Rayleigh method are reported in Table 1. The Rayleigh method consists of obtaining a better estimate of the fundamental fre-

quencies of system under analysis that contain flexible elements; such is the case of beams.

Table 1. Estimations using the Rayleigh method.

Natural Frequency	Rpm	Hz	Rad/s
1 Disc			
1	1320.263	138.258	22.004
2	7919.66	829.345	131.994
3	13494.71	1413	224.996
2 Discs			
1	1541.18999	161.394	25.687
2	5969.00317	625.062	99.482

In Table 2 we report the results obtained from projects A and B see Fig. 2.2 using in ANSYS®. The set of results obtained in ANSYS do not show great variation in terms of their natural frequency, Project A was selected to compare the results with those presented in Table 1.

Table 2. Results using finite method.

Mode	Project A [Hz]	Project B [Hz]
1	39.552	40.667
2	39.611	41.294
3	96.819	96.703
4	108.74	108.14
5	108.91	108.3
6	182.64	182.1

The comparison of the most interesting results for our work is presented in Table 3. The first two modes are those obtained in [6] (see Table 1), These results show a range of frequency variation that goes from 138 Hz to 161 Hz. On the other hand, the results obtained in this work present a frequency range that goes from 108 Hz to 182 Hz, with which it is verified that the necessary frequency range to make the System resonate with 1 or 2 discs it is in the admissible ranges for the engine that is proposed for instrumentation.

Table 3. Rayleigh and Finite method comparison.

Natural Frequency	Rpm	Hz	Rad/s
Analytical model			
1 (One disk)	1320.263	138.258	22.004
1 (Two disks)	1541.18999	161.394	25.687
ANSYS			
1 (Project A)	2373.1	39.552	248.51
1 (Project B)	2440.0	40.667	255.52

As a complement to this work, a modal analysis was carried out exclusively on the bar, obtaining the results shown in Table 4.

Table 4. First two natural frequencies of the bar.

Natural Frequency	Rpm	Hz	Rad/s
1	1194	125.02	19.898
2	3281	343.58	54.682

Figure 3 shows the modes of vibration of the bar and the System with two discs, also indicates the critical natural frequencies for both cases.

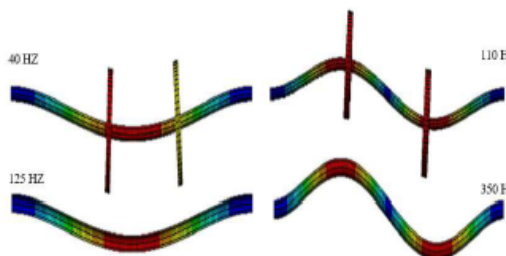


Figure 3. Dual Disc and Bar System mode natural frequencies and mode shapes.

4. Instrumentation and data acquisition

To install the instrumentation, the motor and its corresponding driver we use a similar approach like the one presented in [6], where a SIEMENS® 2 hp single-phase motor is selected, which operates at an operating speed of 3550 RPM and has a safety factor of 1.5. An industrial motor driver, based on frequency variation, is installed so that it has a led screen that indicates some parameters of the operating status and it is also easy to configure various pa-

rameters as speed trajectories, power monitoring, overcurrent protection and so on. In this educational prototype, we use low cost MEM analog and digital accelerometers that are easily configurable and interchangeable; we use two different accelerometers; the 3 Axis ADXL335 which features analog outputs and the ADXL345 which features 3 a Axis MEM accelerometer and digital data output, provided throughout a FIFO buffer for fast sampling and data transfer. The interface between a PC and the prototype is an embedded system based on ARM®. There is a universe of microcontrollers based on 32 bits ARM®architecture that is inherently RISC see [7]. This particular ecosystem of developing tools offers to the final users; from hobbyists to expert embedded systems developers, a very rich and constantly updated set of data acquisition and signal processing routines for basic and advanced applications in an open source format and available for free download based on the GNU license context. Some popular examples of open source ARM based and low cost development boards are resumed in Table 5. In order to process the signals provided by the accelerometers, we use Matlab® software, since it provides some interesting hardware support modules for the STM32F746G Discovery Board. In addition to this, it is also well known that this mathematical software has several built in toolboxes for signal processing and vibration analysis, besides the platform to develop new routines and toolboxes as needed in order to perform vibration analysis based on experimental and operational modal analysis and the corresponding structural health monitoring based on vibration analysis

Table 5. Open Source Boards Based On Arm® And Real Time Microcontrollers.

Board	Main features		
	Matlab-simulink support	Maximum sample rate (Ksps)	Typical Price (US dollars)
Arduino DUE	-	200	40.3
STM32F407G Discovery	✓	12	19.9
T.i. TSM320F28379D launchpad	✓	10	33.79
T.i. TivaC series based on TM4C123G chip	-	2	12.99

The STM32F746G Discovery Board that provides a fast full duplex USB based VCP (Virtual Communications

Port). The virtual COM ports have a settable buffer with well-defined standards that are easily programmed and used in Matlab® and most of the open source software platforms, for example: processing (based on java) or the growing and interesting platform matplotlib developed under python. In Figure 4, the Back end part of the signals acquisition and pre-processing is performed by the microcontroller and the virtual communications port at a configurable, fixed and precise sample rate, as specified in Table 5. The front end mathematical data processing is performed by the host computer and the software running to collect the buffered data stored temporally in the COM port. Finally, the user interfacing and graphic display refers to the graphic interface (GUI) programmed to show the numerical and graphic results of the data processing and the algorithms applied to the raw data provided by the back end part to show the time and frequency domain charts, and the numerical results of the estimations of the natural frequencies and damping ratios.

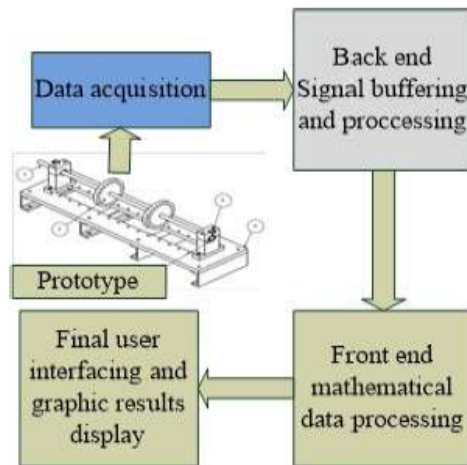


Figure 4. Flow chart of the data acquisition system for mathematical models validation.

5. Signal processing and graphic results

The overall data acquisition setup is shown in the block diagram in Fig. 4, where the raw digital data, is buffered, pre-processed and packed to be finally sent to the host compute where the graphic and numeric results can be used for interpretation or analysis purposes. For the numerical and graphic analysis of the data collected by the sensors it is crucial to have a precise and effective sample taking. One of the main numerical methods used for vibrations analysis

is the Fast Fourier Transform (FFT) algorithm, this numerical and computational algorithm requires data sampled at a constant and fixed sampling ratio. To make it possible, it is well known that the ARM® microcontrollers are specially designed to run real time operating systems (RTOS) or work under interruptions based schemes. In Figure 5, a sinusoidal signal of 80 Hz is sampled at a constant sampling ratio of 10 KHz, using a STM32F746G Discovery Board. The characteristic stair-like plot of the samples at a constant period of 0.0001 seconds is also highlighted in the same figure. The

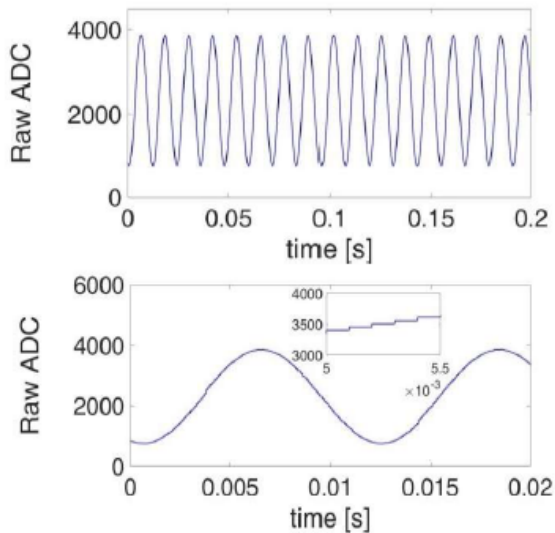


Figure 5. Sine wave of 84 Hz sampled at a precise period of 0.0001 seconds.

plots shown in Figure 5 are obtained using MatLab software, while the time and frequency domain plots shown in Figure 7 are obtained Kst, a free open source graphing software.

For the graphic results reported in Figure 6 we can conclude that the sampling ratio and the quality of the samples allow to compute a precise FFT of the signal to obtain the frequency content of the original wave form with a high quality and resolution frequency domain graph.

It is well known that a square wave is the linear combination of an infinite number of harmonics or frequency components, by sampling a processing a square wave, it is possible to calibrate and validate a data acquisition system. The frequency analysis of a square wave of 10 Hz is shown graphically in Figure 5 where the sampling ratio is 10 KHz. The corresponding FFT analysis shows the good performance of the proposed data acquisition system and is correct interaction with the software running on the PC since it is possible to observe the frequency content of the

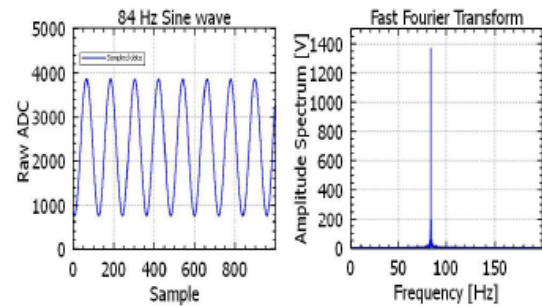


Figure 6. Sampled 84 Hz sine wave and its corresponding Fast fourier transform.

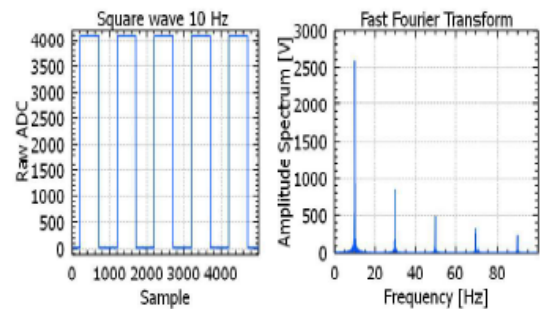


Figure 7. Square wave of 10 Hz and its corresponding Fast fourier transform.

square wave in the form of harmonics. Finally, in Fig. 8 the signal of the accelerometer ADXL 335 is mounted in a prove structure and sampled at a sampling period of 0.002 seconds. We can observe that it is possible to have good measurements from the accelerometer using the proposed data acquisition system.

6. Conclusions

In this work, we used the finite element method to perform a modal analysis the reported show a frequency ranges for the dynamic behavior that goes from 108.74 Hz to 182.64 Hz. Compared to the ranges presented in [6], which are 138,258 Hz for the system with one disk and 161,394 Hz for the system with two disks. This frequency range is measurable by using an ARM® based data acquisition system as shown by the calibration experiments performed. In the same way, it can be concluded that the variation between the results of the natural frequencies obtained in AN-

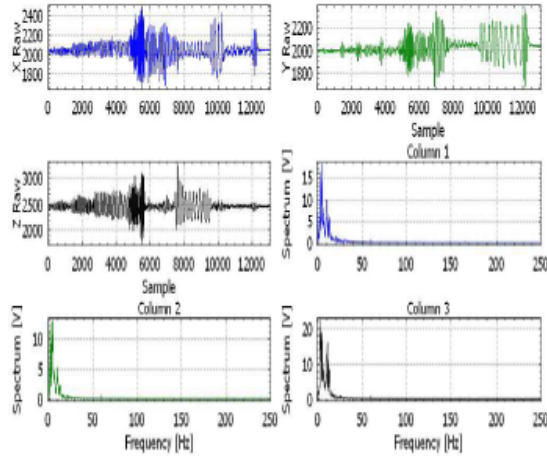


Figure 8. Tri-axial MEM ADXL335 signal sampled at 500 Hz .

SYS are modified since the approximations are more exact since contacts between the bar and the discs are considered and this modifies the way in which the vibration signals are transmitted. It is considered appropriate to verify the results obtained by the software with an experimental method, since this provides students with different tools to carry out modal tests in different environments. For subsequent analyzes, it is proposed that the CAD model be handled as a rigid body since the results are kept within range and also the tests that will be carried out in said bench are merely demonstrative, so the greatest accuracy is not necessary, simply that they are corroborated the data experimentally.

References

- [1] R. A. García-León, E. Flórez-Solano and J. Pedroza, *Diseño de un banco de pruebas para el análisis de vibraciones mecánicas* Revista Colombiana de tecnología avanzada, vol. 1, no. 33, pp. 24-35, 2018.
- [2] A. Ziaja, I. Antoniadou, T. Barszcz, W. J. Staszewski and K. Worden, *Fault detection in rolling element bearings using wavelet-based variance analysis and novelty detection* Journal of Vibration and Control, pp. 1-16, 2014.
- [3] R. A. Figueroa Díaz, J. E. Aguirre Romano, A. Balvanti García and P. Cruz Alcantar, *Methodology to improve mode identification and modal parameter extraction for rotor dynamic analysis* Journal of Vibroengineering, vol. 19, no. 4, pp. 2807-2821, 2017.
- [4] M. S. Esparza-González, M. A. Ramírez-Delgado, C. H. Saucedo-Zarate, L. A. Castañeda-Ramos and C. Sánchez-López, *Implementación y Prueba de un Sub-sistema de Análisis de Vibraciones para la Integración de un Banco Experimental en Robótica Flexible* Conciencia Tecnológica, no. 50, pp. 5-12, 2015.
- [5] M. A. Ojeda Misses, M. Valdés Fuentes and M. Díaz Muñoz, *Development of an electrocardiograph prototype* in 2019 16th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), México, 2019.
- [6] F. J. Monroy Trejo, *Diseño y construcción de un rotor experimental*, Bachelor thesis, Pachuca, Hidalgo, 2016.
- [7] ANSYS Advantage, *Violet Satellite Project*, ANSYS Advantage, vol. VIII, no. 1, 2014.
- [8] S. S. Rao, *Vibraciones Mecánicas*, Quinta ed., México: Person Educación, 2012.

Solución del modelo dinámico de un sistema vibratorio lineal de 1 GDL con movimiento traslacional.

- Se aplica la segunda ley de Newton, con la cual se llega a la ecuación característica de un sistema de segundo orden excitado con una fuerza armónica.

$$\Sigma F_x = m\ddot{x}$$

$$-kx - c\dot{x} + F(t) = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_o \cos \omega t$$

- Normalizando el modelo con respecto de la masa se obtiene la ecuación la cual representa el modelo en base a su frecuencia natural y factor de amortiguamiento.

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = f_o \cos \omega t$$

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = f_o \cos \omega t$$

Donde:

$$\frac{F_o}{m} = f_o$$

- El siguiente paso es obtener la solución del modelo dinámico:

$$x(t) = x(t)_H + x(t)_P$$

- Se iguala el modelo a cero y se resuelve la ecuación para obtener la solución homogénea del sistema.

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 0$$

- La solución homogénea del sistema se presenta por medio de la siguiente ecuación.

$$x_H(t) = e^{\alpha t} [A \cos \beta t + B \sin \beta t]$$

- Para obtener la solución particular del sistema se utiliza el método de coeficientes indeterminados.

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = f_o \cos \omega t$$

$$x(t)_P = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$$

$$\dot{x}(t)_P = -C_1\omega \sin \omega t + C_2\omega \cos \omega t$$

$$\ddot{x}(t)_P = -C_1\omega^2 \cos \omega t - C_2\omega^2 \sin \omega t$$

- Se sustituye la solución propuesta y sus respectivas derivadas en el modelo dinámico.

$$\begin{aligned}
 & -C_1\omega^2 \cos \omega t - C_2\omega^2 \operatorname{sen} \omega t + 2\zeta\omega_n(-C_1\omega \operatorname{sen} \omega t + C_2\omega \cos \omega t) \\
 & + \omega_n^2(C_1 \cos \omega t + C_2 \operatorname{sen} \omega t) = f_o \cos \omega t \\
 & (\omega_n^2 - \omega^2)C_1 \cos \omega t + 2\zeta\omega_n\omega C_2 \cos \omega t = f_o \cos \omega t \\
 & -2\zeta\omega_n\omega C_1 \operatorname{sen} \omega t + (\omega_n^2 - \omega^2)C_2 \operatorname{sen} \omega t = 0 \\
 & (\omega_n^2 - \omega^2)C_1 + 2\zeta\omega_n\omega C_2 = f_o \\
 & -2\zeta\omega_n\omega C_1 + (\omega_n^2 - \omega^2)C_2 = 0
 \end{aligned}$$

- El siguiente paso es resolver el sistema de 2x2 para obtener los coeficientes de la solución particular propuesta.

$$\begin{aligned}
 & (\omega_n^2 - \omega^2)C_1 + 2\zeta\omega_n\omega \left[\frac{2\zeta\omega_n\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2)} C_1 \right] = f_o \\
 & (\omega_n^2 - \omega^2)^2 C_1 + (2\zeta\omega_n\omega)^2 C_1 = (\omega_n^2 - \omega^2) f_o \\
 & C_1 = \frac{(\omega_n^2 - \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o
 \end{aligned}$$

Entonces se tiene:

$$\begin{aligned}
 C_2 &= \frac{2\zeta\omega_n\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \left[\frac{(\omega_n^2 - \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o \right] \\
 C_2 &= \frac{2\zeta\omega_n\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o
 \end{aligned}$$

- Recordando la solución del sistema

$$x(t) = x(t)_H + x(t)_P$$

Por lo tanto, la solución total del sistema se representa de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}
 x(t) &= e^{\alpha t} [A \cos \beta t + B \operatorname{sen} \beta t] + \\
 & \frac{(\omega_n^2 - \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o \cos \omega t + \frac{2\zeta\omega_n\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o \operatorname{sen} \omega t
 \end{aligned}$$

- Para determinar A y B se hace uso de las condiciones iniciales.

$$x(0) = X_0$$

$$\dot{x}(0) = V_0$$

$$A = X_0 - \frac{(\omega_n^2 - \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o$$

$$B = \frac{1}{\omega_d} \left[\zeta\omega_n \left[X_0 - \frac{(\omega_n^2 - \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o \right] - \frac{2\zeta\omega_n\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o + V_0 \right]$$

- Finalmente, la solución del modelo dinámico está dado por:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[\begin{aligned} & \left[X_0 - \frac{(\omega_n^2 - \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o \right] \cos \omega_d t \\ & + \left[\frac{\zeta\omega_n}{\omega_d} \left[X_0 - \frac{(\omega_n^2 - \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f \right] \right] \text{sen} \omega_d t \\ & \left[- \left[\frac{1}{\omega_d} \right] \frac{2\zeta\omega_n\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o + \frac{V_0}{\omega_d} \right] \text{sen} \omega_d t \end{aligned} \right] \\ + \frac{f_o}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} \left[(\omega_n^2 - \omega^2) \cos \omega t + 2\zeta\omega_n\omega \text{sen} \omega t \right]$$

En donde:

$$\omega_d = \sqrt{(1 - \zeta^2)}\omega_n$$

- La respuesta del sistema también se puede representar de la siguiente forma:

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t} \text{sen}(\omega_d t + \phi) + X \cos(\omega t - \theta)$$

Donde X es la amplitud de vibración en estado estacionario (o estado estable).

$$A = \frac{x_o - X \cos \theta}{\text{sen} \phi}$$

$$\phi = \text{tg}^{-1} \frac{\omega_d (x_o - X \cos \theta)}{v_o + (x_o - X \cos \theta)\zeta\omega_n - \omega X \text{sen} \theta}$$

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2}$$

$$X = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$$

$$C_1 = \frac{(\omega_n^2 - \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o = \frac{a}{a^2 + b^2} f_o$$

$$C_2 = \frac{2\zeta\omega_n\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} f_o = \frac{b}{a^2 + b^2} f_o$$

$$X = \sqrt{\frac{a^2 f_o^2}{(a^2 + b^2)^2} + \frac{b^2 f_o^2}{(a^2 + b^2)^2}}$$

$$X = \sqrt{f_o^2 \left(\frac{a^2 + b^2}{(a^2 + b^2)^2} \right)}$$

$$X = f_o \sqrt{\frac{1}{a^2 + b^2}}$$

$$X = \frac{f_o}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$X = \frac{f_o}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}}$$

- Centrando el análisis en la expresión de estado estable.

$$X = \frac{f_o}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}}$$

$$X = \frac{f_o}{\sqrt{(\omega_n^4 - 2\omega_n^2\omega^2 + \omega^4) + (4\zeta^2\omega_n^2\omega^2)}}$$

$$X = \frac{f_o}{\sqrt{\omega_n^4 \left(1 - 2\frac{\omega^2}{\omega_n^2} + \frac{\omega^4}{\omega_n^4}\right) + \omega_n^4 \left(\frac{4\zeta^2\omega^2}{\omega_n^2}\right)}}$$

$$X = \frac{f_o}{\omega_n^2 \sqrt{\left(1 - 2\frac{\omega^2}{\omega_n^2} + \frac{\omega^4}{\omega_n^4}\right) + \left(\frac{4\zeta^2\omega^2}{\omega_n^2}\right)}}$$

- Haciendo $r = \frac{\omega}{\omega_n}$

$$X = \frac{f_o}{\omega_n^2 \sqrt{(1 - 2r^2 + r^4) + (4\zeta^2 r^2)}}$$

$$X = \frac{f_o}{\omega_n^2 \sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

$$\frac{\omega_n^2 X}{f_o} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

$$\frac{kX}{F} = \frac{\omega_n^2 X}{f_o} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

$\frac{kX}{F}$ es la amplitud de vibración normalizada adimensional.

¿En qué r se tiene el máximo para la amplitud de vibración normalizada (kX/F)?

Para dar respuesta se deriva la expresión con respecto de r y se iguala a cero:

$$\frac{d}{dr} \frac{kX}{F} = \frac{d}{dr} \frac{\omega_n^2 X}{f_o} = \frac{d}{dr} ((1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2)^{-1/2}$$

$$\frac{d}{dr} \frac{kX}{F} = -\frac{1}{2} [(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2]^{-3/2} [2(1-r^2)(-2r) + 2(2\zeta r)(2\zeta)]$$

➤ Para encontrar el máximo la derivada se iguala a cero:

$$-\frac{1}{2} [(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2]^{-3/2} [2(1-r^2)(-2r) + 2(2\zeta r)(2\zeta)] = 0$$

$$2(1-r^2)(-2r) + 2(2\zeta r)(2\zeta) = 0$$

$$-4r + 4r^3 + 8\zeta^2 r = 0$$

$$4r [r^2 + 2\zeta^2 - 1] = 0$$

$$r^2 + 2\zeta^2 - 1 = 0$$

$$r = \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

$$r_m = \sqrt{1 - 2\zeta^2} = \frac{\omega_m}{\omega_n}$$

$$\omega_m = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

➤ Ahora surge la pregunta ¿Para qué rango de ζ el máximo de r es válido?

$$r = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \geq 0$$

$$\sqrt{1 - 2\zeta^2} \geq 0$$

$$1 - 2\zeta^2 \geq 0$$

$$-2\zeta^2 \geq -1$$

$$2\zeta^2 \leq 1$$

$$\zeta^2 \leq \frac{1}{2}$$

$$\zeta \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

➤ La amplitud de vibración máxima se obtiene al sustituir r_m en:

$$\frac{kX}{F} = \frac{\omega_n^2 X}{f_o} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

➤ Donde r_m es:

$$r_m = \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

$$2\zeta\omega_n = 0.183112$$

$$\zeta = 0.000487$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} = 0.011195$$

$$\omega_d = \sqrt{(1 - \zeta^2)}\omega_n = 187.9542 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_m = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = 187.99 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$X = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}} = \boxed{0.0011\text{m}}$$

Variador de frecuencia

Motors | Automation | Energy | Transmission & Distribution | Coatings

Frequency Inverter

Convertidor de Frecuencia

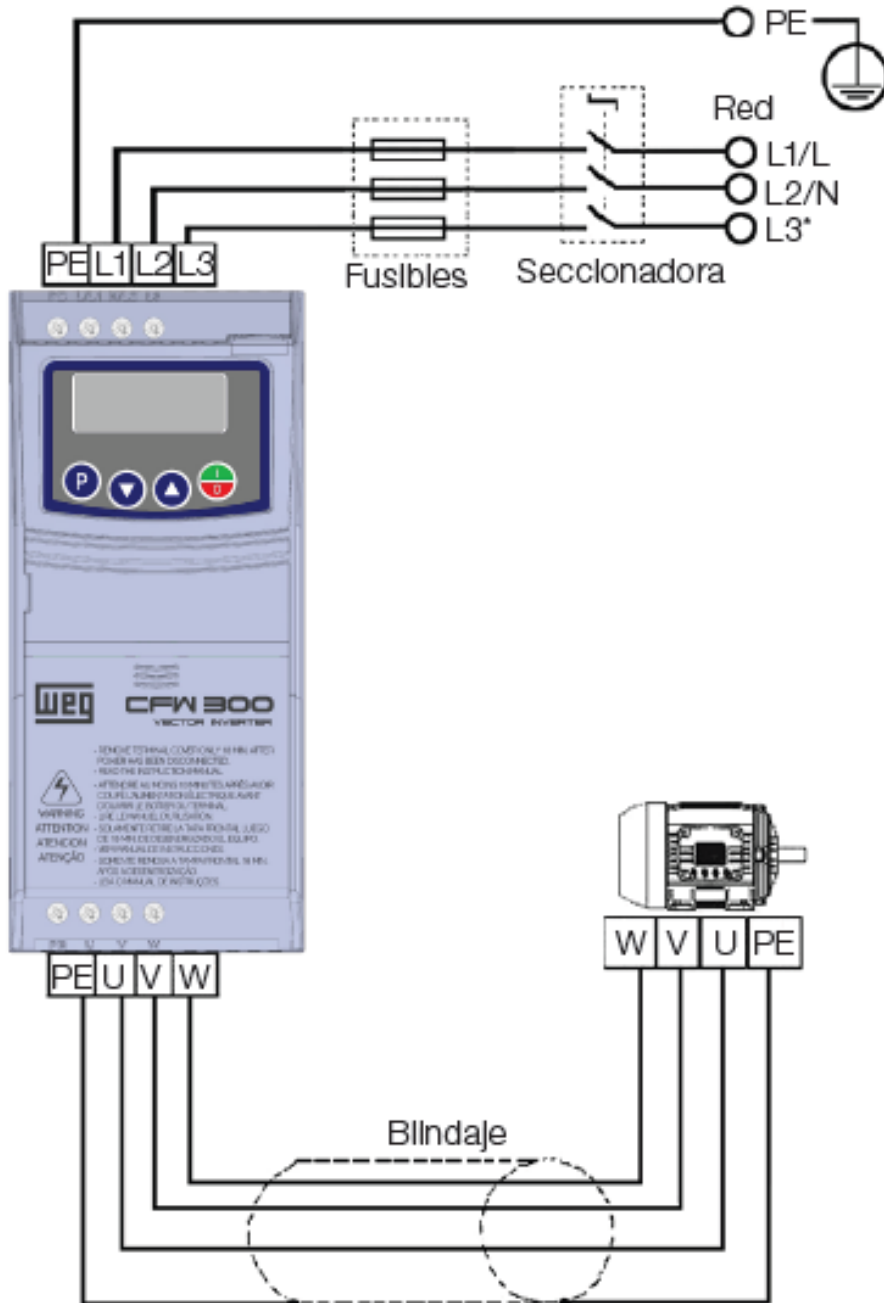
Inversor de Frequência

CFW300

User's Manual
Manual del Usuario
Manual do Usuário



Para más información visitar <https://www.weg.net/catalog/weg/MX/en/Drives/Variable-Speed-Drives/Micro-and-Mini-Drives/Variable-Speed-Drive-CFW300/DRIVE-CFW300A06P0S1NB20/p/13059272>

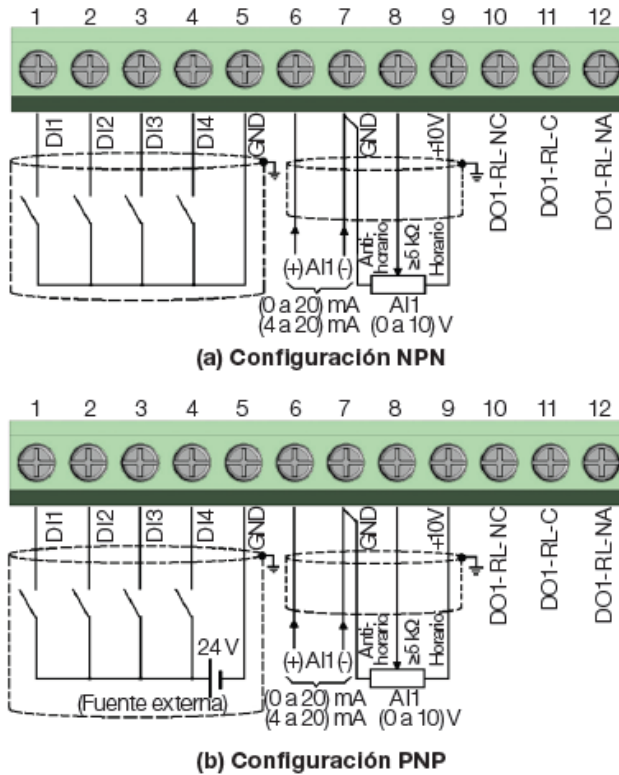


(*) Lo borne de potencia L3 no está disponibles en los modelos monofásicos del tamaño A

(b) Tamaño A alimentación monofásica o trifásica

3.2.5 Conexiones de Control

Las conexiones de control deben ser hechas de acuerdo con la especificación del conector de la tarjeta de control del CFW300. Las funciones y conexiones típicas son presentadas en la [Figura 3.3 en la página 64](#). Por más detalles sobre las especificaciones de las señales del conector consulte el [Capítulo 8 ESPECIFICACIONES TÉCNICAS en la página 79](#).



Conector		Descripción (*)
1	DI1	Entrada digital 1
2	DI2	Entrada digital 2
3	DI3	Entrada digital 3
4	DI4	Entrada digital 4
5	GND	Referencia 0 V
6	AI1	Entrada analógica 1 (Corriente)
7	GND	Referencia 0 V
8	AI1	Entrada analógica 1 (Tensión)
9	+10 V	Referencia +10 Vcc para potenciómetro
10	DO1-RL-NC	Salida digital 1 (Contacto NC del relé 1)
11	DO1-RL-C	Salida digital 1 (Punto común del relé 1)
12	DO1-RL-NA	Salida digital 1 (Contacto NA del relé 1)

(*) Por más informaciones consulte la especificación detallada en la [Sección 8.2 DATOS DE LA ELECTRÓNICA/GENERALES en la página 80](#).

Figura 3.3: (a) y (b) Señales del conector de la tarjeta de control C300