



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de Pachuca
División de Estudios de Posgrado e Investigación

Control Pasivo de Vibraciones en Una Estructura Tipo Edificio Utilizando Múltiples Absorbedores Flexibles

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA MECANICA
PRESENTA:

ING. JESSUS EDMMAN HERNANDEZ IBARRA

DIRECTOR:
DR. HUGO FRANCISCO ABUNDIS FONG

SINODALES:
DR. LUIS GERARDO TRUJILLO FRANCO
DR. IGNACIO RAMIREZ VARGAS

Pachuca de Soto, Hidalgo. Enero de 2024.
92 PAGINAS



Carretera México – Pachuca Km. 87.5, Col. Venta Prieta C.P. 42083 Pachuca de Soto,
Hidalgo. Tels. 771 7113073, 771 7113596, 771 7113140, 771 7115119 y 771 7113399
e-mail: depi@pachuca.tecnm.mx | tecnm.mx





Pachuca de Soto, Hidalgo, 29/enero/2024
Circular No. 026/2024

**C. ING. JESSÚS EDMAN HERNÁNDEZ IBARRA
PRESENTE**

La que suscribe, jefa de la División de Estudios de Posgrado e Investigación, le comunica que los miembros de la Comisión Revisora, designada por el Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica para examinar su Tesis:

Control Pasivo de Vibraciones en una Estructura Tipo
Edificio Utilizando Múltiples Absorbedores Flexibles

se han reunido, y después de intercambiar opiniones manifiestan su aprobación de la Tesis, en virtud que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes y, en consecuencia, se autoriza su impresión.

ATENTAMENTE

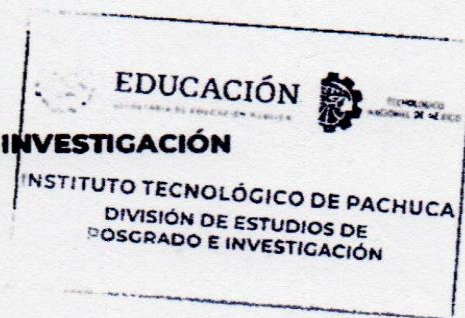
Excelencia en Educación Tecnológica.

"El Hombre Alimenta el Ingenio en Contacto con la Ciencia"

M. A. C. ELODIA CLAUDIA GUERRERO ORTIZ
JEFA DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

ccp. Archivo

ECGO/mpp





**Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica
ACTA**



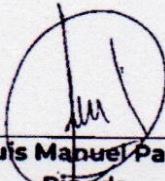
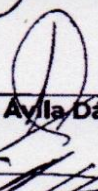
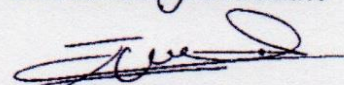


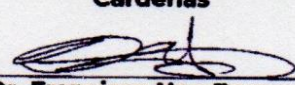

Siendo las 13:00 horas del 17 de febrero de 2023, el Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica manifiesta la APROBACIÓN del tema de Tesis: *Control Pasivo de Vibraciones en una Estructura Tipo Edificio Utilizando Múltiples Absorbedores Flexibles*, con el siguiente contenido:

- 1.- Introducción
- 2.- Estado del arte
- 3.- Marco teórico
- 4.- Materiales y métodos
- Conclusiones
- Bibliografía
- Apéndices

Para cubrir el requisito correspondiente a la Tesis para que el Ing. Jesús Edmman Hernández Ibarra obtenga el grado de Maestría en Ingeniería Mecánica, bajo la dirección del Dr. Hugo Francisco Abundis Fong.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica
"El Hombre Alimenta el Ingenio en Contacto con la Ciencia"

 Dr. Ignacio Ramírez Vargas	 Dr. Juan Serrano Arellano	 Dr. Luis Manuel Palacios Pineda
 Dra. Erika Osiris Ayala Dávila	 Dr. Edgar Ernesto Vera Cárdenas	 Dra. Marisa Moreno Ríos
 Dr. Armando Irvin Martínez Pérez	 Dr. Francisco Noe Demesa López	 Dr. Hugo Francisco Abundis Fong



RESUMEN

En el presente trabajo de investigación, el objetivo de estudio es una estructura tipo edificio o también llamada sistema primario, que será sometida a una perturbación en su base de naturaleza armónica con amplitud constante y frecuencia igual o cercana en valor a la frecuencia natural de la estructura principal. Para atenuar, de forma pasiva, la respuesta dinámica de la estructura antes mencionada, se implementarán múltiples absorbedores flexibles de vibraciones tipo viga en voladizo. Es importante mencionar que la razón por la que se tiene pensado implementar múltiples absorbedores flexibles (AFV), es para mejorar el desempeño dinámico de un solo AFV en su respuesta frecuencial, al atenuar los modos resonantes que se generan alrededor de su frecuencia de sintonización es decir, se le proporcionará robustez al sistema ante posibles cambios en la frecuencia de excitación.

Al día de hoy, se ha puesto una atención considerable al desarrollo de técnicas de atenuación de vibraciones estructurales por medio del control pasivo, utilizando los amortiguadores de masa sintonizados, el cual se ha vuelto una tecnología eficaz debido a simplicidad mecánica, por lo tanto, este tipo de esquema de absorción de vibraciones es un tema de investigación que permanece abierto, ofreciendo la posibilidad de aportar nuevos esquemas por medio de la implementación de diferentes configuraciones del control pasivo o mejorar los ya existentes al hacer uso de las herramientas matemáticas actuales

El objetivo principal de la presente investigación es evaluar, de forma numérica y experimental, la implementación de múltiples absorbedores flexibles de vibraciones en diferentes configuraciones, para atenuar la respuesta dinámica de estructuras sometidas a perturbaciones armónicas resonantes.

ABSTRACT

In the present research work, the object of analysis is a building-like structure also called primary system, which will be subjected to a resonant disturbance at its base by means of a harmonic excitation with constant amplitude and frequency equal to or close in value to the natural frequency of the main structure. To passively attenuate the dynamic response of the aforementioned structure, multiple flexible cantilever beam type vibration absorbers will be implemented. It is important to mention that the reason why it is planned to implement multiple flexible absorbers (FVA) is to improve the dynamic performance of a single FVA in its frequency response, by attenuating the resonant modes that are generated around its tuning frequency, that is, it will provide robustness to the system against possible changes in the excitation frequency.

Nowadays, considerable attention has been paid to the development of structural vibration attenuation techniques through passive control, using tuned mass dampers, which has become an effective technology due to mechanical simplicity, therefore, this type of vibration absorption scheme is a research topic that remains open, offering the possibility of providing new schemes through the implementation of different passive control configurations or improving existing ones by making use of current mathematical tools. .

The main objective of the present research is to evaluate, numerically and experimentally, the implementation of multiple flexible vibration absorbers in different configurations, to attenuate the dynamic response of some structures to resonant harmonic disturbances.

INDICE GENERAL

RESUMEN	I
ABSTRACT	II
1. INTRODUCCION	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	5
1.2 JUSTIFICACIÓN	6
1.3 OBJETIVOS.....	6
1.3.1 Objetivo general:.....	6
1.3.2 Objetivos específicos:.....	6
1.4 HIPÓTESIS	7
2. ANTECEDENTES O ESTADO DEL ARTE.....	8
3. MARCO TEORICO.....	15
3.1 VIBRACIONES MECANICAS	15
3.2 CLASIFICACION DE LAS VIBRACIONES MECANICAS:.....	16
3.2.1 Vibración libre y forzada:	16
3.3 Vibración amortiguada y no-amortiguada:	16
3.4 Vibración determinística y aleatoria:	17
3.5 Grados de libertad de un sistema:	18
3.6 SISTEMA MASA – RESORTE – AMORTIGUADOR.....	18
3.6.1 Modelo dinámico	18
3.6.2 Derivación de las ecuaciones de movimiento del sistema.....	19
3.6.3 Solución de las ecuaciones de movimiento del sistema.....	19
3.6.4 Interpretación de resultados.....	20
3.7 FUNCION DE TRANSFERENCIA	22
3.8 FUNCION DE RESPUESTA EN FRECUENCIA	24
3.9 SISTEMAS GENERALIZADOS DE UN GRADO DE LIBERTAD.....	26
3.10 SISTEMAS CON MASA Y ELASTICIDAD DISTRIBUIDAS	27
4. MATERIAL Y METODOS.....	28
4.1 SISTEMA PRIMARIO IMPLEMENTANDO DOS ABSORBEDORES FLEXIBLES DE VIBRACIONES	28
4.2 MODELO DINAMICO DEL SISTEMA	29
4.3 SISTEMA PRIMARIO IMPLEMENTADO 2 ABSORBEDORES FLEXIBLES EN DIFERENTE CONFIGURACION.....	35

4.4 MODELO DINAMICO DEL SISTEMA	35
4.5 RESULTADOS DE SIMULACION	39
4.5.1 PRIMER ESQUEMA DE ABSORCION DE VIBRACION.	39
4.5.2 SEGUNDO ESQUEMA DE ABSORCION DE VIBRACION	46
4.6 DISEÑO MECANICO DE LA PLATAFORMA EXPERIMENTAL	59
4.6.1 DISEÑO MECANICO	61
5. CONCLUSIONES	77
7. REFERENCIAS.....	79
ANEXO A. Planos de la plataforma experimental diseñada.....	82
ANEXO B. Programas utilizados.....	90

Lista de figuras

Figura 1.1. Posibles configuraciones de un AFV para una estructura tipo edificio de 1 gdl.	5
Figura 3.1 Péndulo simple. [11].....	18
Figura 3.2 Sistema grado de libertad masa, resorte, amortiguador de un. [12]	20
Figura 3.3 Diagrama de cuerpo libre del sistema masa, resorte, amortiguador. [13]	21
Figura 3.4 Sistema físico. [14].....	24
Figura 3.5 Diagrama de bloques de la entrada-salida.[15]	25
Figura 3.6 Sistema de viga en voladizo. [16].....	27
Figura 3.7 (a) deflexiones y desplazamientos virtuales de la torre, (b) fuerzas de inercia, (c) fuerzas estáticas equivalentes [17]	27
Figura 4.1 Diagrama esquemático del sistema primario con dos absorbedores flexibles de vibración.	29
Figura 4.3 Diagrama esquemático de plataforma implementando 2 AFV	40
Figura 4.4 Resultados de simulación en Matlab-Simulink de la respuesta dinámica del sistema ante condiciones resonantes.	42
Figura 4.5 Acercamiento de la gráfica de la Figura 12 mostrando los desplazamientos de la masa principal del sistema implementando los AFV.	43
Figura 4.6 Respuesta dinámica del primer absorbedor flexible de vibraciones.....	44
Figura 4.7 Respuesta dinámica del segundo absorbedor flexible de vibraciones.	45
Figura 4.8 Segundo esquema de absorción de vibración implementando múltiples absorbedores flexibles.	46
Figura 4.9 Respuesta dinámica del sistema perturbando el primer grado de libertad con condición inicial de posición.....	47
Figura 4.10 Respuesta dinámica del sistema perturbando el segundo grado de libertad con una condición inicial de posición.	48
Figura 4.11 Respuesta dinámica del sistema perturbando el tercer grado de libertad con una condición inicial de posición.	49
Figura 4.12 Respuesta dinámica del sistema primario en resonancia y con absorbedor no lineal sobre la masa principal.....	50

Figura 4.13 Respuesta temporal del AFV cuando $\omega = 1.416 \text{ Hz}$	51
Figura 4.14 Respuesta frecuencial del sistema primario con ambos absorbedores de vibración.	51
Figura 4.15 Funciones de transferencia representadas en Simulink.	52
Figura 4.16 Respuesta resonante del sistema completo. Cuando $\omega = 1.28 \text{ Hz}$ (superior) y cuando $\omega = 1.58 \text{ Hz}$ (inferior).	53
Figura 4.18 Respuesta dinámica del AFV cuando la frecuencia de excitación disminuye en $t = 30 \text{ s}$. 56	56
Figura 4.19 Respuesta temporal del absorbedor autoparamétrico ante una disminución en la frecuencia de excitación a los 30 s.	56
Figura 4.20 Respuesta dinámica del sistema primario cuando la frecuencia de excitación aumenta en $t = 30 \text{ s}$	57
Figura 4.21 Respuesta dinámica del AFV cuando la frecuencia de excitación disminuye en $t = 30 \text{ s}$ 57	57
Figura 4.22 Respuesta temporal del absorbedor autoparamétrico ante un aumento en la frecuencia de excitación a los 30 s.	58
Figura 4.23 Árbol de objetivos para el diseño mecánico de la plataforma experimental.	59
Figura 4.24 Caja transparente para el establecimiento de funciones	60
Figura 4.25 Flexión de la columna al ser excitada en la base.	63
Figura 4.26 Cargas a las que se encuentra sometida la columna de la plataforma	64
Figura 4.27 Cargas a las que se encuentra sometido el absorbedor flexible.....	69
Figura 4.28 Cargas a las que se encuentra sometido el segundo AFV	73

Índice de tablas

Tabla 1. Parámetros de simulación del esquema de absorción de vibración con 2 AFV	41
Tabla 2. Parámetros del sistema.	47
Tabla 3. Parámetros modales del sistema primario con dos absorbedores de vibración.....	52

CAPITULO 1

1. INTRODUCCION

El interés en las vibraciones mecánicas viene desde la creación de los primeros instrumentos tanto de cuerda como de silbato y tambores, probablemente desde la creación de algún instrumento a partir de algún arco de flechas, un arma utilizada por los egipcios. Pitágoras sería en su caso la primera persona que abordaría la investigación en sonidos musicales con bases científicas y sería el primero en realizar experimentos con una cuerda vibratoria manipulando su longitud y tensión logrando así diferentes tonalidades auditivas.

No sería hasta que Galileo Galilei (1564-1642) considerado el fundador de la ciencia experimental moderna que estudiaría el movimiento de un péndulo simple midiendo el periodo de tiempo de la oscilación con su propio pulso y descubriría que el periodo de tiempo era independiente de la amplitud a la que oscilaba, lo cual lo conduciría a seguir realizando experimentos con el péndulo simple.

Isaac Newton en sus trabajos publicados dentro de los más importantes, estaría sus tres leyes del movimiento. En ellas resalta la segunda ley de movimiento que es ocupada ampliamente en bibliografía moderna de vibraciones mecánicas utilizada para derivar las ecuaciones de movimiento de un sistema vibratorio. De igual manera las contribuciones de Brook Taylor son significativas con su teorema de series infinitas así como la frecuencia natural de la vibración obtenida de la derivación de la ecuación de movimiento. Dicho procedimiento de Taylor fue perfeccionado a través de la introducción de las derivadas parciales en las ecuaciones de movimiento por Daniel Bernoulli (1700-1782), Jean D'Alembert (1717-1783) y Leonard Euler (1707-1783).

Por su parte Joseph Lagrange (1736-1813) presentaría la solución analítica de una cuerda vibrante, en este estudio Lagrange asumió que dicha cuerda estaría hecha de un número finito de partículas de masa equitativamente distribuidas y estableció que para esta cuerda existiría un número de frecuencias naturales independientes y serían iguales a la cantidad de partículas que la compone. Si este número tendía a ser infinito, entonces las frecuencias resultantes serían las mismas que las frecuencias armónicas de la cuerda estirada.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

En este sentido Euler en 1744 y Bernoulli en 1751 estudiaron por primera vez la vibración de las vigas delgadas soportadas y sujetadas de diferentes formas, su aproximación se conoce como Euler-Bernoulli o teoría de vigas delgadas.

Es bien sabido que muchos de los problemas de la mecánica, incluyendo las vibraciones son problemas de naturaleza no lineal, sin embargo las adaptaciones lineales son generalmente satisfactorias para la mayoría de los propósitos sin dejar de ser adecuados para todos los casos.

La vibración está presente alrededor de todas nuestras actividades cotidianas, desde la comunicación por voz, la respiración, caminar etc. Actualmente se dedica gran cantidad de tiempo en el estudio de las vibraciones y en el desarrollo de teorías matemáticas para la descripción de sistemas físicos vibratorios así como problemas a los que pueden ser susceptibles sistemas mecánicos complejos que, debido a la vibración, pueden ser llevados a fallas en su funcionamiento. La vibración puede conducir a que una estructura o un componente de maquina falle debido a la fatiga resultante del esfuerzo inducido por la variación cíclica. De igual manera la vibración en maquinaria es la causante de que se afloje la tornillería y por ende se suelten partes de un sistema mecánico causando fallas catastróficas.

Un problema aun mayor es la resonancia, en la cual la frecuencia natural de alguna estructura o alguna maquina coincide con la frecuencia de excitación a la que está expuesta, causando amplitudes de vibración o deflexión cada vez mayores, llevando al sistema a un daño catastrófico.

Un ejemplo de como la resonancia puede llevar una estructura a una falla catastrófica es el puente de Tacoma Narrows, el cual, sufrió un daño que lo llevo a su destrucción total debido a que los vientos que lo empezaron a mover comenzaron a coincidir con la frecuencia natural del puente, haciendo que sus amplitudes de vibración y de deflexión causaran esfuerzos tan grandes que su destrucción fue inminente. De este ejemplo se deriva la importancia de estudiar la vibración no deseada a la que están sujetas las máquinas y estructuras así como desarrollar investigaciones para lograr mitigarlas o atenuarlas en la mayor medida de lo posible.

Por vibración y oscilación se entiende a todo movimiento que se repite ante un intervalo de tiempo, como ejemplos básicos podríamos mencionar el movimiento de un resorte o el oscilar de un péndulo. De este modo la teoría de la vibración es el estudio de los movimientos oscilatorios de los cuerpos y de las fuerzas asociadas a él [18].

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MÚLTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

En general un sistema vibratorio integra elementos de energía potencial como los son resortes o elementos elásticos, energía cinética que son las masas o elementos de inercia y elementos disipadores de energía conocidos como amortiguadores. Los sistemas vibratorios transfieren su energía potencial en energía cinética y viceversa de manera alternada, si el sistema esta amortiguado, parte de esta energía se disipa en cada ciclo de vibración.

Una manera de disipar o atenuar las vibraciones no deseadas es a través del control de vibraciones. Dentro de esta área existen elementos de control activo, semi-activo y pasivo, en este trabajo de investigación se abordara el control de vibraciones a través de un elemento pasivo llamado Tuned Mass Damper (TMD por sus siglas en inglés) o amortiguador de masa sintonizado, Este es un dispositivo de control de vibraciones pasivo, el cual, al ser sintonizado a la frecuencia natural del elemento primario en el que se pretende atenuar la respuesta dinámica, es capaz de contrarrestar el movimiento de las perturbaciones a las que está sujeto, permitiendo atenuar las amplitudes de respuesta de la estructura. Si bien no es el único dispositivo utilizado para control de vibraciones mecánicas, tiene las ventajas de ser un elemento pasivo, por lo que no requiere alimentación externa además de su simplicidad mecánica ya que únicamente requiere un elemento elástico y un elemento de masa, ambos parámetros deberán ser determinados para lograr ser sintonizado y trabajar como un TMD. El Absorbedor flexible propuesto en este trabajo de tesis trabajara de manera parecida a un TMD, ya que también contara con un elemento elástico flexible y una masa, este Absorbedor de igual manera deberá ser sintonizado a la frecuencia natural del sistema primario para poder atenuar, de manera pasiva, la respuesta dinámica de la estructura. Se utilizaran esquemas o arreglos de múltiples absorbedores flexibles de vibraciones para proporcionar robustez al esquema que solo presenta un solo absorbedor flexible de vibraciones.

Actualmente existen diversas investigaciones que abordan el tema de los TMDs, en las cuales, se determinan los parámetros óptimos de los TMDs para su funcionamiento más eficiente, además de la implementación de esquemas de múltiples TMDs, los cuales, resultan bastante eficientes para el control de vibraciones en estructuras, estos han demostrado que su aplicación es sumamente práctica y que para que su funcionamiento sea optimo, los parámetros de masa rigidez y algunos con amortiguamiento deben ser precisos, y estos, dependerán de la frecuencia natural del sistema primario a controlar así como de las condiciones de la vibración y de la estructura bajo estudio.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

De igual manera existe literatura en libros que nos proporcionan las herramientas matemáticas adecuadas para el análisis de vibraciones y de la respuesta dinámica de las estructuras ante vibraciones forzadas. El campo de control de vibraciones en un área que permanece abierta a propuestas, en la cual se puede mejorar los esquemas ya establecidos utilizando las herramientas computacionales o proponer nuevos esquemas de control pasivo de vibraciones.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MÚLTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se tiene una estructura tipo edificio (sistema primario), discretizada en 1 grado de libertad ($x_1(t)$), que será sometida a una perturbación resonante en su base ($\ddot{x}_b(t)$) por medio de una excitación armónica con amplitud constante y frecuencia igual o cercana en valor a la frecuencia natural de la estructura principal.

Para atenuar, de forma pasiva, la respuesta dinámica de la estructura antes mencionada, se implementarán múltiples absorbentes flexibles de vibración (MAFV) tipo viga en voladizo. Las configuraciones de interés son: i) absorbentes flexibles con dinámica lineal (combinaciones posibles entre a) y b) de la Figura 1), ii) absorbentes flexibles con dinámica lineal y no lineal (combinaciones posibles entre a), b) y c) de la Figura 1)

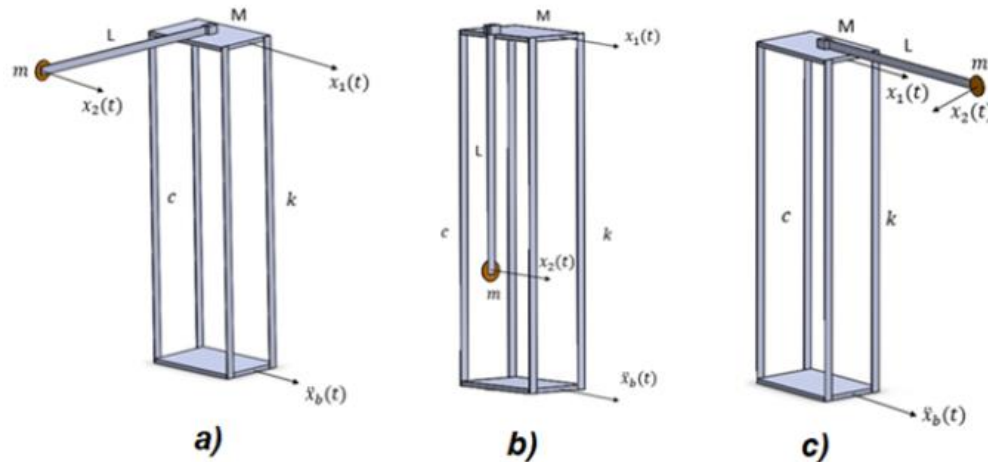


Figura 1.1. Posibles configuraciones de un AFV para una estructura tipo edificio de 1 gdl.

Es importante mencionar que la razón por la que se tiene pensado implementar múltiples absorbentes flexibles es para mejorar el desempeño dinámico de un solo AFV en su respuesta frecuencial al atenuar los modos resonantes que se generan alrededor de su frecuencia de sintonización, es decir, se le proporcionará robustez al sistema ante posibles cambios en la frecuencia de excitación.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MÚLTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

1.2 JUSTIFICACIÓN

Al día de hoy, se ha puesto una atención considerable al desarrollo de técnicas de atenuación de vibraciones estructurales. Dentro de todos los dispositivos desarrollados, el control pasivo, por medio del amortiguador de masa sintonizado (TMD, por sus siglas en inglés), es una de las tecnologías más utilizadas debido a su simplicidad mecánica, operación confiable y rentabilidad, por lo tanto, este tipo de esquema de absorción de vibraciones es un tema de investigación que permanece abierto, ofreciendo la posibilidad de aportar nuevos esquemas por medio de la implementación de diferentes configuraciones del control pasivo o mejorar los ya existentes al hacer uso de las herramientas matemáticas actuales (optimización) y los avances tecnológicos en el área de sensores y actuadores para lograr dicho objetivo.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo general:

Evaluar, de forma numérica y experimental, la implementación de múltiples absorbedores flexibles de vibraciones en diferentes configuraciones, para atenuar la respuesta dinámica de una estructura sometida a perturbaciones armónicas resonantes.

1.3.2 Objetivos específicos:

- Obtener el modelo dinámico del sistema completo en cada una de las configuraciones propuestas.
- Establecer una condición de sintonización entre el sistema primario y los múltiples absorbedores flexibles de vibraciones que se implementen.
- Realizar simulaciones numéricas para los diferentes tipos de configuraciones utilizadas.
- Diseño e integración de la plataforma experimental:
 - Rediseño de las estructuras flexibles y ciertos componentes mecánicos.
 - Instrumentación con acelerómetros piezoeléctricos uniaxiales-Kistler.
 - Caracterización dinámica de la estructura principal por medio de una excitación tipo impulso usando un martillo de impacto.
 - Integración con un sistema de adquisición de datos LabAmp-Kistler.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MÚLTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

- Validación experimental del esquema de absorción pasiva de vibraciones propuesto.

1.4 HIPÓTESIS

Al utilizar, simultáneamente, múltiples absorbentes flexibles de vibraciones implementados en diferentes configuraciones es posible mejorar el desempeño del absorbente clásico de vibraciones para controlar, de forma pasiva, la respuesta dinámica de un oscilador mecánico perturbado en condiciones resonantes con diferentes componentes frecuenciales, proporcionando, de esta forma, cierto grado de robustez al sistema ante posibles cambios en la frecuencia de excitación.

CAPITULO 2

2. ANTECEDENTES O ESTADO DEL ARTE

Hoy en día la tecnología de los amortiguadores de masa sintonizados o TMD (por sus siglas en inglés), se han convertido en una de las herramientas utilizadas para mitigar las vibraciones no deseadas en las estructuras. Su simplicidad mecánica y su relación costo-efectividad, las han convertido en un instrumento poderoso de control en estructuras por su desempeño robusto en la supresión de vibraciones.

Los TMDs pueden absorber eficazmente la vibración de estructuras a través de la sintonización de frecuencia ideal, sin embargo, si no se realizan estudios con profundidad de sus parámetros para optimizar su rendimiento, hay un elevado riesgo de que las frecuencias a las que son expuestos pudieran generar su no-sintonización, lo que dejaría al TMD prácticamente incapaz de mitigar la vibración.

De igual manera, la efectividad de los TMDs ha sido sustentada ampliamente por varios investigadores en todo el mundo, tal es el caso de [1], en el cual sustentan, que los TMDs son ampliamente utilizados para reducir vibraciones excesivas en estructuras primarias sometidas a movimientos de excitación. Es Mencionado que los TMDs pasivos, son efectivos para reducir respuestas dinámicas estructurales debido a oscilaciones provocadas por vientos, así como también pueden ser utilizados para controlar vibraciones generadas por sismos para estructuras de gran altura.

Sus estudios numéricos y de simulación arrojaron como resultado, que los TMDs pasivos con óptimos parámetros como, masa, amortiguamiento y rigidez, pueden alcanzar hasta 60% de eficiencia en absorción de vibraciones, así como reducir la respuesta dinámica inducida por excitación de viento y temblores, de igual manera que resultan sumamente efectivos para reducir la amplitud y el desplazamiento de la vibración de excitación.

En el artículo [2], Sus aportes resultan bastante interesantes, ya que analizan de forma analítica y experimental el desempeño de un TMD pasivo, bidireccional y homogéneo (BH-TMD).

Los aportes mencionados en dicho artículo son: que los BH-TMD tienen ciertas ventajas, como la simplicidad, su bien conocido comportamiento dinámico pendular, su energía disipadora estable por fricción y su versatilidad para sintonizarse en sus dos frecuencias laterales de la estructura

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

independientemente. Se evaluó la respuesta de dos modelos estructurales que fueron sujetos a excitaciones en su base de manera unidireccional y bidireccional, y se llegó a la conclusión que el BH-TMD logro una reducción de vibración igual a que si se tratara de un TMD viscoso lineal ideal.

Otro aporte importante es [3], del Journal Of Vibration and Control, en el cual, evaluaron parámetros mecánicos del TMD en un sistema de un grado de libertad, con una entrada de excitación aleatoria conocida como ruido blanco. En dicha investigación se utilizaron dos criterios de optimización diferentes, los cuales se consideraron como objetivos, la reducción del desplazamiento, y la aceleración inercial de la estructura o también llamada sistema principal. Una de sus conclusiones fue, que para tener resultados óptimos para un TMD lineal en cuestión de sus parámetros mecánicos, es necesario estudiarlo con un grado de libertad únicamente. Al utilizar diferentes criterios de frecuencia y de relaciones de amortiguamiento, se concluyó que la masa requerida en el amortiguador tiende a ser mayor para lograr una absorción más eficaz, y esta tiende a ser tan grande que es ineficiente para su aplicación práctica.

En otra investigación realizada en [4], se explica cómo se intenta lograr un mejor TMD en base a mover sus diferentes coeficientes de las ecuaciones de movimiento, así como, adquirir de manera numérica, los resultados de las diferentes configuraciones de múltiples absorbedores de vibraciones, distribuidos, tanto a lo largo de una estructura tipo edificio en diferentes niveles y alturas, así como a nivel de planta y techo. En sus resultados concluyeron que el TMD es bastante eficaz para reducir las vibraciones y la respuesta de desplazamiento en la estructura, así como los esfuerzos cortantes presentes en la base decrecieron. Otro resultado importante que arroja la investigación, fue que, sin importar el incremento en la amplitud dinámica del movimiento, el desempeño de los TMDs sigue siendo bastante aceptable. Un grupo de 16 TMDs demostró ser muy efectivo tanto para desplazamientos como para esfuerzos en la base, sin embargo no sería económico, y por lo tanto, se concluyó que con solo 4 TMDs distribuidos en la planta de suelo y escalonados en elevación, dio mejores resultados así como ser más económico.

Una de las investigaciones más recientes sobre el uso de TMDs de masa simple es [5], en la cual, es mencionado que los TMDs son significativamente eficientes para control de vibraciones en estructuras tipo edificio, siempre y cuando estén perfectamente sintonizados a la frecuencia primaria de la estructura, y que son ampliamente recomendados para el control estructural para vibraciones causadas por excitación de vientos, especialmente para estructuras flexibles.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Sin embargo, se destaca que al utilizar múltiples absorbedores flexibles en comparación con uno solo, el desempeño mejora considerablemente, siempre y cuando, los parámetros sean óptimos en su configuración, y sean distribuidos de manera correcta a lo largo de la estructura, aunque esta última aún está sujeta a estudios por realizar.

Se menciona, que aún quedan más investigaciones por realizar en este campo sobre la robustez de estos sistemas, las no linealidades de las vibraciones y las oscilaciones de no-sintonización, a las que podrían ser sometidos los TMDs ante algunas excitaciones, las posibilidades del control de vibraciones con TMDs no lineales es un área que requiere considerables esfuerzos de investigación para volverlos una realidad. Es necesario realizar más investigación con diferentes configuraciones de TMDs para poder llevar una mejor adaptación a la vida real de sus beneficios.

En los últimos años, diversas investigaciones se han orientado hacia el control pasivo de vibraciones en estructuras, tal es el caso de [6], en el cual, la orientación de su investigación se centra en el control de vibraciones generadas por las corrientes de viento en edificios con diferentes características, tanto diseños de estructura tipo cónicos como normales, sin embargo, el hecho de diseñar los edificios reduciendo sus dimensiones en sus alturas en forma de cono, ha demostrado que no es suficiente para mitigar eficazmente las aceleraciones de la vibración ya que es más fácil que se alcance la frecuencia natural de la estructura, es por esto que se vuelve necesario juntar dichas estrategias con absorbedores pasivos de vibraciones. Dentro de sus conclusiones, se determinó que los absorbedores pasivos aunados a las modificaciones de diseño de las estructuras, son muy eficientes para retener la aceleración causada por las vibraciones generadas por las corrientes de viento, así como el desplazamiento que se genera, y su desempeño, fue mucho mejor que en aquellas estructuras que no contaban con absorbedores pasivos y únicamente modificaban tanto su estructura como sus superficies de contacto con el viento.

En el artículo publicado en [7], se refiere al control de vibraciones o movimientos de tierra, en una estructura tipo edificio con un TMD de doble masa con control inercial, así como distribución de TMDs a lo largo de la estructura. Esta investigación está orientada a movimientos sísmicos, y si bien no se trata de movimientos lineales ni armónicos, vale la pena tomar nota de sus resultados. Tomaron los parámetros principales de las ecuaciones como son la relación de masa, relación de inercia, sintonización de frecuencia y sintonización de amortiguación.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Los principales datos analizados fueron, el desplazamiento, la aceleración y los esfuerzos cortantes. El dispositivo ya optimizado se utilizó para realizar pruebas con alrededor de 100 movimientos de excitación, en los cuales, el TMDI y el DMTDI fueron capaces de reducir el desplazamiento pero no hubo gran reducción en la aceleración ni en los esfuerzos cortantes, sin embargo si hubo una diferencia entre el TMDI y el DMTDI la cual hace más eficaz al segundo para amortiguar los picos de amplitud más alta pero solo los reduce.

Por otro lado, en el artículo [8], se explica, que el uso de TMDs es el indicado para disipar vibraciones armónicas en el control pasivo de estructuras, pero que desafortunadamente, tienen una desventaja, que si la vibración entra en la no sintonización del amortiguador y de la estructura, esta deja de ser eficiente. Por lo tanto para vibraciones no lineales, y que se acercan o están dentro de la no sintonización de una vibración de un sistema, se propone emplear sistemas PPTMD, o de golpe de péndulo, en el cual resaltan, debido a sus estudios analíticos, numéricos y experimentales, que al ocupar los parámetros adecuados en las ecuaciones de los PPTMDs para diferentes excitaciones vibratorias, es mucho más eficiente, a pesar de estar $\pm 15\%$ cerca de la no sintonización, lo cual lo vuelve una buena herramienta para vibraciones que están tanto sintonizadas como en las no sintonizadas.

En el artículo [19] se propone un algoritmo numérico para la optimización de múltiples TMDs para varias frecuencias resonantes en una estructura principal. El algoritmo es capaz de resolver una secuencia de problemas de optimización incrementando la complejidad de la función que depende de los picos de las amplitudes de la aceleración de la estructura. Dicho algoritmo puede lidiar con una variedad de estructuras discretizadas con un moderado costo computacional y mejora el desempeño de la optimización.

En otra investigación [20] se obtiene una atribución importante al utilizar MTMDs en los máximos locales mientras se sigue analizando el comportamiento de la estructura en un solo grado de libertad y se realizan ajustes en los parámetros de los TMDs para optimizar su desempeño y su conclusión fue que es mucho más efectivo utilizar MTMDs que uno solo.

En otro de los artículos consultados [21] se expresa que los TMDs son ampliamente utilizados para el control de vibraciones en estructuras, y sus conclusiones fueron que hay una reducción considerable de la vibración de una turbina con TMD que sin TMD, así también, la implementación de TMDs con razones de masa mayores tienen una mayor efectividad y dicha razón de masa

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

dependerá de los requerimientos a controlar, su aplicación práctica y el costo. Dividir un TMD largo en varios de menor tamaño baja el rendimiento del control de vibración, sin embargo, la posición en la que se colocan MTMDs es de vital importancia aunque algunos TMDs no trabajen de forma adecuada.

En el artículo [22] se aborda el análisis de vibraciones en estructuras con múltiples TMDs instalados, los cuales, están sintonizados a ciertos modos de vibración seleccionados. Se realizó una comparativa utilizando MTMDs y un TMD convencional y se llegó a la conclusión de que en forma general el desempeño entre MTMDs y un solo TMD es similar, sin embargo al implementar MTMDs, estos son de un tamaño inferior y por lo tanto ocupan menor espacio para su instalación. Se hace una especial observación en la cual se nota una reducción en la aceleración de la estructura primaria al implementar MTMDs en comparación con una estructura sin o con un solo TMD aun sin conocer los parámetros exactos de la estructura, sin embargo dichos parámetros son de crucial importancia para la sintonización correcta y por lo tanto mejor desempeño de los TMDs.

En otra investigación [23] Se propone un algoritmo en donde se aborda la implementación de múltiples TMDs que resulta eficiente para optimizar la rigidez y el amortiguamiento de cada uno de los TMDs que componen un sistema múltiple de absorción sin restricción en las frecuencias de sintonización y se aborda como un sistema de control optimo en donde la matriz de ganancia del sistema de control está integrado por las rigideces de los resortes y los coeficientes de amortiguamiento. Cada TMD tiene sus propios parámetros y por lo tanto se llega a la conclusión de que el rendimiento del conjunto del sistema de control es bastante mejor que si todos tuvieran los mismos parámetros, de este modo se pueden ir optimizando los parámetros individuales para mejorar el esquema de absorción.

En otro artículo [24] se aborda la implementación de múltiples TMDs para el control de vibraciones en un puente, y sus conclusiones fueron que la implementación de un esquema de múltiples TMDs es eficaz para controlar la respuesta dinámica de la estructura primaria ante sacudidas. Se llevó a estudio 7 configuraciones de MTMDs con parámetros óptimos y se llegó a la conclusión de que en los parámetros de los TMDs, la rigidez de los resortes pudieran ser diseñados para que fueran iguales, sin embargo para las masas podrían ser determinadas con base a su frecuencia y rigidez de cada TMD. La eficiencia de cada TMD va ligada estrechamente a las características de frecuencia del esquema de absorción completo de los múltiples TMDs. En

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

contraste la relación de amortiguamiento de los TMDs tiene menos repercusión en la eficiencia y por lo tanto se propuso en todos los TMDs que fuesen las mismas y para este caso de estudio todos los parámetros fueron razonables para una estimación precisa y práctica.

En el artículo [25] se aborda la implementación de múltiples TMDs ante excitaciones armónicas y por terremotos, y sus resultados arrojaron que para la excitación armónica un sistema de masa distribuido uniformemente es más efectivo para reducir los picos de la respuesta dinámica, por otro lado, el sistema distribuido linealmente es más robusto ante condiciones de desintonización de los TMDs. Sin embargo, la efectividad de ambos sistemas converge conforme el amortiguamiento incrementa. Para el sistema uniformemente distribuido es más eficiente cuando un solo TMD falla. En esta investigación se hizo una comparativa entre el desempeño de 1 solo TMD contra un arreglo de 11 TMDs, lo cual arrojó como resultado una efectividad considerablemente mayor al implementar los 11 TMDs.

En el artículo [26] se hace una investigación acerca de optimizar los parámetros de la implementación de MTMDs, en el cual la optimización se basa en minimizar la respuesta del sistema en estado estable ante vibraciones armónicas, dicha investigación llegó a la conclusión de que las relaciones de amortiguamiento óptimas del esquema MTMD disminuye incrementando el número de TMDs implementados y en contraste aumenta con el incremento de la relación de masa. Por otro lado el ancho de banda del sistema MTMD se incrementa tanto con el aumento de masa como con el número de TMDs implementado y de igual manera la frecuencia de sintonización aumenta con el número de TMDs y decrementa con el aumento de la relación de masa.

En otra investigación [27] su investigación condujo a los resultados de que el efecto de desintonización en el TMD decrementa incrementando el amortiguamiento estructural y la relación de masa. Por otro lado, para los valores de parámetros óptimos, estos dependerán si el diseño de los TMDs es para excitación de la base o la masa principal, dicha diferencia va aumentando conforme aumenta el amortiguamiento estructural o la relación de masa. Para el caso de una estructura de 3 GDL equipada con 1 TMD y con MTMDs se encontró un problema debido a las formas modales de vibración que deterioran la efectividad de la segunda y la tercera forma contra

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MÚLTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

la respuesta de la primer forma modal y de este modo no es efectiva la implementación de MTMDs para dicha estructura.

En el artículo [28] se hace una comparación de la implementación de TMDs y MTMDs con énfasis en el control de vibraciones en estructuras con oscilaciones armónicamente forzadas y llegaron a la conclusión de que existe un número determinado óptimo de TMDs para que la respuesta

dinámica estructural sea mínima y que la eficiencia del esquema de absorción dependerá de un óptimo rango de frecuencias y de la relación de amortiguamiento de los TMDs. De igual manera la implementación de múltiples TMDs optimizados es mucho más eficaz que un único TMD. En el caso de que haya cambios en la relación de amortiguamiento así como en la frecuencia natural de la estructura principal, tanto el esquema de TMD como MTMDs se vuelve muy poco eficaz. Otra conclusión del artículo fue que el esquema de MTMDs proporciona cierta robustez ante algún error o cambios en la frecuencia natural de la estructura primaria volviéndolo más efectivo frente a un solo TMD óptimo.

Finalmente en el artículo titulado *Oscillation Attenuation in a Building-Like Structure by Using a Flexible Vibration Absorber*, de los autores, L.G. Trujillo-Franco, N. Flores-Morita, H. F. Abundis-Fong, F. Beltran-Carbajal, A. E. Dzúl-Lopez y D. E. Rivera-Arreola [29] Se aborda el control de vibraciones de manera pasiva implementando un solo absorbedor pasivo de vibraciones el cual es sometido a condiciones resonantes, en el cual sus resultados demostraron que el desempeño del Absorbedor pasivo tiene un muy buen desempeño al atenuar la respuesta dinámica del sistema primario, la configuración en la cual la masa del Absorbedor se encuentra arriba de la masa del sistema primario es muy práctica, sin embargo su desventaja es la generación de un par de frecuencias naturales que se encuentran alrededor de la frecuencia de sintonización. Esta desventaja está muy bien sustentada en esquemas similares propuestos en la literatura de dinámica estructural y métodos de control de absorción pasiva.

CAPITULO 3

3. MARCO TEORICO

3.1 VIBRACIONES MECANICAS

Las vibraciones mecánicas han sido objeto de interés tanto para músicos como para filósofos desde hace ya muchos años, desde que el hombre creó los primeros instrumentos musicales, que, muy probablemente habrán sido tambores y silbatos, así como los instrumentos de cuerda que fueron los que abrieron paso a los arcos de flechas.

Se le conoce como vibración mecánica u oscilación, a cualquier movimiento que se repite en un intervalo de tiempo determinado, como ejemplo podemos mencionar un péndulo que se encuentre en oscilación o una cuerda empotrada de ambos lados sometida a una excitación la cual generaría un movimiento oscilante. La teoría de la vibración trata el estudio de movimientos oscilatorios de cuerpos y a las fuerzas asociadas a ellos.

Las vibraciones mecánicas están involucradas en la mayoría de las actividades humanas, y el estudio de estas se ha vuelto un desafío en el área de la ingeniería para comprender mejor nuestro entorno, así como en el diseño de maquinaria, diseño estructural, ingeniería de motores, turbinas, sistemas de control etc. Siendo estas, un factor muy importante a tomar al momento del diseño, ya que múltiples y diversos problemas en diferentes áreas, se debe a las vibraciones generadas por desbalance lo cual genera fallas mecánicas. [9]

En diseño estructural, no es distinto, puesto que las vibraciones pueden generar altas aceleraciones y desplazamientos así como resonancia y esfuerzos cortantes que pueden generar el colapso de estructuras, tal es el caso del puente Tacoma Narrows, en el cual, las corrientes de viento, se comportaron como excitadores principales de la estructura, coincidiendo con la frecuencia natural del sistema, provocando que entrara en resonancia y su posterior colapso lo que ocurrió 4 meses después de su apertura.

La vibración de un sistema implica la transferencia de su energía potencial a energía cinética y de energía cinética a energía potencial, alternativamente. Si el sistema está amortiguado, una parte de esa energía se disipa en cada ciclo de vibración y debe ser reemplazado por una fuente externa, si se trata de un estado de vibración constante, la energía debe mantenerse.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Un sistema vibratorio, en general, incluye un medio para almacenar energía potencial (resorte), un medio para almacenar energía cinética (masa), y un medio por el cual la energía se pierde o se disipa gradualmente (amortiguador).

3.2 CLASIFICACION DE LAS VIBRACIONES MECANICAS:

Las vibraciones pueden clasificarse de muchas formas, algunas de las más importantes son las siguientes:

3.2.1 Vibración libre y forzada:

Vibración libre. Si un sistema, después de una excitación inicial, se deja vibrar por sí solo, sin que ninguna fuerza externa actúe sobre él después de la perturbación inicial, la vibración resultante se conoce como vibración libre. Un ejemplo de una vibración libre, sería la oscilación de un péndulo simple.

Vibración Forzada. Si un sistema está sujeto a una fuerza externa (por lo general, un tipo repetitivo de fuerza), la vibración resultante se conoce como vibración forzada. La oscilación que surge en máquinas como los motores diesel es un ejemplo de vibración forzada.

Cabe destacar, que si la frecuencia de la fuerza externa o de excitación, coincide con una de las frecuencias naturales del sistema, ocurre una condición que se conoce como resonancia, la cual provocaría que el sistema estaría sujeto a oscilaciones peligrosamente altas, esta condición, podría generar que estructuras como edificios, puentes, turbinas y alas de avión, por citar algunos ejemplos, se vieran comprometidos hasta llevarlos a una falla catastrófica [9].

3.3 Vibración amortiguada y no-amortiguada:

Si durante la vibración de un sistema, la energía de excitación no se disipa, ya sea por fricción o por otras condiciones de resistencia durante la oscilación, la vibración se conoce como **vibración no-amortiguada**. Por otra parte si la energía es disipada por algún mecanismo, la vibración se conoce como **vibración amortiguada**. En muchos sistemas físicos, la cantidad de amortiguamiento es tan pequeña, que esta puede ser descartada para algunos propósitos de

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

ingeniería, sin embargo, la consideración del amortiguamiento se vuelve extremadamente importante para analizar sistemas vibratorios cercanos a la resonancia.

Vibración lineal y no-lineal:

Si todos los componentes básicos de un sistema que se encuentra en vibración, como pueden ser, la masa, el resorte y el amortiguador, se comportan linealmente, la vibración resultante se conoce como **vibración lineal**. Sin embargo, si alguno de estos componentes, se comporta de manera no-lineal, la vibración pasa al termino de **vibración no-lineal**. Las ecuaciones diferenciales que gobiernan dichos sistemas, por lo tanto, serán tanto lineales como no lineales.

Si la vibración es lineal, el principio de superposición se mantiene y las técnicas matemáticas de análisis están bien definidas. Sin embargo, para la vibración no lineal, el principio de superposición no es válido y las técnicas de análisis no están tan bien determinadas. Dado que todos los sistemas vibratorios tienden a comportarse de manera no lineal con amplitud creciente en la oscilación, es preferible un conocimiento de la vibración no-lineal para tratar con sistemas vibratorios más prácticos.

3.4 Vibración determinística y aleatoria:

Si el valor o la magnitud de excitación, ya sea, fuerza o movimiento, que está actuando en un sistema vibratorio, es conocido en cualquier intervalo de tiempo, la excitación es llamada determinística, y por lo tanto, la vibración resultante se conoce con el nombre de **vibración determinística**.

Por otro lado, si el valor de la excitación no puede ser determinado en algún intervalo de tiempo, pasa a ser no determinística, o también, **vibración aleatoria**. En estos casos, una gran recolección de registros de la excitación puede mostrar cierta regularidad estadística. Es posible estimar promedios tales como el valor cuadrático medio y la media de la excitación.

Algunos ejemplos de excitaciones aleatorias son la velocidad del viento, la aspereza de la carretera y el movimiento del suelo durante los terremotos. Si la excitación es aleatoria, la vibración resultante se llama vibración aleatoria. En este caso la respuesta vibratoria del sistema también es aleatoria y por lo tanto solo se puede describir en términos de cantidades estadísticas [9].

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

3.5 Grados de libertad de un sistema:

Se le conoce como grados de libertad de un sistema vibratorio al número mínimo de coordenadas independientes, requeridas para determinar completamente las posiciones de todas las partes móviles de un sistema en cualquier instante de tiempo determinado.

Como ejemplo, podemos tomar un péndulo simple, mostrado en la Figura 2 el cual representa un mecanismo de un grado de libertad, en el cual, su posición se puede determinar, ya sea ocupando su ángulo θ , o bien, en sus coordenadas cartesianas x y y . en el caso de ocupar las coordenadas x y y para describir su movimiento, se debe saber, que dichas coordenadas no son independientes, ya que ambas dependen una de la otra a través de la relación $x^2 + y^2 = l^2$ donde l es la constante que determina la longitud del péndulo. Por lo tanto, en el sistema antes mencionado, es más conveniente ocupar la coordenada independiente θ que las cartesianas x y y .

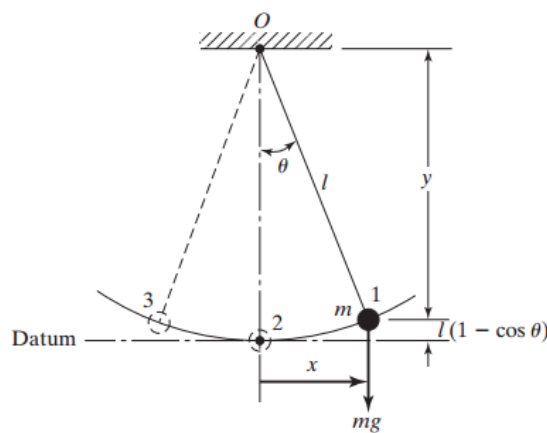


Figura 3.1 Péndulo simple. [11]

3.6 SISTEMA MASA – RESORTE – AMORTIGUADOR

3.6.1 Modelo dinámico

El propósito del modelado matemático, es el de representar todas las características importantes de un sistema, con la finalidad de derivar todas las ecuaciones matemáticas que gobiernan el comportamiento de un sistema.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

El modelo matemático deberá incluir suficientes detalles para que nos permita describir el sistema en términos de ecuaciones, sin hacerlo demasiado complejo. Dicho modelo puede ser lineal o no-lineal, dependiendo del comportamiento de los componentes del sistema. En el caso de los modelos lineales, las soluciones tienden a ser más sencillas, y por lo tanto son más simples de manejar, sin embargo, los modelos no lineales, tienden a revelar ciertas características del sistema que no pueden ser predichas utilizando modelos lineales.

En ocasiones, el modelo matemático tiende a ser mejorado gradualmente, para así obtener resultados más precisos, de este modo, primero se debe obtener un modelo elemental del comportamiento del sistema, subsecuentemente el modelo se puede refinar, agregando componentes o detalles, de este modo, el comportamiento del sistema se puede observar con mayor detalle[9].

3.6.2 Derivación de las ecuaciones de movimiento del sistema.

Una vez que contamos con el modelo matemático, se ocupan los principios de la dinámica para derivar las ecuaciones que describen la vibración del sistema. Las ecuaciones de movimiento se pueden obtener haciendo un diagrama de cuerpo libre de todas las masas que están involucradas en el sistema.

El diagrama de cuerpo libre, se obtiene aislando la masa, y se deben indicar todas las fuerzas externas que se aplican a esta, las fuerzas de reacción, y las fuerzas de inercia. Las ecuaciones de movimiento de un sistema vibratorio, usualmente están conformadas por ecuaciones diferenciales ordinarias cuando se trata de un sistema discreto, y por ecuaciones diferenciales parciales cuando se trata de un sistema continuo, y estas pueden ser tanto lineales como no lineales, dependiendo de las características de los componentes del sistema. Se utilizan comúnmente varios enfoques para derivar ecuaciones de movimiento, Entre ellos se encuentran la segunda ley de Newton, el principio de conservación de la energía, la ecuación de Euler-Lagrange etc[9].

3.6.3 Solución de las ecuaciones de movimiento del sistema.

Las ecuaciones de movimiento generadas, deben ser resueltas para poder encontrarla respuesta del sistema vibratorio. Dependiendo de la naturaleza del problema, se pueden ocupar diferentes métodos para encontrar la solución: los métodos estandarizados para encontrar la solución de las

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

ecuaciones diferenciales, el método de la transformada de Laplace, métodos matriciales, o métodos numéricos.

Si las ecuaciones de movimiento son de característica no lineal, no es común que se encuentren soluciones rápidas, de hecho, la solución de las ecuaciones diferenciales parciales está más involucrada que el de las ecuaciones diferenciales ordinarias.

Por otra parte, se pueden utilizar métodos numéricos que utilizan algunos programas computacionales para resolver las ecuaciones, sin embargo, será difícil generar conclusiones acerca del comportamiento del sistema.

Se dice que un sistema mecánico o estructural se somete a una vibración forzada siempre que se suministra energía al sistema durante la vibración. Dicha energía externa se puede suministrar a través de, ya sea una fuerza aplicada o una excitación de desplazamiento impuesta. La fuerza aplicada o la excitación pueden ser armónica, no armónica y periódica, no periódica o aleatoria. La respuesta de un sistema a una excitación armónica se denomina respuesta armónica. La excitación no periódica puede tener una duración larga o corta. La respuesta de una excitación no periódica aplicada repentinamente se llama respuesta transitoria [9].

3.6.4 Interpretación de resultados

La solución de las ecuaciones diferenciales de movimiento nos da como resultado desplazamientos, velocidades y aceleraciones de las distintas masas del sistema y de este modo los resultados deben interpretarse con una visión clara del propósito del análisis y las posibles implicaciones de diseño de los resultados.

Como ejemplo podemos observar la Figura 3 el cual es un sistema masa – resorte – amortiguador:

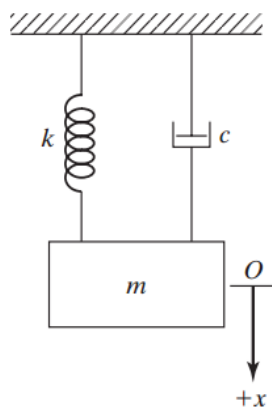


Figura 3.2 Sistema grado de libertad masa, resorte, amortiguador de un. [12]

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Del cual, podemos obtener su diagrama de cuerpo libre, el cual se muestra en la figura 4

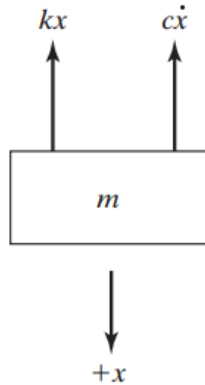


Figura 3.3 Diagrama de cuerpo libre del sistema masa, resorte, amortiguador. [13]

De este sistema se obtiene el modelo dinámico que se expresa por la ecuación diferencial utilizando la segunda ley de Newton. (1):

$$m\ddot{x} = -c\dot{x} - kx \quad (1)$$

O también se puede expresar como la siguiente ecuación:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1.1)$$

En donde c es la constante o coeficiente de amortiguamiento, el signo negativo indica que la fuerza del amortiguador es opuesto a la dirección de velocidad, k es la constante de rigidez del resorte, y x es medido de la posición de equilibrio de la masa m .

Al resolver la ecuación (1) se asume que la solución tiene la forma:

$$x(t) = Ce^{st} \quad (1.2)$$

En donde C y s son constantes indeterminadas, al sustituir esta función en la ecuación, (1.1) se llega a la ecuación característica:

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (1.3)$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

En la cual las raíces se obtienen de la siguiente manera:

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (1.4)$$

Estas raíces dan dos soluciones a la ecuación (1.1) que serían:

$$x_1(t) = C_1 e^{s_1 t} \quad \text{y} \quad x_2(t) = C_2 e^{s_2 t}$$

Por lo tanto la solución general de la ecuación (1.1) esta dada por la combinación de las dos soluciones, $x_1(t)$ y $x_2(t)$:

$$\begin{aligned} x(t) &= C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} \\ &= C_1 e^{\left\{-\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right\}t} + C_2 e^{\left\{-\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right\}t} \end{aligned}$$

En donde c_1 y c_2 son constantes arbitrarias que serán determinadas por las condiciones iniciales del sistema.

3.7 FUNCION DE TRANSFERENCIA

El concepto de función de transferencia está basado en las transformadas de Laplace, y es comúnmente utilizado en la formulación y en la solución de problemas dinámicos en la literatura de control. La función de transferencia relaciona los datos de salida de un sistema con los datos de entrada del mismo. Esta función, permite la separación de la entrada, el sistema y la salida en tres distintas partes, a diferencia de la ecuación diferencial, en la que estos tres aspectos no pueden ser separados fácilmente.

Por definición podemos decir, que la función de transferencia de una ecuación diferencial lineal, invariante en el tiempo, está definida por la relación de la transformada de Laplace de la función de salida o función de respuesta, con respecto de la transformada de Laplace de la función de entrada o función forzada, asumiendo condiciones iniciales iguales a cero.

El procedimiento general utilizado para encontrar la función de transferencia de una ecuación diferencial lineal, involucra tomar la transformada de Laplace de ambos lados, asumiendo

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

condiciones iniciales iguales a cero y resolviendo para la relación de la transformada de Laplace de la salida con respecto de la transformada de Laplace de la entrada.

Podemos considerar el siguiente ejemplo en el cual tenemos una ecuación diferencial lineal y de la cual obtendremos la función de transferencia:

$$m\ddot{x}_1 + C\dot{x}_1 + Kx_1 = F\sin\omega t \quad (1.5)$$

Pasando la ecuación diferencial a términos de Laplace tenemos:

$$m_1 S^2 X_1(s) + CSX_1(s) + KX_1(s) = F(s) \quad (1.6)$$

Al sacar el factor común se tiene:

$$F(s) = X(s)[mS^2 + CS + K] \quad (1.7)$$

Finalmente se establece la relación de la salida con respecto de la entrada obteniendo la función de transferencia:

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = \frac{1}{m_1 S^2 + CS + K} \quad (1.8)$$

Dado que la ecuación diferencial lineal consta de la variable y sus derivadas, el método de transformada de Laplace convierte la ecuación diferencial en una ecuación polinomial en la variable de Laplace s . [10]

3.8 FUNCION DE RESPUESTA EN FRECUENCIA

Como se sabe, la respuesta de un sistema lineal en estado estable, sujeta a una entrada de excitación sinusoidal o harmónica, será de igual manera sinusoidal y harmónica en la misma frecuencia, y a pesar de que la respuesta está en la misma frecuencia que en la entrada, diferirá en la amplitud y en el ángulo de fase de la entrada. Estas diferencias, son funciones de la frecuencia.

A su vez, cualquier senoide, puede ser representada por un número complejo llamado fasor. La magnitud del número complejo es la amplitud de la senoide, y el ángulo del número complejo es el ángulo de fase de la senoide. Por lo tanto el fasor de entrada, $M_i \sin(\omega t + \phi_i)$, puede ser denotado en su forma polar $M_i e^{i\phi_i}$, donde la frecuencia ω es considerada implícitamente.

De manera que un sistema causa que, tanto la amplitud como el ángulo de fase cambien, podemos pensar en representar el sistema en si como un numero complejo o una función definida de manera que el fasor de salida está dado por el producto dela función del sistema y del fasor de entrada. [10] Por ejemplo, en el sistema masa-resorte-amortiguador mostrado en la Figura 3.4 la relación entrada-salida puede ser mostrado en forma de diagrama de bloques como en la Figura 3.5, por lo tanto, el estado estable de la salida o respuesta sinusoidal del sistema puede ser denotado por:

$$M_o(\omega)e^{i\phi_o(\omega)} = M_s(\omega)e^{i\phi_s(\omega)}M_i(\omega)e^{i\phi_i(\omega)} = M_s(\omega) M_i(\omega)e^{i\{\phi_s(\omega)+\phi_i(\omega)\}} \quad (1.9)$$

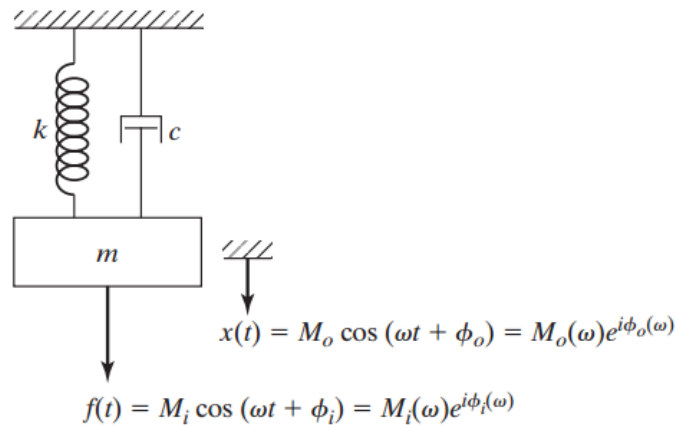


Figura 3.4 Sistema físico. [14]

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

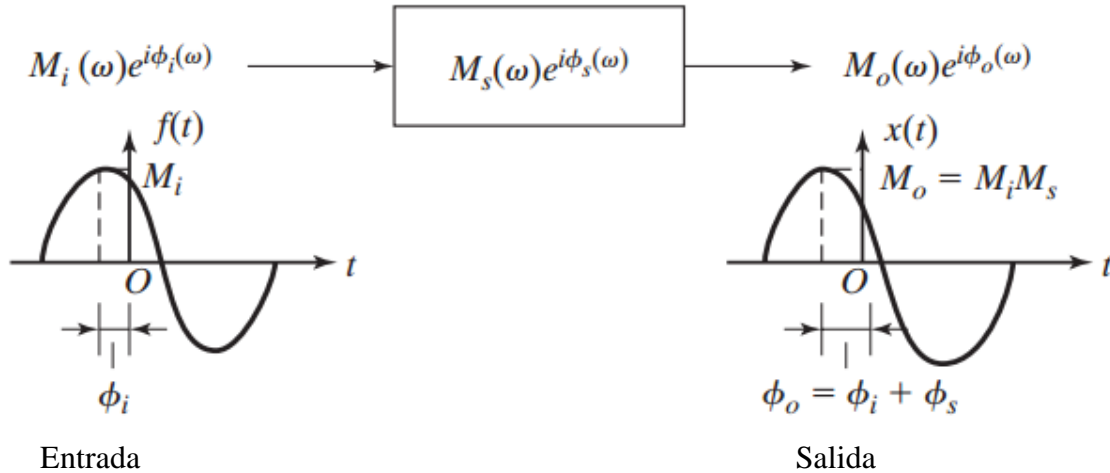


Figura 3.5 Diagrama de bloques de la entrada-salida.[15]

Donde M denota la amplitud y ϕ indica el ángulo de fase, respectivamente de la senoide. Podemos notar que en la ecuación (1.5) que la función del sistema $M_s(\omega)e^{i\phi_s(\omega)}$ esta definida por su magnitud:

$$M_s(\omega) = \frac{M_o(\omega)}{M_i(\omega)} \quad (1.10)$$

Y en ángulo de fase por:

$$\phi_s(\omega) = \phi_o(\omega) - \phi_i(\omega) \quad (1.11)$$

La función del sistema $M_s(\omega)e^{i\phi_s(\omega)}$ se le denomina como función de respuesta-frecuencia, con respuesta en frecuencia de amplitud o magnitud $M_s(\omega)$, y con la función fase-respuesta $\phi_s(\omega)$ del sistema.

La magnitud de la respuesta de frecuencia viene dada por la relación entre la magnitud de la senoide de salida y la magnitud de la senoide de entrada. La respuesta de fase viene dada por la diferencia en ángulos de fase entre la salida y las sinusoides de entrada. Cada una de estas respuestas es una función de la frecuencia y se aplicará sólo a las respuestas sinusoidales de estado estacionario del sistema. Por conveniencia de notación, la función de respuesta de frecuencia a veces se le llama función de transferencia de frecuencia denotada por $T(i\omega)$ de tal manera que:

$$T(i\omega) = M_s(\omega)e^{i\phi_s(\omega)} \quad (1.12)$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

La función de transferencia de frecuencia se puede obtener sustituyendo $s = (i\omega)$ en la función de transferencia general $T(s)$.

Por lo tanto, la función de transferencia de frecuencia del sistema $T(i\omega)$, se puede encontrar a partir de la función de transferencia general $T(s)$, sustituyendo $i\omega$ para s . Y aunque esta observación se hace solo para un sistema amortiguado de un solo grado de libertad (ecuación diferencial de segundo orden), puede utilizarse para cualquier ecuación diferencial lineal invariante en el tiempo de n-ésimo orden.

3.9 SISTEMAS GENERALIZADOS DE UN GRADO DE LIBERTAD

Los sistemas generalizados de un grado de libertad son sistemas más complejos pero se analizan como de 1GDL, dicho análisis proporciona resultados exactos para ensambles de cuerpos rígidos apoyados de tal modo que pueden sufrir una deflexión de una sola forma, pero sólo da resultados aproximados para los sistemas con masa y flexibilidad distribuida. En este último caso, la frecuencia natural aproximada es dependiente de la deflexión supuesta. La misma frecuencia también puede estimarse a partir del principio de conservación de la energía; asimismo, este método proporciona información sobre el error cometido en la estimación de la frecuencia natural.

Si se considera por ejemplo una viga en voladizo como en la Figura 3.6 con masa distribuida, este sistema puede sufrir una deflexión en una infinita variedad de formas y para su análisis exacto, debe tratarse como un sistema con grados infinitos de libertad, y por lo tanto a diferencia de un sistema de 1GDL, posee un número infinito de frecuencias de vibración naturales, cada una asociada con un modo natural de vibración. Sin embargo, es posible obtener resultados aproximados que son precisos en un grado útil para la más baja de las frecuencias naturales y esto se logra al restringir las deflexiones de la viga a una sola función. En este caso ambos sistemas a consideración se les conoce como sistemas generalizados de 1GDL porque en cada caso los desplazamientos en todas las ubicaciones se definen en términos de la coordenada generalizada [10] $z(t)$.

**CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MÚLTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES**

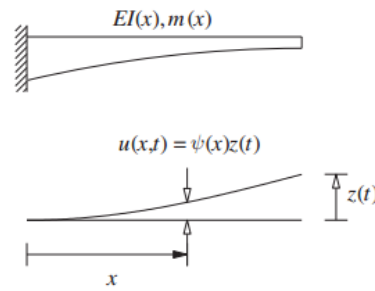


Figura 3.6 Sistema de viga en voladizo. [16]

3.10 SISTEMAS CON MASA Y ELASTICIDAD DISTRIBUIDAS

Considerando una torre con un número infinito de grados de libertad como en la Figura 3.7, se puede considerar un sistema generalizado de 1GDL, dicha torre tiene una masa $m(x)$ por unidad de longitud, una rigidez a la flexión $EI(x)$ y la excitación es el movimiento sísmico del terreno $u_g(t)$, En esta parte, primero se formula la ecuación de movimiento del sistema pero sin amortiguamiento. Por lo general, el amortiguamiento se expresa mediante una fracción de amortiguamiento estimada con base en datos experimentales de estructuras similares, después, se resuelve la ecuación de movimiento para conocer los desplazamientos, se desarrolla un procedimiento con el fin de determinar las fuerzas internas en la torre. Por último, este procedimiento se aplica a la evaluación de la respuesta máxima del sistema ante un movimiento sísmico del terreno [10].

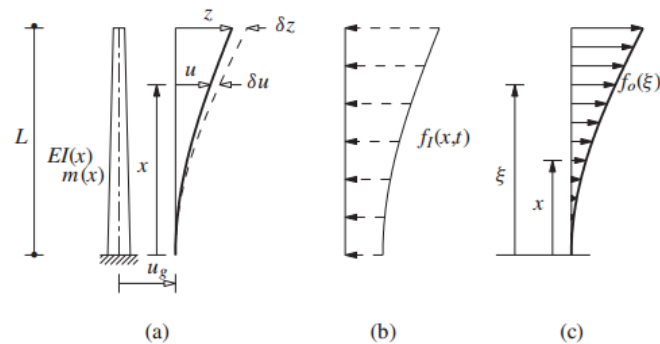


Figura 3.7 (a) deflexiones y desplazamientos virtuales de la torre, (b) fuerzas de inercia, (c) fuerzas estáticas equivalentes [17]

CAPITULO 4

4. MATERIAL Y METODOS

A continuación, se presenta el diagrama esquemático de la estructura tipo edificio que es denominada el sistema primario, la cual, está discretizada en un grado de libertad (movimiento horizontal). Este sistema es perturbado en su base con una excitación armónica de amplitud constante y con frecuencia igual o cercana a la frecuencia natural del sistema primario y por lo tanto estará sometida a condiciones resonantes.

En este esquema de absorción pasiva de vibraciones, se implementarán dos absorbedores flexibles con la intención de mejorar el desempeño dinámico del absorbedor presentado en [29].

4.1 SISTEMA PRIMARIO IMPLEMENTANDO DOS ABSORBEDORES FLEXIBLES DE VIBRACIONES

En la Figura 9 se muestra el diagrama esquemático de la estructura tipo edificio acoplada a dos absorbedores flexibles de vibración, ambos son tipo viga en voladizo y están sujetos a la parte superior del sistema primario. Dicho sistema consiste en la masa de la parte superior de la estructura denominada como M la cual, esta soportada por cuatro columnas flexibles, estas columnas proporcionan rigidez a la flexión (EI) y el amortiguamiento el cual será considerado de tipo viscoso c . La base de la estructura será sometida a una perturbación denominada $\ddot{x}_b(t) = A \sin \omega t$ donde A será la amplitud y ω la frecuencia de excitación.

**CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES**

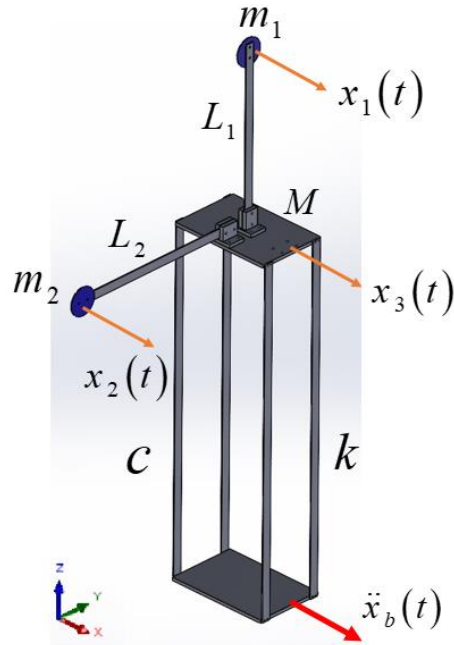


Figura 4.1 Diagrama esquemático del sistema primario con dos absorbentes flexibles de vibración.

4.2 MODELO DINAMICO DEL SISTEMA

Para obtener las ecuaciones de movimiento del sistema antes descrito, se modifica el Lagrangiano propuesto por L.G. Trujillo-Franco et al [29] de tal forma que se consideren los términos asociados a las energías cinéticas y potenciales del tercer grado de libertad $x_3(t)$, dando como resultado:

$$L(x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3) = \left[\begin{aligned} & \frac{1}{2} M \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_1 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2} m_1 \left[\frac{36}{25L_1^2} x_2^2 \dot{x}_2^2 \right] \\ & + \frac{1}{2} m_2 \left[\frac{36}{25L_2^2} \right] x_3^2 \dot{x}_3^2 - \frac{1}{2} k_{eq} x_1^2 - \frac{3}{2} \frac{EI}{L_1^3} x_2^2 + \frac{3}{5L} m_1 g x_2^2 - \frac{3}{2} \frac{EI}{L_2^3} x_3^2 \end{aligned} \right] \quad (2.0)$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Se aplica el formulismo de Euler-Lagrange para obtener las ecuaciones de movimiento del sistema dinámico.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau$$

Donde $i = 1, 2, 3$, τ es el vector de fuerzas externas y L (Lagrangiano) es la diferencia de la energía cinética (T) menos la energía potencial (V).

Haciendo $q_1 = x_1$ resulta

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right] - \frac{\partial L}{\partial x_1} = \tau(t)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} = M\dot{x}_1 + m_1(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + m_2(\dot{x}_1 + \dot{x}_3)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right] = M\ddot{x}_1 + m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + m_2(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = -k_{eq}x_1$$

De este modo se obtiene la primera ecuación del modelo dinámico

$$(M + m_1 + m_2)\ddot{x}_1 + m_1\ddot{x}_2 + m_2\ddot{x}_3 + c_1\dot{x}_1 + k_{eq}x_1 = F(t) \quad (2.1)$$

Donde $F(t) = -(M + m_1 + m_2)\omega^2 A \sin \omega t$

Para la coordenada generalizada $q_2 = x_2$ resulta

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right] - \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} = m_1(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + \frac{36}{25L_1^2} m_1 x_2^2 \dot{x}_2$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right] = m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 + \frac{36m_1}{25L_1^2} \left[x_2^2 \ddot{x}_2 + \dot{x}_2 (2x_2 \dot{x}_2) \right]$$

$$= m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 + \frac{36m_1}{25L_1^2} x_2^2 \ddot{x}_2 + 2 \left[\frac{36m_1}{25L_1^2} \right] x_2 \dot{x}_2^2$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{36m_1}{25L_1^2} x_2^2 \ddot{x}_2 - \frac{3EI}{L_1^3} x_2 + \frac{6m_1 g}{5L_1} x_2$$

De este modo se obtiene la segunda ecuación del modelo dinámico

$$m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 + \frac{36m_1}{25L_1^2} x_2^2 \ddot{x}_2 + \frac{36m_1}{25L_1^2} x_2 \dot{x}_2^2 + c_2 \dot{x}_2 + \frac{3EI}{L_1^3} x_2 - \frac{6m_1 g}{5L_1} x_2 = 0 \quad (2.2)$$

Para la coordenada generalizada $q_3 = x_3$ resulta

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_3} \right] - \frac{\partial L}{\partial x_3} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_3} = m_2 \dot{x}_1 + m_2 \dot{x}_3 + \frac{36m_2}{25L_2^2} x_3^2 \dot{x}_3 + 2 \left[\frac{36m_2}{25L_2^2} \right] x_3 \dot{x}_3^2$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = \frac{36m_2}{25L_2^2} \dot{x}_3^2 x_3 - \frac{3EI}{L_2^3} x_3$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

De este modo se obtiene la tercera ecuación de movimiento del sistema dinámico

$$m_2\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_3 + \frac{36m_2}{25L_2^2}x_3^2\ddot{x}_3 + \frac{36m_2}{25L_2^2}x_3^2\dot{x}_3^2 + c_3\dot{x}_3 + \frac{3EI}{L_2^3}x_3 = 0 \quad (2.3)$$

Finalmente, el modelo dinámico del sistema mostrado en la Figura 9 considerando amortiguamiento viscoso por cada grado de libertad está dado por las ecuaciones (2.1) - (2.3)

$$(M + m_1 + m_2)\ddot{x}_1 + m_1\ddot{x}_2 + m_2\ddot{x}_3 + c_1\dot{x}_1 + k_{eq}x_1 = -(M + m_1 + m_2)\omega^2 A \sin \omega t \quad (2.1)$$

$$m_1\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 + \frac{36m_1}{25L_1^2}x_2^2\ddot{x}_2 + \frac{36m_1}{25L_1^2}x_2^2\dot{x}_2^2 + c_2\dot{x}_2 + \frac{3EI}{L_1^3}x_2 - \frac{6m_1g}{5L_1}x_2 = 0 \quad (2.2)$$

$$m_2\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_3 + \frac{36m_2}{25L_2^2}x_3^2\ddot{x}_3 + \frac{36m_2}{25L_2^2}x_3^2\dot{x}_3^2 + c_3\dot{x}_3 + \frac{3EI}{L_2^3}x_3 = 0 \quad (2.3)$$

Las ecuaciones expresadas en (2.1)-(2.3) se pueden reescribir en manera matricial de la forma:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau(t)$$

donde, $M(q)$, $C(q, \dot{q})$ son las matrices de inercia y Coriolis respectivamente, y $G(q)$ es el vector de fuerzas gravitacionales, Estas expresiones están dadas por:

$$M(q) = \begin{pmatrix} (M + m_1 + m_2) & m_1 & m_2 \\ m_1 & m_1 + \frac{36m_1}{25L_1^2}x_2^2 & 0 \\ m_2 & 0 & m_2 + \frac{36m_2}{25L_2^2}x_3^2 \end{pmatrix}$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$C(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 + \frac{36m_1}{25L_1^2} x_2 \dot{x}_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 + \frac{36m_2}{25L_2^2} x_3 \dot{x}_3 \end{pmatrix}$$

$$G(q) = \begin{pmatrix} k_{eq} \\ \left[\frac{3EI}{L_1^3} - \frac{6m_1g}{5L_1} \right] x_2 \\ \frac{3EI}{L_2^3} x_3 \end{pmatrix}$$

$$\tau(t) = \begin{pmatrix} -Mt\omega^2 A \sin \omega t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Como se puede apreciar las ecuaciones (2.2) y (2.3) son de naturaleza no-lineal, de modo que se consideran despreciables las no linealidades del modelo escrito en (2.1) - (2.3) de manera que el modelo queda de la siguiente forma:

$$(M + m_1 + m_2) \ddot{x}_1 + m_1 \ddot{x}_2 + m_2 \ddot{x}_3 + c_1 \dot{x}_1 + k_{eq} x_1 = -(M + m_1 + m_2) \omega^2 A \sin \omega t \quad (2.5)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + \left[\frac{3EI}{L_1^3} - \frac{6m_1g}{5L_1} \right] x_2 = 0 \quad (2.6)$$

$$m_2 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_3 + c_3 \dot{x}_3 + \frac{3EI}{L_2^3} x_3 = 0 \quad (2.7)$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

El modelo dinámico se puede ahora representar en forma matricial

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = \tau(t)$$

donde la matriz de masa es

$$M = \begin{pmatrix} (M + m_1 + m_2) & m_1 & m_2 \\ m_1 & m_1 & 0 \\ m_2 & 0 & m_2 \end{pmatrix}$$

La matriz de amortiguamiento es

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix}$$

La matriz de rigidez es

$$K = \begin{pmatrix} k_{eq} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{L_1^3} - \frac{6m_1g}{5L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3EI}{L_2^3} \end{pmatrix}$$

Finalmente el vector de fuerzas externas está dado por

$$\tau(t) = \begin{pmatrix} -(M + m_1 + m_2)\omega^2 A \sin\omega t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4.3 SISTEMA PRIMARIO IMPLEMENTADO 2 ABSORBEDORES FLEXIBLES EN DIFERENTE CONFIGURACION

En la Figura 10 se muestra el diagrama esquemático similar que en la Figura 9, la estructura tipo edificio acoplada a dos absorbedores flexibles de vibración, con un arreglo diferente ya que el desplazamiento de dos masas está en el eje x y la masa del segundo absorbedor que será de tipo autoparamétrico se desplaza en el eje y a diferencia del esquema anterior, en el cual, todas las masas, tanto la de la plataforma (M) como las de los absorbedores se desplazan en el eje x . De la misma manera la base de la estructura será sometida a una perturbación denominada $\ddot{x}_b(t)$ *Asencor* donde A será la amplitud y ω la frecuencia de excitación.

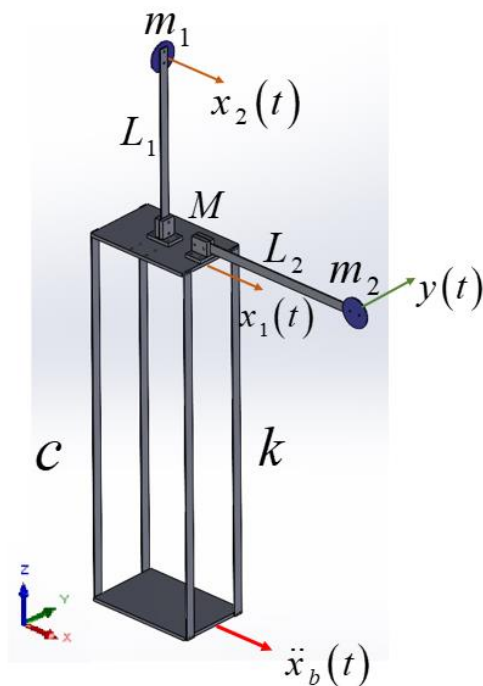


Figura 4.2 Diagrama esquemático del sistema primario con dos absorbedores flexibles de vibración.

4.4 MODELO DINAMICO DEL SISTEMA

Al igual que en el modelo antes presentado, para obtener las ecuaciones de movimiento del sistema descrito anteriormente, se modifica el Lagrangiano propuesto por L.G. Trujillo-Franco et al [29]

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

de tal forma que se consideren los términos asociados a las energías cinéticas y potenciales del tercer grado de libertad $x_3(t)$, dando como resultado:

$$L(x_1, x_2, y, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{y}) = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} M \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)^2 + \frac{1}{2} m_1 \frac{36}{25 L_1^2} x_2^2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m_2 \left[\frac{6}{5 L_2} y \dot{y} - \dot{x}_1 \right]^2 \\ -\frac{1}{2} K_{eq} x_1^2 - \frac{1}{2} \frac{3EI}{L_1^3} x_2^2 + \frac{1}{2} \left[\frac{6}{5 L_1} \right] m_1 g x_2^2 - \frac{1}{2} \frac{3EI}{L_2^3} y^2 \end{array} \right] \quad (2.8)$$

Aplicando el formulismo de Euler-Lagrange para obtener las ecuaciones de movimiento del sistema dinámico.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial x_i} = \tau(t)$$

Donde $i = 1, 2, 3$ y τ es el vector de fuerzas externas

Haciendo $q_1 = x_1$ resulta:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right] - \frac{\partial L}{\partial x_1} = \tau(t)$$

Para:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} = M \dot{x}_1 + m_1 (\dot{x}_1 + \dot{x}_2) - m_2 \left[\frac{6}{5 L_2} y \dot{y} - \dot{x}_1 \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right] = M \ddot{x}_1 + m_1 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + m_2 \ddot{x}_1 - \frac{6 m_2}{5 L_2} [y \ddot{y} + \dot{y}^2]$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$= (M + m_1 + m_2)\ddot{x}_1 + m_1\ddot{x}_2 - \frac{6m_2}{5L_2} [y\ddot{y} + \dot{y}^2]$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = K_{eq}x_1$$

De este modo se obtiene la primera ecuación del modelo dinámico del sistema:

$$M\ddot{x}_1 + m_1\ddot{x}_2 - \frac{6m_2}{5L_2} (y\ddot{y} + \dot{y}^2) + K_{eq}x_1 = \tau(t) \quad (2.9)$$

Para el segundo grado de libertad $q_2 = x_2$ resulta:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right] - \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0$$

Para:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} = m_1(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + \frac{36m_1}{25L_1^2} m_1 x_2^2 \dot{x}_2$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right] = m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + \frac{36}{25L_1^2} m_1 [x_2^2 \ddot{x}_2 + \dot{x}_2 2x_2 \dot{x}_2]$$

$$= m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + \frac{36}{25L_1^2} m_1 [x_2^2 \ddot{x}_2 + 2x_2 \dot{x}_2^2]$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{36}{25L_1^2} m_1 x_2 \dot{x}_2^2 - \frac{3EI}{L_1^3} x_2 + \frac{6}{5L_1} m_1 g x_2$$

De este modo se obtiene la segunda ecuación del modelo dinámico del sistema:

$$m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + \frac{36}{25L_1^2} m_1 x_2^2 \ddot{x}_2 + \frac{36}{25L_1^2} m_1 x_2 \dot{x}_2^2 + \frac{3EI}{L_1^3} x_2 - \frac{6}{5L_1} m_1 g x_2 = 0 \quad (2.10)$$

Para el tercer grado de libertad $q_3 = y$ resulta:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right] - \frac{\partial L}{\partial y} = 0$$

Para:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m_2 \dot{y} + m_2 \left[\frac{6}{5L_2} y \dot{y} - \dot{x}_1 \right] \left[\frac{6}{5L_2} y \right]$$

$$= m_2 \dot{y} + \frac{36}{25L_2^2} m_2 y^2 \dot{y} - \frac{6}{5L_2} m_2 \dot{x}_1 y$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right] = m_2 \ddot{y} + \frac{36}{25L_2^2} m_2 [y^2 \ddot{y} + \dot{y} 2y \dot{y}] - \frac{6m_2}{5L_2} [\dot{x}_1 \dot{y} + y \ddot{x}_1]$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = m_2 \left[\frac{6}{5L_2} y \dot{y} - \dot{x}_1 \right] \left[\frac{6}{5L_2} \dot{y} \right] - \frac{3EI}{L_2^3} y$$

**CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES**

De igual manera se obtiene la tercera ecuación de movimiento del sistema dinámico y está dada por:

$$m_2\ddot{y} + \frac{36}{25L_2^2}m_2y^2\ddot{y} + \frac{36}{25L_2^2}m_2y\dot{y}^2 - \frac{6m_2}{5L_2}y\ddot{x}_1 - \frac{3EI}{L_2^3}y = 0 \quad (2.11)$$

Entonces, modelo dinámico completo del sistema se encuentra dado de la siguiente forma:

$$M\ddot{x}_1 + m_1\ddot{x}_2 - \frac{6m_2}{5L_2}(y\ddot{y} + \dot{y}^2) + K_{eq}x_1 = \tau(t) \quad (2.9)$$

$$m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + \frac{36}{25L_1^2}m_1x_2^2\ddot{x}_2 + \frac{36}{25L_1^2}m_1x_2\dot{x}_2^2 + \frac{3EI}{L_1^3}x_2 - \frac{6}{5L_1}m_1gx_2 = 0 \quad (2.10)$$

$$m_2\ddot{y} + \frac{36}{25L_2^2}m_2y^2\ddot{y} + \frac{36}{25L_2^2}m_2y\dot{y}^2 - \frac{6m_2}{5L_2}y\ddot{x}_1 - \frac{3EI}{L_2^3}y = 0 \quad (2.11)$$

Como se puede apreciar el modelo dinámico anteriormente descrito presenta no linealidades en todas las ecuaciones de movimiento del sistema.

4.5 RESULTADOS DE SIMULACION

4.5.1 PRIMER ESQUEMA DE ABSORCION DE VIBRACION.

Para la simulación de los diferentes modelos dinámicos anteriormente descritos, se utilizó el software Matlab-Simulink para obtener los resultados numéricos de los diferentes esquemas de absorción de vibraciones, utilizando los parámetros de simulación correspondientes para el primer modelo dinámico que está dado por:

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

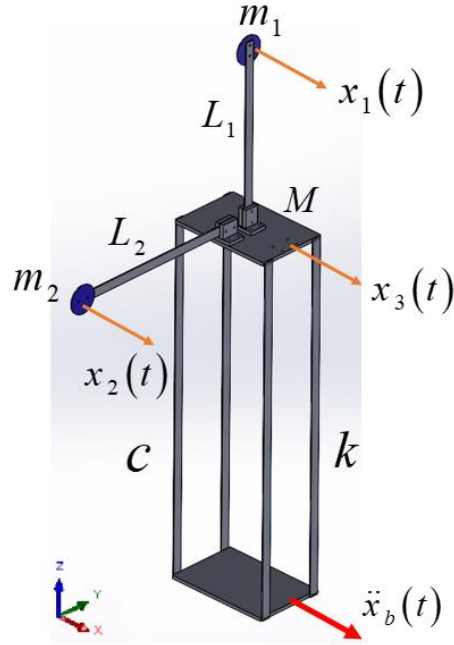


Figura 4.3 Diagrama esquemático de plataforma implementando 2 AFV

donde el modelo dinámico del diagrama antes descrito es de la forma:

$$(M + m_1 + m_2)\ddot{x}_1 + m_1\ddot{x}_2 + m_2\ddot{x}_3 + c_1\dot{x}_1 + k_{eq}x_1 = -(M + m_1 + m_2)\omega^2 A \sin \omega t \quad (2.12)$$

$$m_1\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 + c_2\dot{x}_2 + \left[\frac{3EI}{L_1^3} - \frac{6m_1g}{5L_1} \right] x_2 = 0 \quad (2.13)$$

$$m_2\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_3 + c_3\dot{x}_3 + \frac{3EI}{L_2^3} x_3 = 0 \quad (2.14)$$

**CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES**

Utilizando los siguientes parámetros de simulación:

PARAMETRO	VALOR	UNIDADES
Masa del Sistema Primario (M)	2.706	kg
Masa del Primer Absorbedor Flexible $(m1)$	0.125	kg
Masa del Segundo Absorbedor Flexible $(m2)$	0.125	kg
Rigidez Equivalente (k_{eg})	224.374	N/m
Amortiguamiento Viscoso del Sistema Primario (c)	0.832	Ns/m
Amortiguamiento Viscoso del Primer Absorbedor Flexible $(c1)$	0.048	Ns/m
Amortiguamiento Viscoso del Segundo Absorbedor Flexible $(c2)$	0.048	Ns/m
Rigidez a la Flexión (EI)	0.584	Nm^2
Aceleración de la Gravedad (g)	9.81	m/s^2
Longitud del Primer Absorbedor (L)	0.5094	m
Longitud del Segundo Absorbedor $(L1)$	0.5529	m

Tabla 1. Parámetros de simulación del esquema de absorción de vibración con 2 AFV

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Se obtuvieron las siguientes graficas del sistema las cuales representan los desplazamientos de los diferentes grados de libertad del sistema:

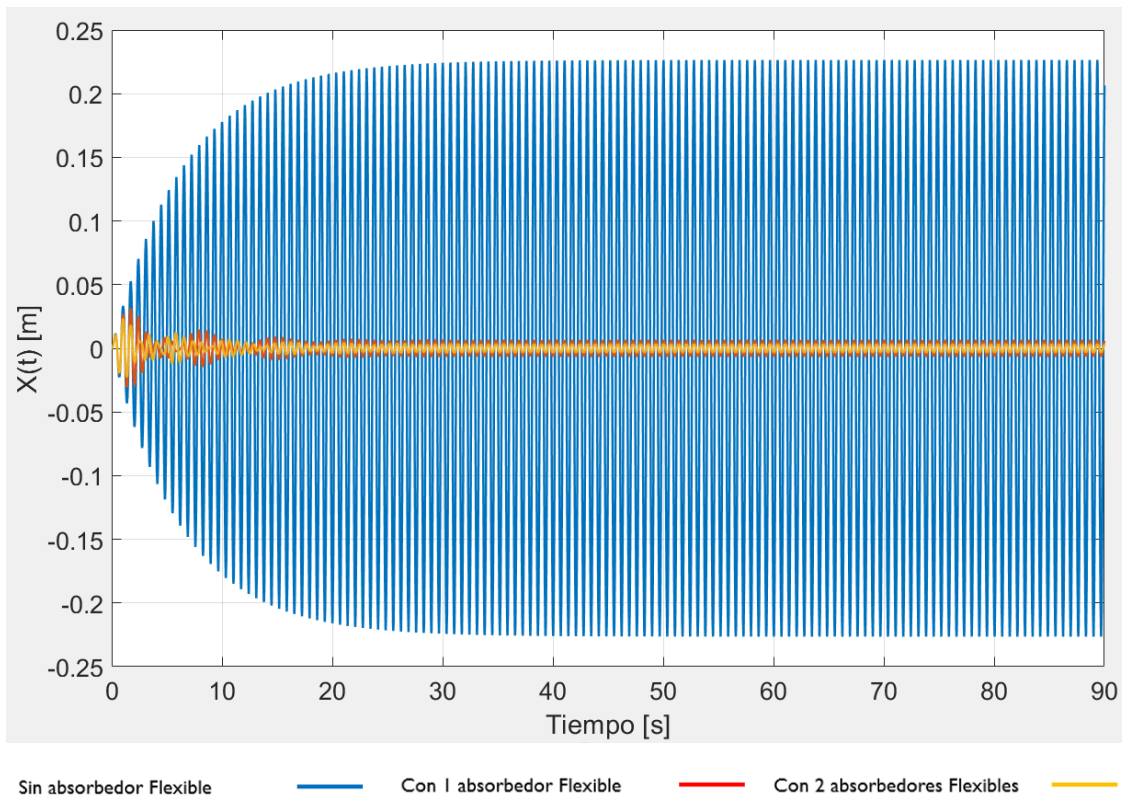


Figura 4.4 Resultados de simulación en Matlab-Simulink de la respuesta dinámica del sistema ante condiciones resonantes.

En la Figura 4.4 se muestra la respuesta dinámica del sistema ante condiciones resonantes en el sistema primario.

La grafica de color azul muestra los desplazamientos de la masa principal (m_1), en los cuales se puede apreciar una amplitud de desplazamiento de alrededor de 0.23m en estado estable. Al implementar el primer absorbedor flexible, se puede apreciar una disminución significativa de la amplitud, la cual corresponde a la gráfica de color rojo, el porcentaje de desplazamiento comparado con la amplitud máxima corresponde a un 97% lo cual nos indica, que la absorción de vibraciones bajo condiciones resonantes es significativa.

Al implementar el segundo absorbedor flexible, se aprecia una absorción más eficaz de la respuesta dinámica del sistema, la gráfica en color amarillo muestra el desplazamiento de la masa principal atenuada bajo condiciones resonantes con 2 absorbedores, dicho porcentaje de absorción es de

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

aproximadamente 98.4% en comparación con la amplitud máxima del sistema sin absorbedores flexibles de vibraciones.

Con esta simulación se comprueba la hipótesis de que al implementar múltiples absorbedores flexibles de vibración, es posible atenuar la respuesta dinámica del sistema ante una perturbación resonante en la estructura primaria.

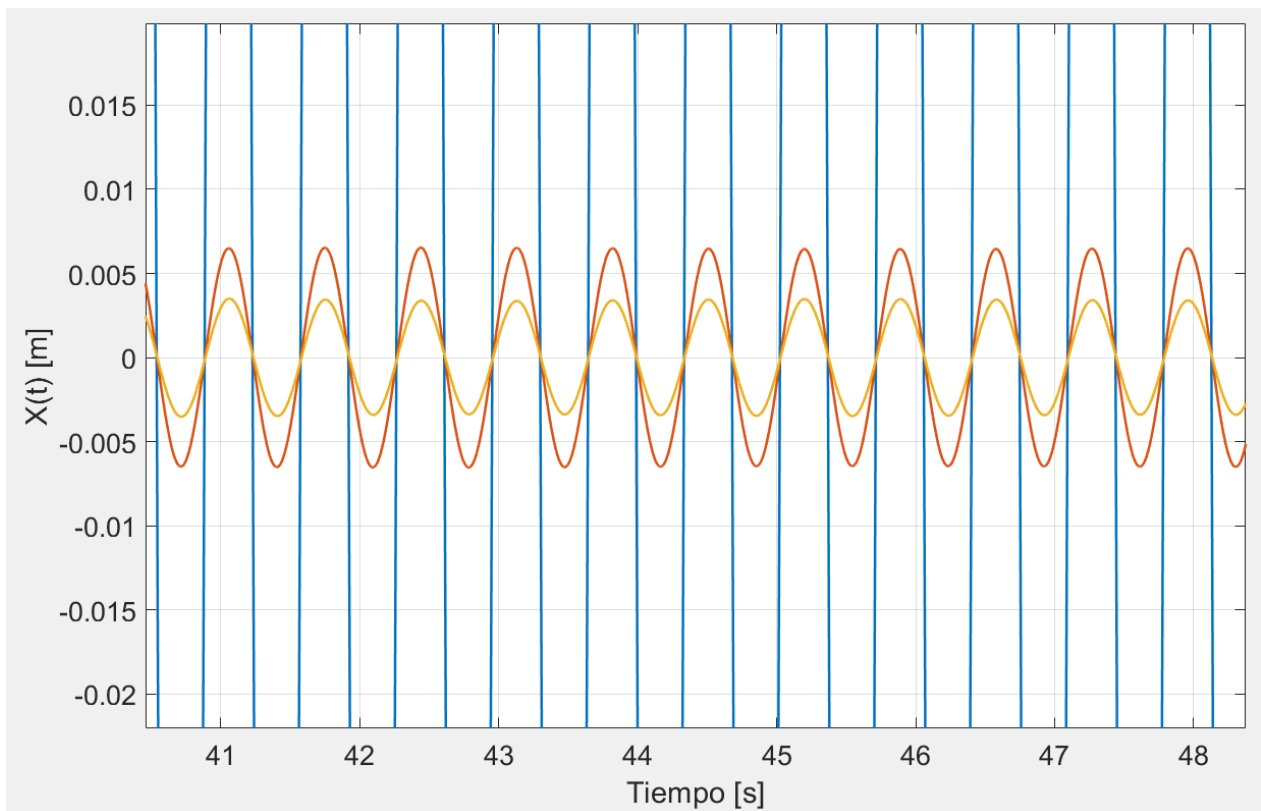


Figura 4.5 Acercamiento de la gráfica de la Figura 12 mostrando los desplazamientos de la masa principal del sistema implementando los AFV.

En la Figura 4.5 se aprecia con mayor claridad el desplazamiento de la masa principal del sistema, la gráfica azul es el sistema en estado estable operando en resonancia la cual por el acercamiento sale de los límites de la resolución de la gráfica, por lo tanto se hace énfasis en la respuesta dinámica del sistema con 1 AFV en color rojo y con 2 AFV en color amarillo en donde se aprecia con claridad

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

que se ha reducido considerablemente la respuesta dinámica del sistema con la implementación de múltiples AFV.

RESPUESTA TEMPORAL DE LOS ABSORBEDORES FLEXIBLES DE VIBRACION

En las siguientes figuras se muestra la respuesta dinámica de las masas de los absorbedores flexibles de vibración, ambos se encuentran operando a la frecuencia natural a la que fueron sintonizados para la correcta operación en la plataforma y así lograr atenuar de manera pasiva la respuesta dinámica del sistema primario (estructura tipo edificio).

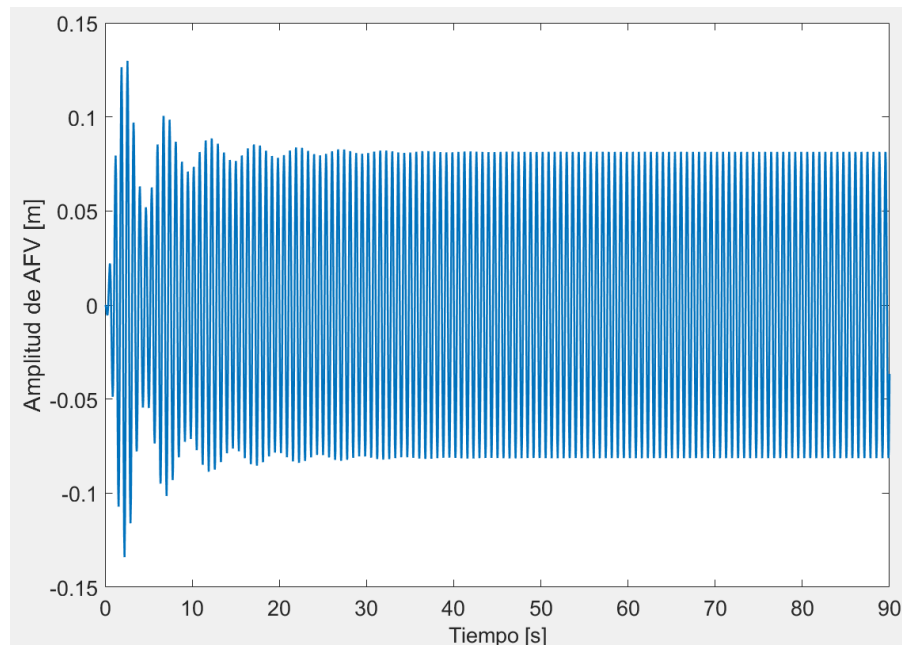


Figura 4.6 Respuesta dinámica del primer absorbedor flexible de vibraciones.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

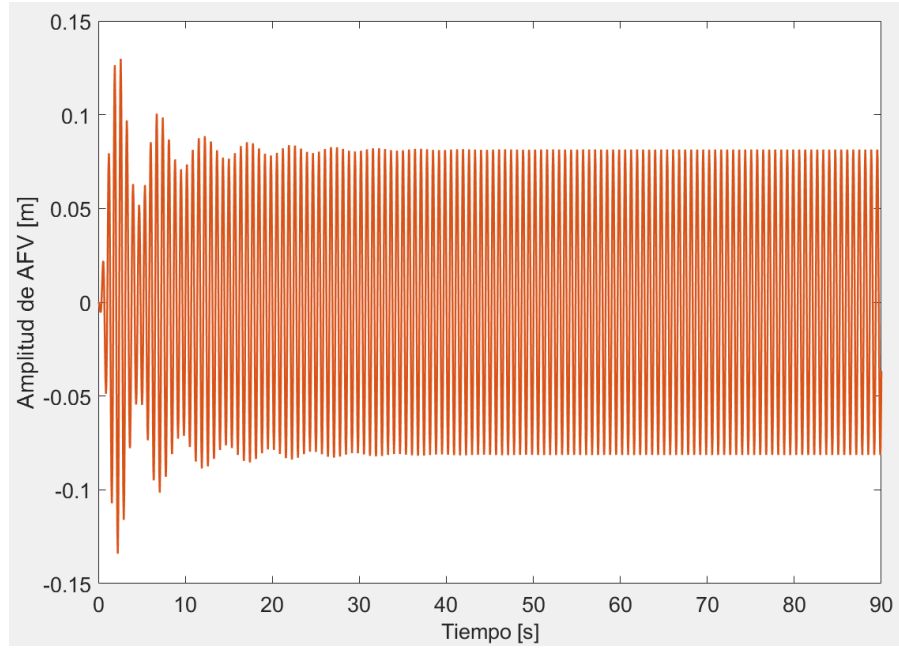


Figura 4.7 Respuesta dinámica del segundo absorbedor flexible de vibraciones.

4.5.2 SEGUNDO ESQUEMA DE ABSORCION DE VIBRACION

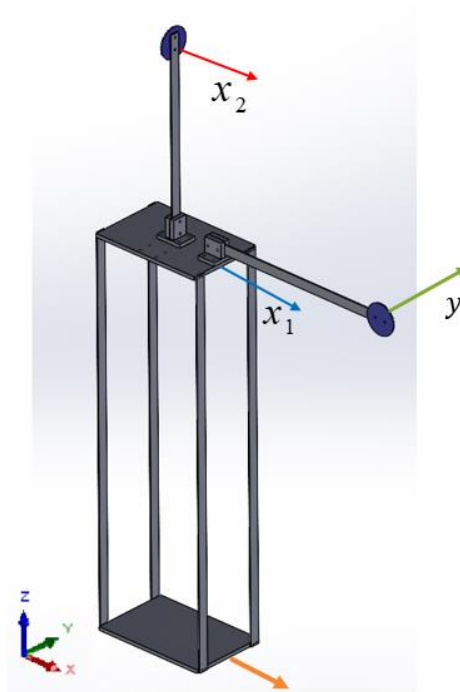


Figura 4.8 Segundo esquema de absorción de vibración implementando múltiples absorbentes flexibles.

Para el segundo esquema de absorción mostrado en la Figura 4.8, se implementó el primer absorbente flexible de vibraciones, el cual tiene el desplazamiento en x_2 , y el segundo absorbente flexible, el cual es autoparamétrico [30] y su desplazamiento se encuentra en y . Para este arreglo se considera que las masas de ambos absorbentes flexibles así como el de la masa de la plataforma x_1 corresponden a la masa total del sistema denominada M_T . Para este esquema, el segundo absorbente se desplaza en dirección del eje y a diferencia de la masa del primer absorbente y del sistema primario, cuyos desplazamientos son en el eje x .

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Para los resultados en simulación se utilizaron los parámetros de la Tabla 2:

Tabla 2. Parámetros del sistema.

$M=2.706 \text{ kg}$	$m_1=0.125 \text{ kg}$	$m_2=0.125 \text{ kg}$
$k_{eq}=224.374 \text{ N/m}$	$c_1=0.832 \text{ Ns/m}$	$c_2=0.048 \text{ Ns/m}$
$c_3=0.048 \text{ Ns/m}$	$EI=0.584 \text{ Nm}^2$	$G=9.81 \text{ m/s}^2$
$L_1=0.516 \text{ m}$	$L_2=0.9 \text{ m}$	$M_t=M+m_1+m_2$

Para los primeros resultados preliminares de simulación, se analizó el comportamiento del sistema ante vibraciones libres, es decir, se perturbó el sistema con una condición inicial de posición sin contemplar absorción de vibraciones, para que de este modo se pudiera apreciar la respuesta dinámica de los diferentes grados de libertad del sistema acoplados.

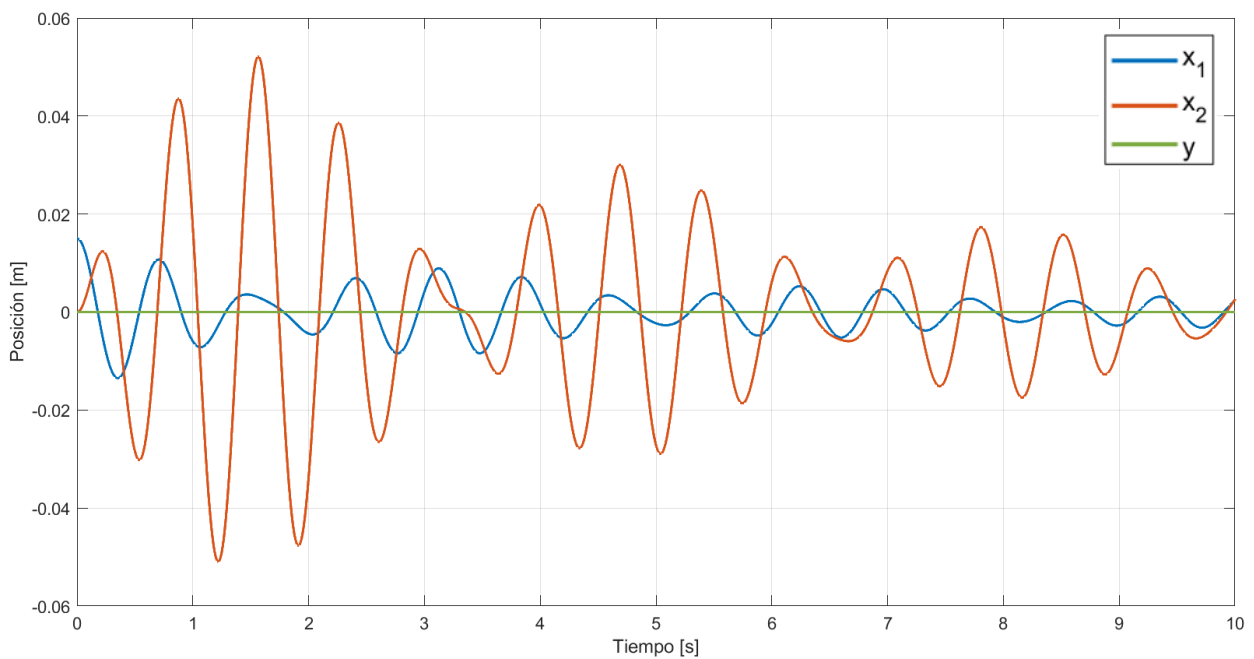


Figura 4.9 Respuesta dinámica del sistema perturbando el primer grado de libertad con condición inicial de posición.

En la Figura 4.9 se muestra la dinámica del sistema perturbando el primer grado de libertad x_1 con una condición inicial de posición. Es apreciable como al perturbar el primer grado de libertad, hay una respuesta dinámica del segundo grado de libertad x_2 demostrando el correcto acoplamiento del

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

sistema y el comportamiento es el esperado, a su vez, es notorio que el tercer grado de libertad y no registra una respuesta dinámica, el cual es un resultado esperado.

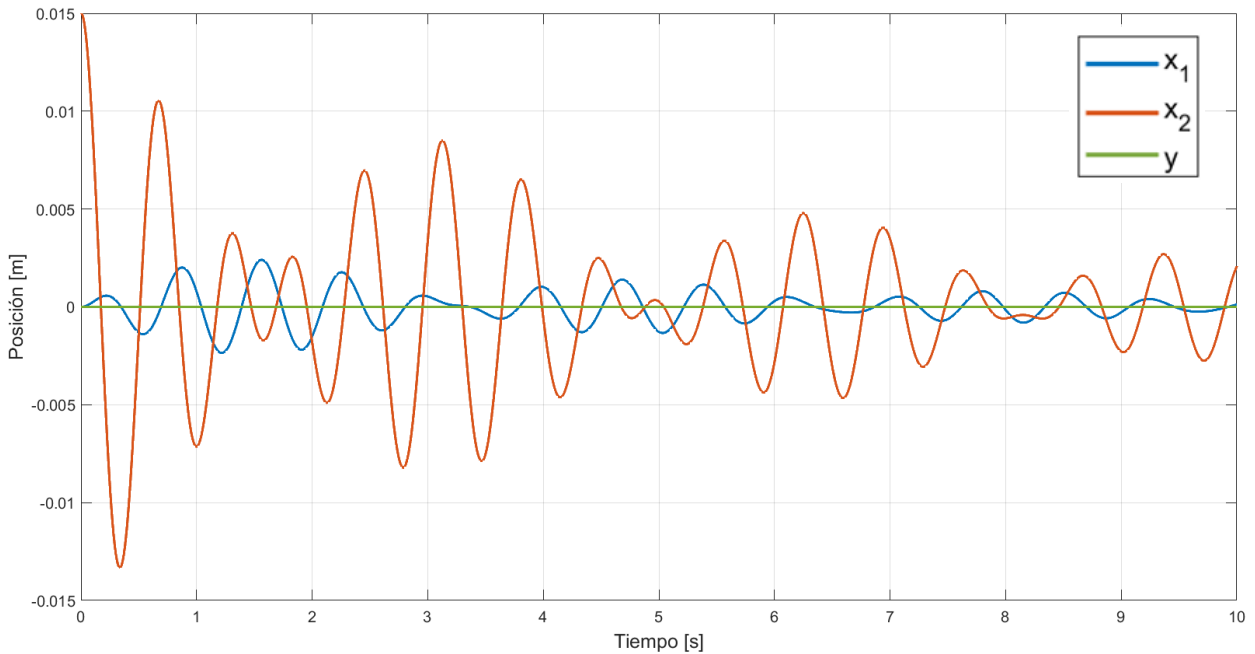


Figura 4.10 Respuesta dinámica del sistema perturbando el segundo grado de libertad con una condición inicial de posición.

En la Figura 4.10 se muestra la respuesta dinámica del sistema perturbando el segundo grado de libertad x_2 con una condición inicial de posición. Como se aprecia en la gráfica, existe una respuesta dinámica del primer grado de libertad, y como es esperado, en el tercer grado de libertad no existe un desplazamiento, lo cual nos indica que el modelo dinámico se comporta de manera esperada y es congruente este resultado.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

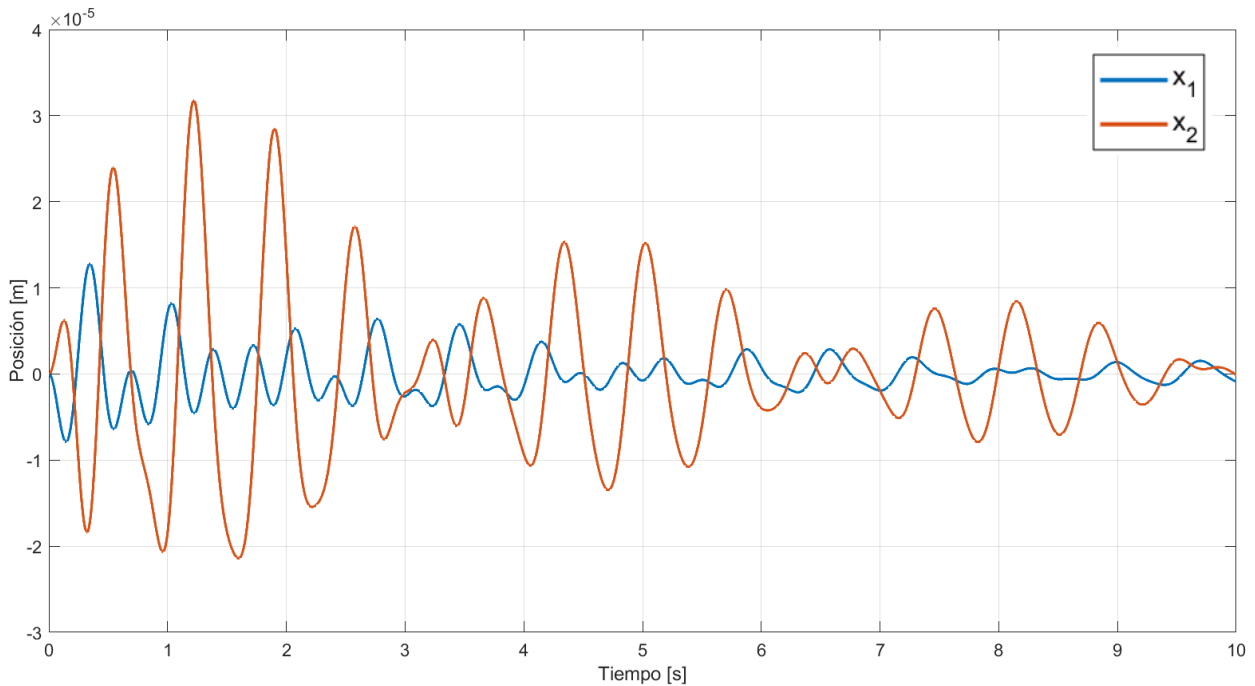


Figura 4.11 Respuesta dinámica del sistema perturbando el tercer grado de libertad con una condición inicial de posición.

La gráfica de la Figura 4.11 representa la respuesta dinámica del sistema perturbando el tercer grado de libertad y , tanto el desplazamiento de (x_1) como el de (x_2) se ven afectados al perturbar el tercer grado de libertad, esto nos indica que existe un acoplamiento entre los tres grados de libertad, pudiendo así ser utilizado el tercer grado de libertad (y) para ser sintonizado y lograr atenuar alguna frecuencia resonante al cual el otro absorbedor flexible no lograra disipar correctamente, de este modo, se le proporciona cierta robustez al esquema de absorción de vibraciones ante algún cambio en la frecuencia de excitación y de las amplitudes restantes al implementar un único AFV.

Para mostrar el desempeño dinámico del absorbedor no lineal (autoparamétrico) acoplado a la estructura tipo edificio con absorbedor flexible de vibraciones (ver Figura 16) se realizaron diversas simulaciones numéricas dentro de la plataforma Matlab-Simulink. Los parámetros considerados del sistema completo se muestran en la Tabla 2. Debido a que se está agregando un segundo absorbedor de vibraciones, se modifica el parámetro de masa en el sistema principal, por lo tanto,

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MÚLTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

en esta configuración, el absorbedor flexible se sintoniza de tal forma que atenúe la respuesta resonante cuando el valor de la frecuencia de excitación es $\omega = [k_{eq}(M + m_2)^{-1}]^{0.5} \approx 1.416 \text{ Hz}$.

La Figura 4.12 muestra una comparación de la respuesta dinámica del sistema primario (incluyendo la masa del absorbedor no lineal) con (línea roja) y sin (línea azul) absorbedor flexible de vibraciones. Es importante notar que el porcentaje de absorción se mantiene por encima del 90%. Por otro lado, la respuesta temporal del absorbedor flexible de vibraciones asociada al grado de libertad $x_2(t)$ se muestra en la Figura 4.13 teniendo una amplitud de vibración cercana a 15 cm (en estado estable).

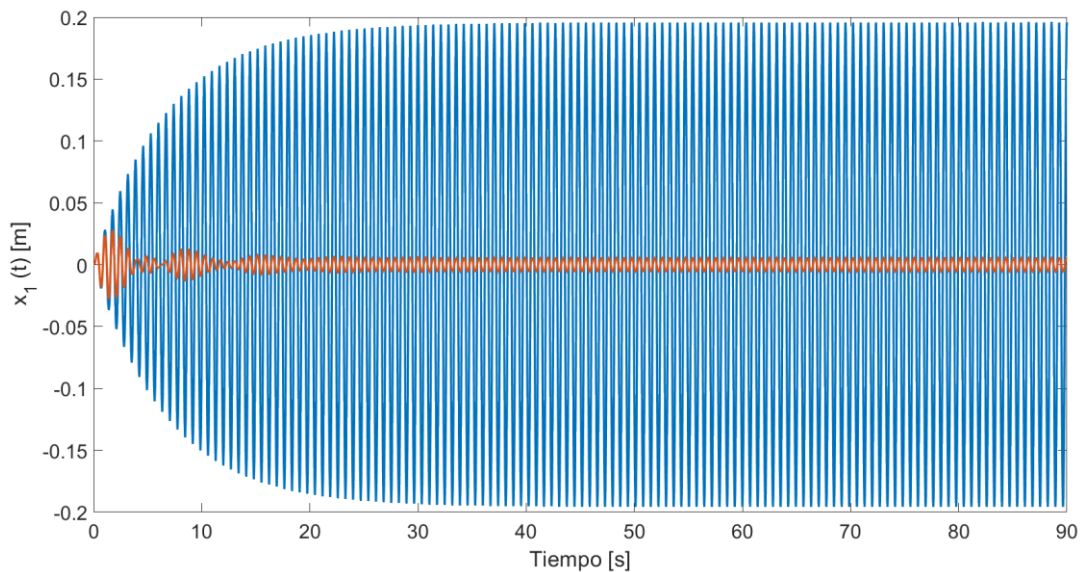


Figura 4.12 Respuesta dinámica del sistema primario en resonancia y con absorbedor no lineal sobre la masa principal.

La función de respuesta frecuencial (FRF) del sistema primario con absorbedor flexible de vibraciones y absorbedor autoparamétrico cuando se perturba en una condición inicial de posición en el grado de libertad asociado a la estructura tipo edificio ($x_1(0) = 0.03 \text{ m}$) se muestra en la Figura 4.13. Es importante mencionar que a pesar de que se tiene un sistema de 3 gdl, en el dominio frecuencial solo se visualizan dos picos ya que la dinámica del absorbedor no lineal no influye en la dinámica del sistema mientras no se cumplan la condición de sintonización entre este absorbedor y el sistema principal. Además, es evidente que existe un valle en el valor de frecuencia para la

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

cual se sintoniza el absorbedor flexible ($\omega = 1.41 \text{ Hz}$) pero se generan dos valores de frecuencia resonante (dos modos de vibración) alrededor de éste. (ver Tabla 3).

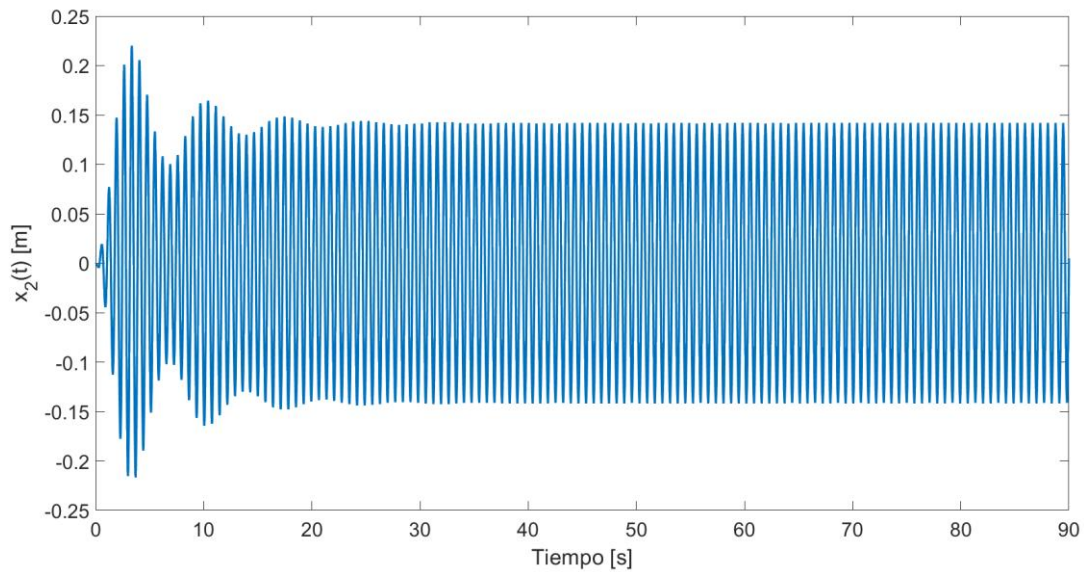


Figura 4.13 Respuesta temporal del AFV cuando $\omega = 1.416 \text{ Hz}$.

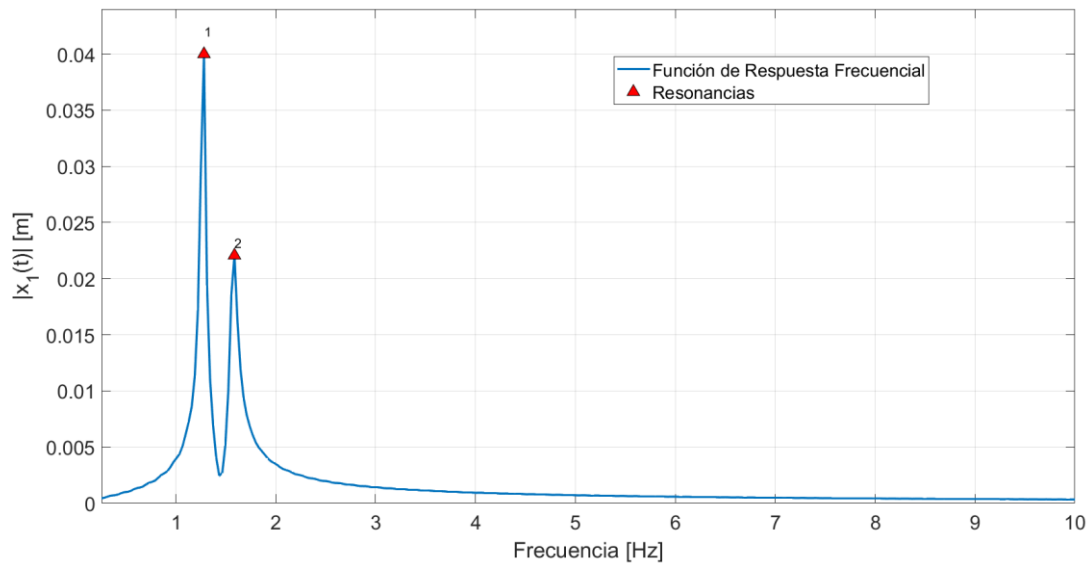


Figura 4.14 Respuesta frecuencial del sistema primario con ambos absorbedores de vibración.

**CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES**

Tabla 3. Parámetros modales del sistema primario con dos absorbedores de vibración

<i>Modo</i>	<i>Frecuencia (Hz)</i>
1	1.28
2	1.58

Para comprobar la respuesta resonante en el dominio temporal, se evalúan las funciones de transferencias $X_1(s)(F(s))^{-1}$ y $X_2(s)(F(s))^{-1}$ proporcionadas en [29] y utilizando los parámetros de la Tabla 2 para cada uno de los valores frecuenciales representados en la Tabla 3. En la Figura 4.15 se muestran los diagramas a bloques de las funciones de transferencia antes mencionadas con perturbación armónica en donde las a_i (con $i = 1 \dots 4$) son constantes que dependen de los parámetros del sistema (para mayor detalle ver [29]).

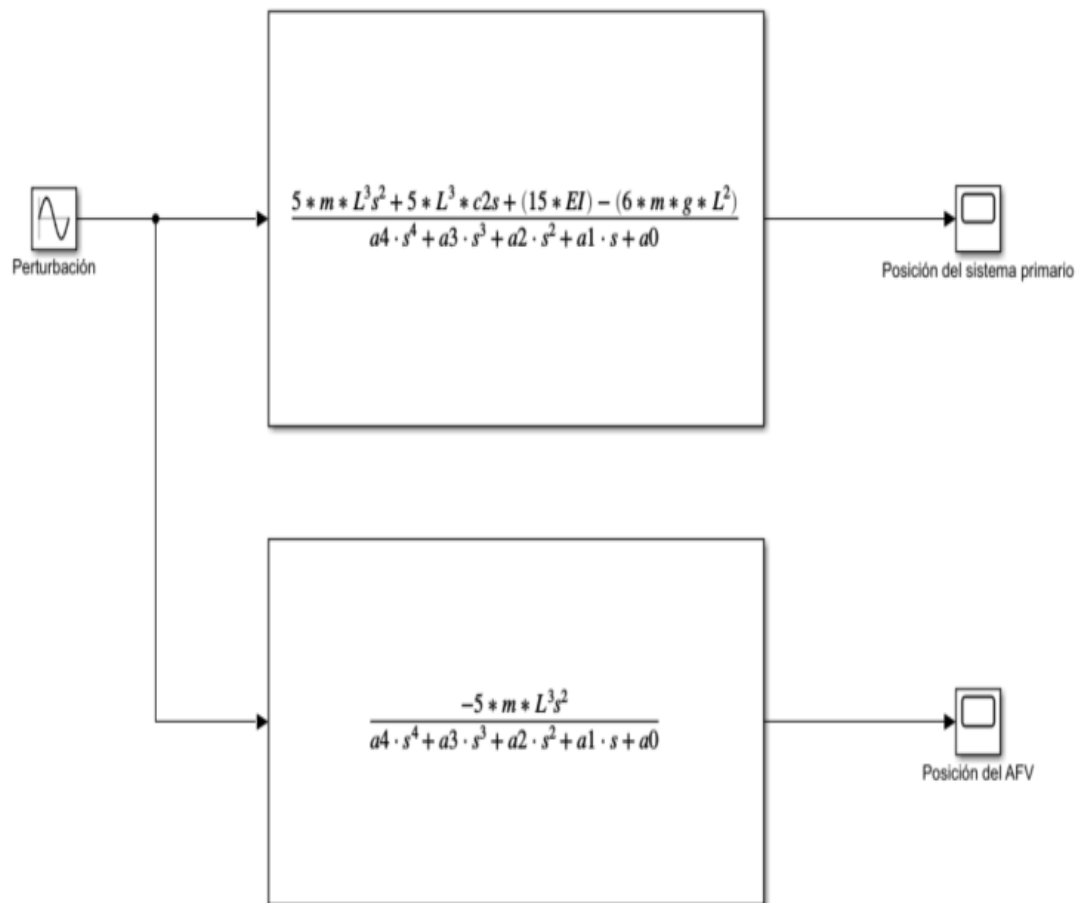


Figura 4.15 Funciones de transferencia representadas en Simulink.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

En la Figura 4.16 se representan las respuestas temporales de los grados de libertad $x_1(t)$ y $x_2(t)$ cuando la perturbación en la base contiene los valores de frecuencia descritos en la Tabla 3. Es evidente que en ambos casos, la respuesta se asemeja a la de un oscilador mecánico excitado en resonancia.

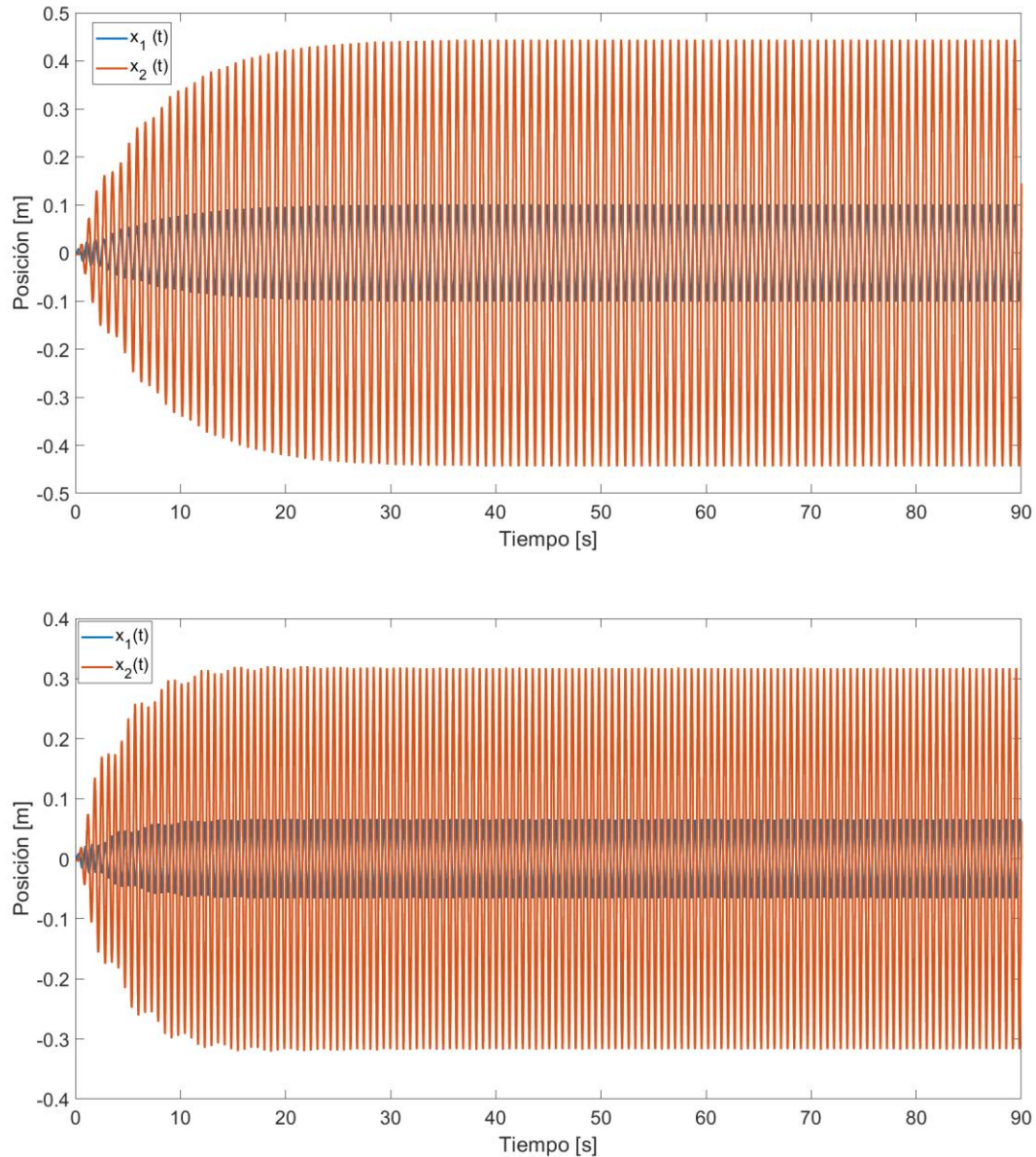


Figura 4.16 Respuesta resonante del sistema completo. Cuando $\omega = 1.28 \text{ Hz}$ (superior) y cuando $\omega = 1.58 \text{ Hz}$ (inferior).

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Una vez que se identifican los valores de las frecuencias naturales del sistema descrito en la Figura 16, el absorbedor no lineal de tipo autoparamétrico se diseña para que atenúe, en la medida de lo posible, la respuesta dinámica de la estructura tipo edificio en estos valores frecuenciales. Las condiciones de sintonización que se tienen que cumplir para que el absorbedor autoparamétrico esté sintonizado con el sistema primario y absorbedor flexible son [30-33]:

$$\Omega = \omega_n \quad (2.15)$$

$$\omega_n = 2\omega_a \quad (2.16)$$

donde Ω es la frecuencia de excitación, ω_n es la frecuencia natural del sistema (en este caso, puede tener los valores de ω_1 y ω_2) y ω_a es la frecuencia del absorbedor no lineal y está dada por:

$$\omega_a = \left[\frac{3EI}{L_2^3 \left(m_2 + \frac{33}{140} \rho AL_2 \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.17)$$

donde L_2 es la longitud del absorbedor autoparamétrico, ρ es la densidad del material (aluminio), A es el área de la sección transversal (en este caso rectangular), m_2 es la masa en el extremo libre y el producto del módulo de elasticidad (E) por el momento de inercia de área (I) es la rigidez a la flexión de dicho absorbedor. Si se igualan las ecuaciones (2.9) y (2.10), resulta:

$$\frac{\omega_n^2}{4} = \frac{3EI}{L_2^3 \left(m_2 + \frac{33}{140} \rho AL_2 \right)}$$

Realizando el álgebra correspondiente, es posible representar la ecuación de diseño para el absorbedor autoparamétrico la cual es un polinomio de cuarto grado en términos de la longitud L_2 , que, al ser resuelta, nos permite saber la longitud del absorbedor no lineal que garantiza la presencia de interacción autoparamétrica entre el sistema principal y dicho absorbedor y por lo tanto atenuación de vibraciones en los modos resonantes descritos en la Tabla 3.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$\frac{33}{140} \rho A L_2^4 + m_2 L_2^3 - \frac{12EI}{\omega_n^2} = 0 \quad (2.18)$$

En las Figuras 4.17 y 4.18 se muestra la respuesta temporal del sistema primario y absorbedor flexible de vibraciones, respectivamente cuando a los 30 segundos ocurre un cambio en la frecuencia de excitación pasando de un valor de $\Omega = 1.41 \text{ Hz}$ a $\Omega = 1.28 \text{ Hz}$, es decir, el sistema está perturbado en resonancia. A partir de los 30 s, el absorbedor no lineal empieza a tener interacción autoparamétrica y después de un transitorio de aproximadamente 35 s se presenta atenuación en las oscilaciones asociadas a los grados de libertad $x_1(t)$ y $x_2(t)$. Es importante notar que el porcentaje de absorción en ambos casos es cercano al 50%. Por otro lado, el desplazamiento del absorbedor autoparamétrico en función del tiempo se muestra en la Figura 4.19 (con un valor de longitud de $L_2 = 90 \text{ cm}$), en la que es evidente que antes de los 30 s la dinámica de este absorbedor es nula y por lo tanto, equivalente a una masa extra sobre la masa principal del sistema primario.

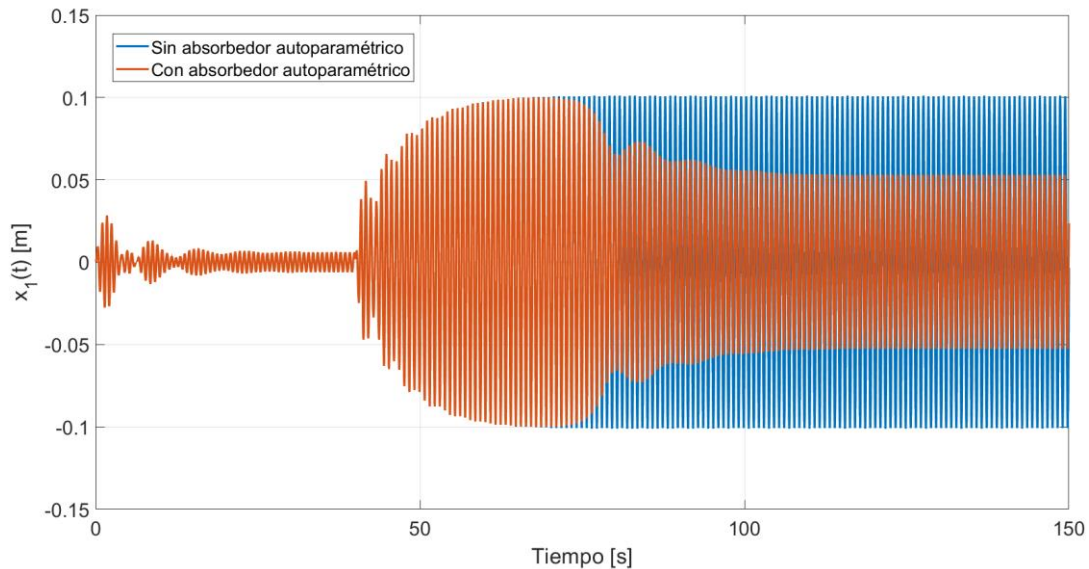


Figura 4.17 Respuesta dinámica del sistema primario cuando la frecuencia de excitación disminuye en $t = 30 \text{ s}$.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

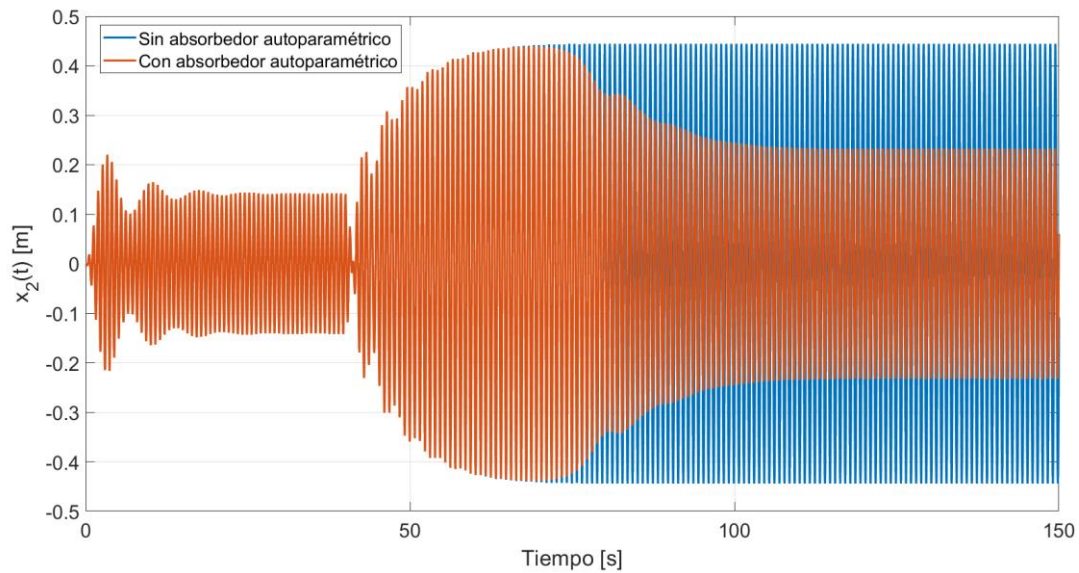


Figura 4.18 Respuesta dinámica del AFV cuando la frecuencia de excitación disminuye en $t = 30$ s.

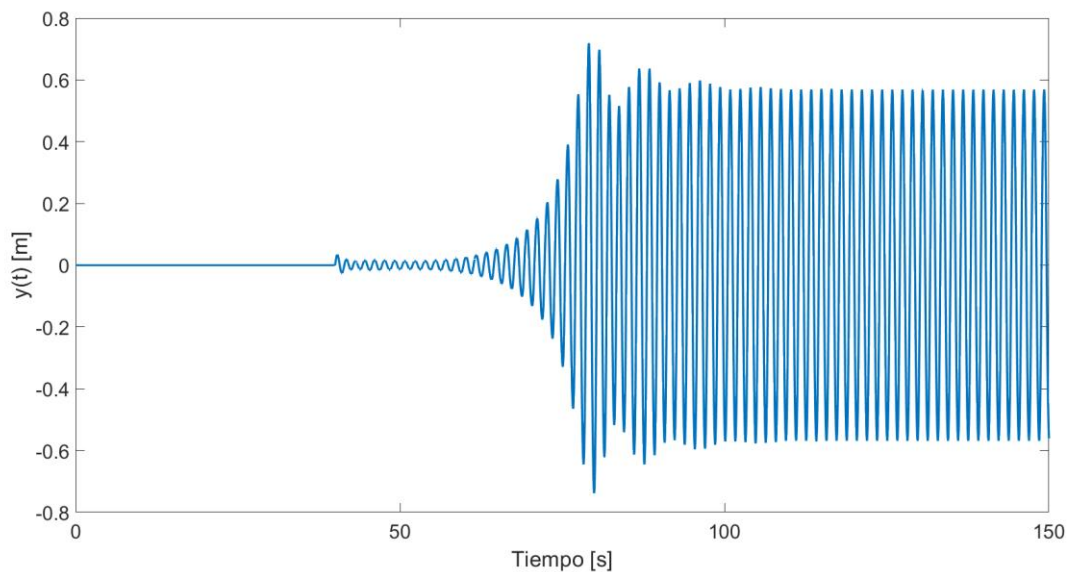


Figura 4.19 Respuesta temporal del absorbedor autoparamétrico ante una disminución en la frecuencia de excitación a los 30 s.

En las Figuras 4.20 y 4.21 se muestra la respuesta temporal del sistema primario y absorbedor flexible de vibraciones, respectivamente cuando a los 30 segundos ocurre un cambio en la frecuencia de excitación pasando de un valor de $\Omega = 1.41$ Hz a $\Omega = 1.58$ Hz, es decir, el sistema está perturbado en resonancia (ahora en el segundo modo de vibración). A partir de este cambio frecuencial y

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

después de un transitorio, el absorbedor no lineal empieza a atenuar las vibraciones asociadas a los grados de libertad $x_1(t)$ y $x_2(t)$. El porcentaje de absorción permanece cercano al 50%.

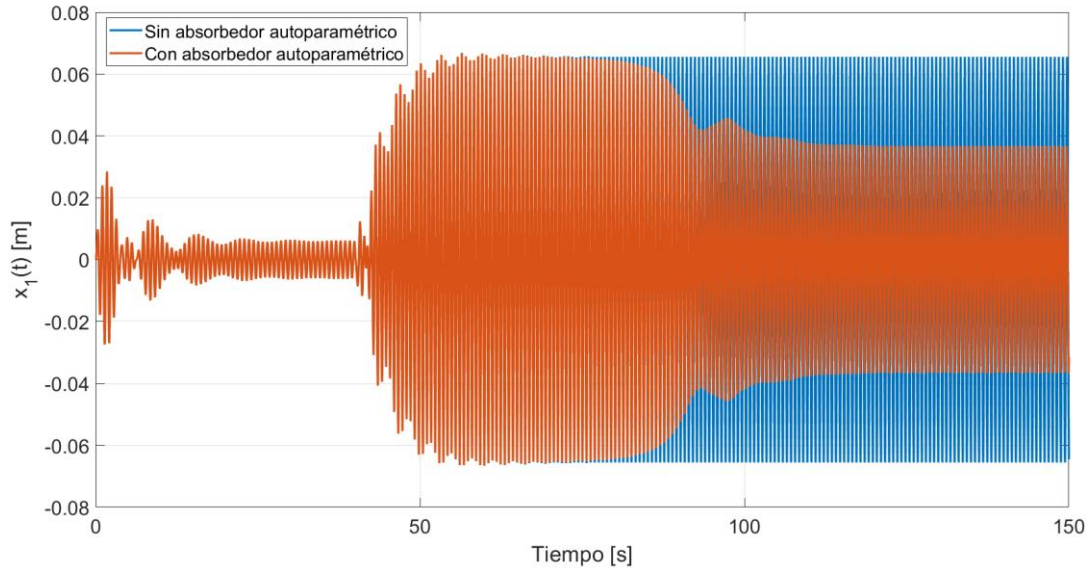


Figura 4.20 Respuesta dinámica del sistema primario cuando la frecuencia de excitación aumenta en $t = 30$ s.

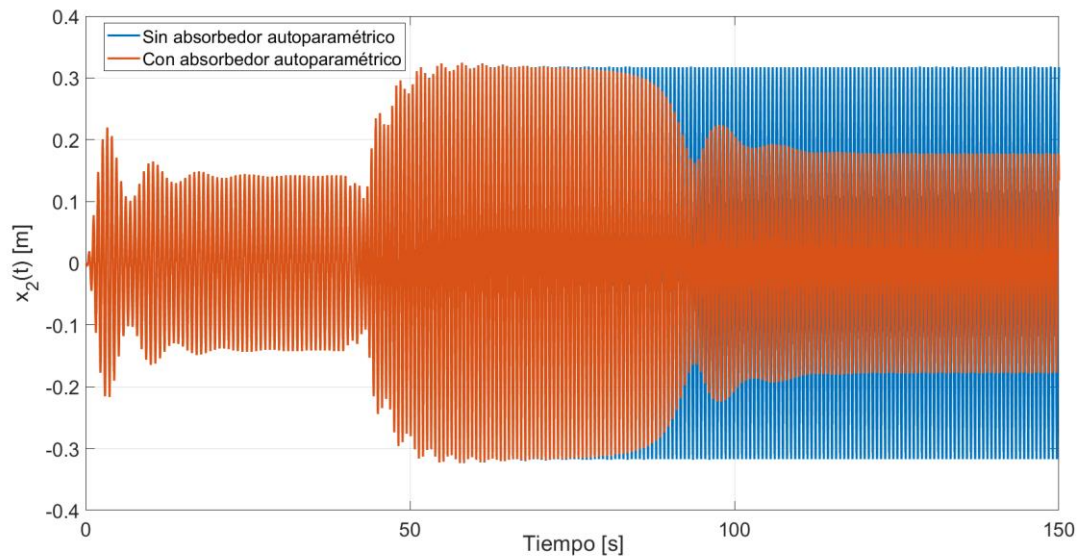


Figura 4.21 Respuesta dinámica del AFV cuando la frecuencia de excitación disminuye en $t = 30$ s.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Finalmente, la respuesta temporal asociada al grado de libertad $y(t)$ se representa en la Figura 4.22. Se observa que la amplitud de vibración en estado estable del absorbedor autoparamétrico es de 45 cm, en este caso el valor de su longitud es $L_2 = 78.6 \text{ cm}$).

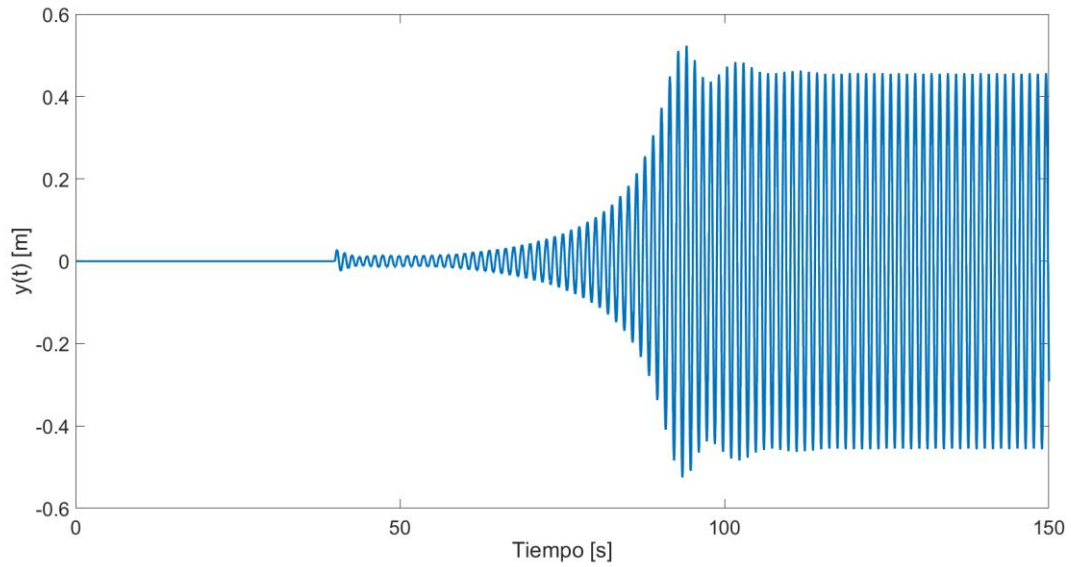


Figura 4.22 Respuesta temporal del absorbedor autoparamétrico ante un aumento en la frecuencia de excitación a los 30 s.

4.6 DISEÑO MECÁNICO DE LA PLATAFORMA EXPERIMENTAL

Para el diseño mecánico de la plataforma experimental, se utilizó la metodología de Nigel Cross la cual se basa en principios y prácticas con un sentido más amplio. Se hace énfasis en el establecimiento de estructuras más apropiadas para el proceso de diseño, desarrollo y aplicación de nuevos métodos así como técnicas y procedimientos.

Primeramente se utilizó el Árbol de objetivos como lo señala la metodología de Nigel Cross el cual se desarrolló de la siguiente manera:

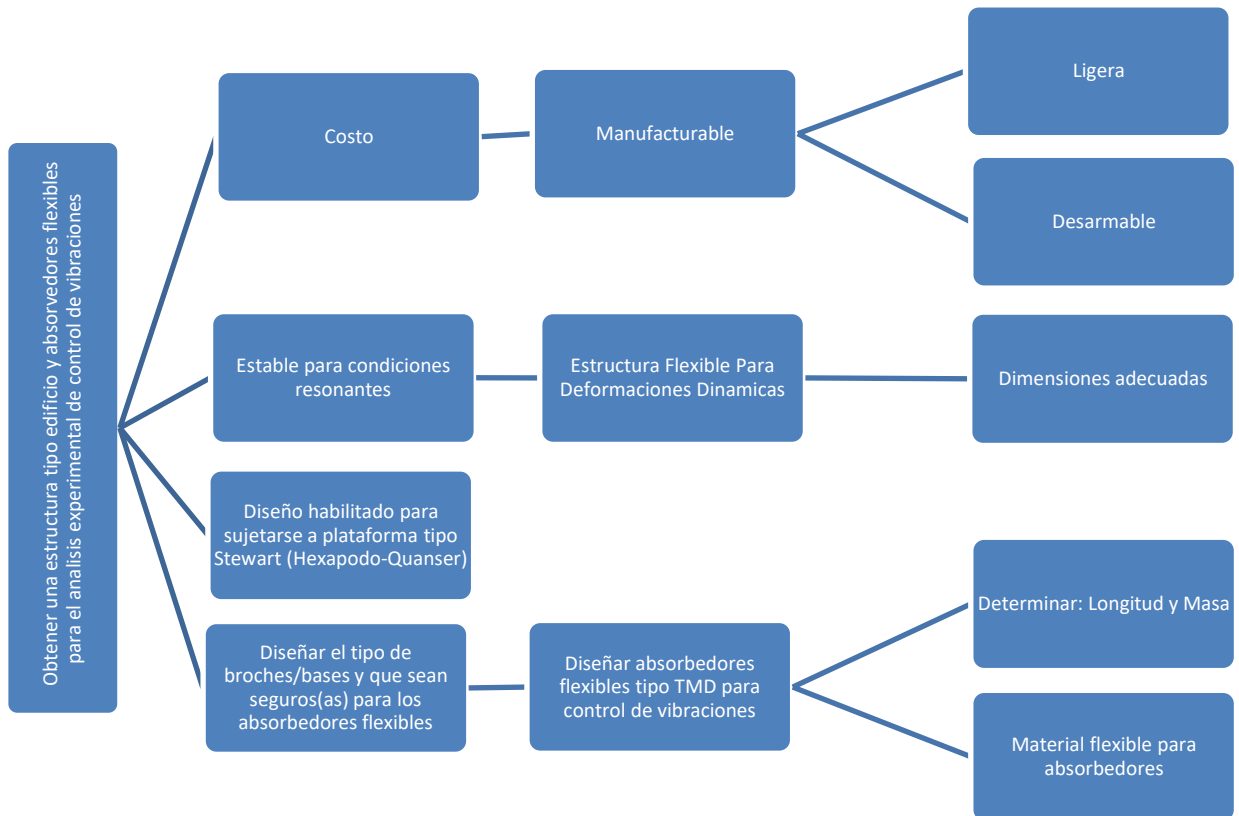


Figura 4.23 Árbol de objetivos para el diseño mecánico de la plataforma experimental.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MÚLTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Posteriormente se utilizó el establecimiento de funciones con la herramienta de caja transparente para clarificar el objetivo del diseño:

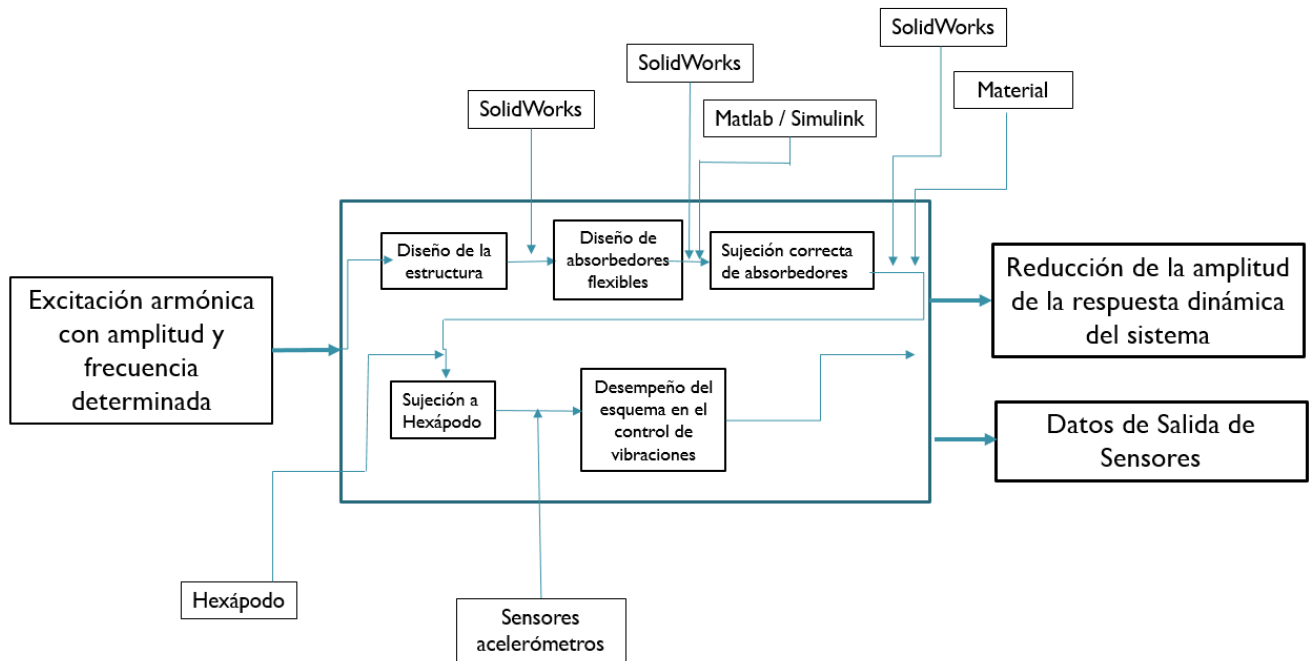


Figura 4.24 Caja transparente para el establecimiento de funciones

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

4.6.1 DISEÑO MECANICO

Para el Diseño Mecánico de la plataforma experimental se toman los resultados de simulación que vendrán siendo los requerimientos físicos de la estructura y se tomaran en cuenta los siguientes parámetros:

PARAMETROS DE SIMULACION:

Material: Aluminio $S_y = 95MPa$ $S_{ut} = 110MPa$

Masa sistema primario: 2.706 Kg

Masa absorbedores: 0.125 Kg x 2

Masa total del sistema: 2.956 Kg

Longitud de absorbedores:

L1=0.5094m

L2=0.5529m

Longitud de columnas: 1 m

Rigidez a la flexión: $0.584Nm^2$

Considerando la masa total del sistema:

Masa sistema primario: 2.706 Kg

Masa absorbedores: 0.125 Kg x 2

Se tendrá una masa total de 2.956 kg la cual será soportada por las cuatro columnas de la estructura tipo edificio, la cual generara una fuerza sobre las columnas de:

$$P_1 = 2.956kg \cdot (9.81m/s^2) = 28.998N$$

Para el análisis de pandeo, se toma un extremo de la columna fija y la contraparte se encontrara libre, la cual estará en desplazamiento dinámico debido a la prueba experimental. Para el análisis estático de pandeo, se utiliza la siguiente ecuación de carga crítica para pandeo:

$$P_{CR} = \frac{\pi^2 EI}{L_{ef}^2} \quad (3.1)$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

donde:

$$E = 70GPa$$

$$I_{PÁNDEO} = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(0.0254m)(1m^3) = 2116.7 \times 10^{-6}m^4$$

$$L_{ef} = 2L = 2(1m) = 2m$$

$$P_{CR} = \frac{\pi^2(70GPa)(2116.7 \times 10^{-6})}{(2m)^2} = 365.6MPa$$

Para el esfuerzo crítico de pandeo se ocupa la siguiente ecuación:

$$\sigma_{CR} = \frac{\pi^2 E}{L_{ef}^2} \quad (3.2)$$

donde:

$$E = 70GPa$$

$$L_{ef} = 2L = 2(1m) = 2m$$

$$\sigma_{CR} = \frac{\pi^2 E}{L_{ef}^2} = \frac{\pi^2(70GPa)}{(2m)^2} = 172.71GPa$$

Para la masa que será soportada por las columnas, se obtiene el siguiente valor de esfuerzo:

$$\sigma = \frac{P_1}{A} \quad (3.3)$$

donde:

$$P_1 = 28.998N$$

$$A_{COLUMNA} = (0.0254m)(1m)$$

$$\sigma = \frac{P_1}{A} = \frac{28.998N}{(0.0254m)(1m)} = 1.1416kN$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Y el esfuerzo para la sección transversal rectangular:

$$\sigma = \frac{P_1}{A} = \frac{28.998N}{(0.0254m)(0.00318m)} = 359.0105kN$$

Ambos esfuerzos se encuentran por debajo del esfuerzo crítico y la carga crítica de pandeo, por lo tanto, la estructura no sufrirá pandeo cuando se encuentre estática.

ANALISIS DE COLUMNAS DE LA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO:

Las columnas de la estructura se comportaran como una viga en voladizo de sección transversal rectangular, las cuales estarán sujetas a una carga en la parte superior causada por el mismo peso de la base, así como a una fuerza causada por la excitación en su base, la cual causara un desplazamiento en forma de deflexión, con resultados de simulación de 0.23m, dichos resultados de simulación se pueden interpretar de manera que la flexión de la columna pueda ser tratada como un esfuerzo combinado, una por la misma carga de la masa primaria, así como un momento como se puede apreciar en la figura 31:

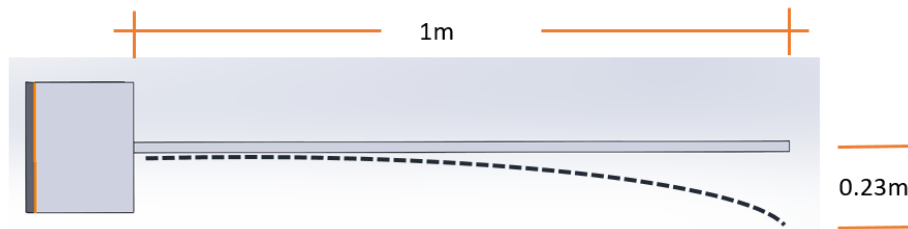


Figura 4.25 Flexión de la columna al ser excitada en la base.

De manera que a partir de la deflexión de la columna, se puede utilizar la siguiente ecuación, para conocer la fuerza causante de dicha deflexión.

$$V_A = \frac{-PL^3}{3EI} \quad (3.4)$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

donde:

$$V_A = \text{Deflexion} = 0.23m$$

$$EI = 0.584Nm^2$$

$$L = \text{Largo de la columna} = 1m$$

Al realizar el despeje de la ecuación y dejarla en términos de la fuerza tendremos:

$$-P = \frac{V_A 3EI}{L^3} \quad (3.5)$$

$$-P = \frac{(0.23m)(1.752Nm^2)}{(1m)^3} = -0.4029N$$

Esta es la fuerza necesaria para lograr una deflexión de 0.23m causada por la aceleración de la plataforma. Con esta fuerza ahora se puede calcular el análisis de esfuerzos a los que estará sujeta cada columna como se representa en la siguiente imagen.

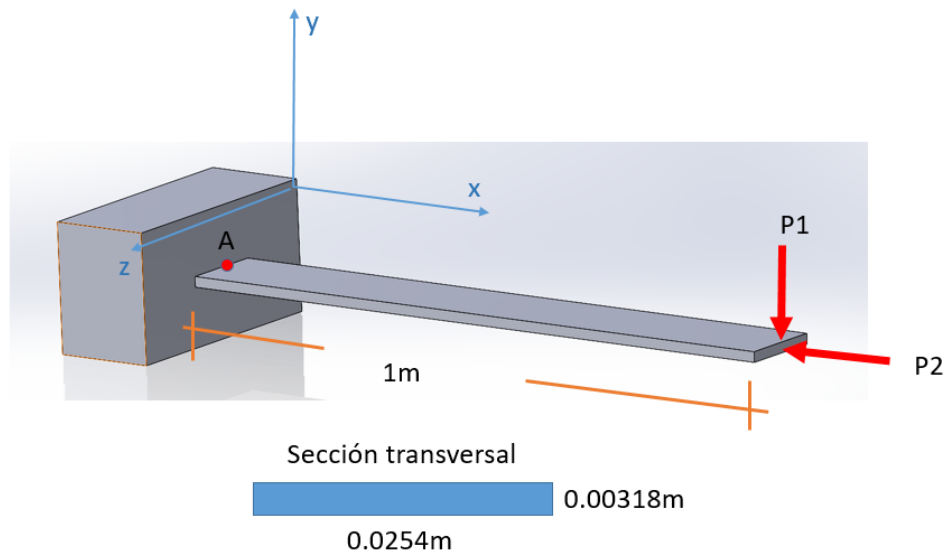


Figura 4.26 Cargas a las que se encuentra sometida la columna de la plataforma

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Se puede apreciar que cada columna estará sujeta a dos cargas, una que causara un momento flector, y otra que causara una compresión. Para el análisis se utilizara el punto A el cual será el que este más acercado a la base.

$$M_A = PL$$

Donde :

$$P_1 = 0.4029N$$

$$L = 1m$$

$$M_A = 0.4029N \cdot m$$

$$\sigma_A = \frac{Mc}{I} \quad (3.6)$$

donde:

$$M_A = 0.4029N \cdot m$$

$$c = 1.59 \times 10^{-3}$$

$$I = 6.8066 \times 10^{-11}$$

$$\sigma_A = \frac{Mc}{I} = \frac{(0.4029)(1.59 \times 10^{-3})}{6.8066 \times 10^{-11}} = 9.4166 MPa$$

Así como a un esfuerzo normal en cada columna:

$$P_{COLUMNA} = \frac{P_{TOTAL}}{4} = \frac{28.988}{4} = 7.247N$$

$$\sigma_{normal} = \frac{P_2}{A} = \frac{7.247N}{(0.0254m)(0.00318)} = 89.721kPa$$

De igual manera a un esfuerzo cortante dado por:

$$\tau = \frac{3V}{2A} = \frac{3(0.4029N)}{2(8.0772 \times 10^{-5}m)} = 14.964 kPa$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

De este modo el estado de esfuerzos están dados por:

$$\sigma_x = 9.4166MPa + 89.721KPa = 9.506MPa \quad \sigma_y = 0 \quad \tau_{yz} = 14.964kPa$$

A partir de los estados de esfuerzo plano, podemos obtener los esfuerzos principales dados por la ecuación:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{9.4166MPa + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9.4166MPa - 0}{2}\right)^2 + 0.01496MPa}$$

$$\sigma_1 = 9.5060$$

$$\sigma_2 = -2.3543 \times 10^{-5}$$

Los factores de seguridad para:

Para Esfuerzo Cortante Máximo (ECM):

Caso II: $\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B$

$$\sigma_A - \sigma_B \geq \frac{Sy}{n} \therefore n = \frac{Sy}{\sigma_A - \sigma_B} = \frac{95MPa}{9.5060} = 9.993 \quad n=9.993$$

Para Energía de Distorsión (ED):

$$\sigma' = (\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2)^{1/2}$$

$$\sigma' = (9.5060^2 - (9.5060)(-2.3543 \times 10^{-5}) + (-2.3543 \times 10^{-5})^2)^{1/2} = 9.5060$$

$$\sigma' = \frac{Sy}{n} \therefore n = \frac{Sy}{\sigma'} = \frac{95}{9.5060} = 9.993 \quad n=9.993$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Para el Análisis de Fatiga en las columnas:

Aluminio:

$$S_{ut} = 110MPa$$

$$S'_e = 0.5S_{ut} = 0.5 (110MPa) = 55 MPa$$

$$k_a = aS_{ut}^b = (4.51)(110MPa)^{-0.265} = 1.2977$$

$$d_e = 0.808(hb)^{1/2} = 0.808(80.772)^{1/2} = 7.2617$$

$$k_b = \left(\frac{d}{0.3}\right)^{-0.107} = \left(\frac{7.2617}{7.62}\right)^{-0.107} = 1.005$$

$$k_c (\text{Flexión}) = 1$$

$$S_e = k_a k_b k_c S'_e$$

$$S_e = (1.2977)(1.005)(1)(55) = 71.73MPa$$

Para $S_{ut} < 70ksi(486Mpa)$ utilizar $f = 0.9$ (Shigley pg. 279)

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = \frac{((0.9)(110MPa))^2}{71.73MPa} = 136.63$$

$$b = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{(0.9)(110MPa)}{71.73MPa}\right) = -0.04664$$

$$N = \left(\frac{\sigma_{rev}}{a}\right)^{1/b} = 8.0775 \times 10^{24} \text{ ciclos}$$

$$\sigma_{rev} = 9.4166MPa$$

$$S_f = aN^b = (136.63)(8.0775 \times 10^{24})^{-0.04664} = 9.54MPa$$

$$n = \frac{S_f}{\sigma_a} = \frac{9.54MPa}{9.4166MPa} = 1.0138$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

Factor de Seguridad para el criterio de Goodman Modificado:

$$n_f = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} \quad (3.7)$$

Donde:

$$S_e = 71.73$$

$$S_{ut} = 110MPa$$

$$\sigma_a = 9.4166MPa$$

$$\sigma_m = 89.721kPa \rightarrow 0.08972MPa$$

$$n_f = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} = \frac{1}{\frac{9.4166MPa}{71.73MPa} + \frac{0.08972MPa}{110MPa}} = 7.5704 \quad n=7.5704$$

ANALISIS DE LOS ABSORBEDORES FLEXIBLES DE VIBRACION:

Para el caso de los absorbedores flexibles de vibración, de igual manera se analizaran como vigas en voladizo, al obtener los resultados de simulación de los desplazamientos, se obtiene una deflexión máxima de 0.12m, y por lo tanto se analizara de la misma manera que las columnas de la estructura principal.

Para el primer Absorbedor Flexible:

De igual manera que en las columnas, a partir de la deflexión de los absorbedores flexibles, se obtiene la fuerza a partir de la ecuación:

$$V_A = \frac{-PL^3}{3EI} \quad (3.8)$$

donde:

$$V_A = Deflexion = 0.12m$$

$$EI = 0.584Nm^2$$

$$L = 0.5094m$$

Al realizar el despeje dejando todo en términos de la fuerza, tenemos:

$$-P = \frac{V_A 3EI}{L^3}$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$-P = \frac{(0.12m)(1.752Nm^2)}{(0.5094m)^3} = 1.5906N$$

Esta primera fuerza que llamaremos P_1 será igual a 1.5905N la cual causara un momento flector en el Absorbedor, una segunda carga será la de la masa del Absorbedor, ya que se encuentra en la parte superior, actúa la gravedad sobre la masa causando la siguiente fuerza:

$$P_2 = 0.125kg(9.81m/s^2) = 1.22N$$

De este modo podremos analizar las fuerzas que actúan sobre el Absorbedor, las cuales son representadas en la siguiente imagen:

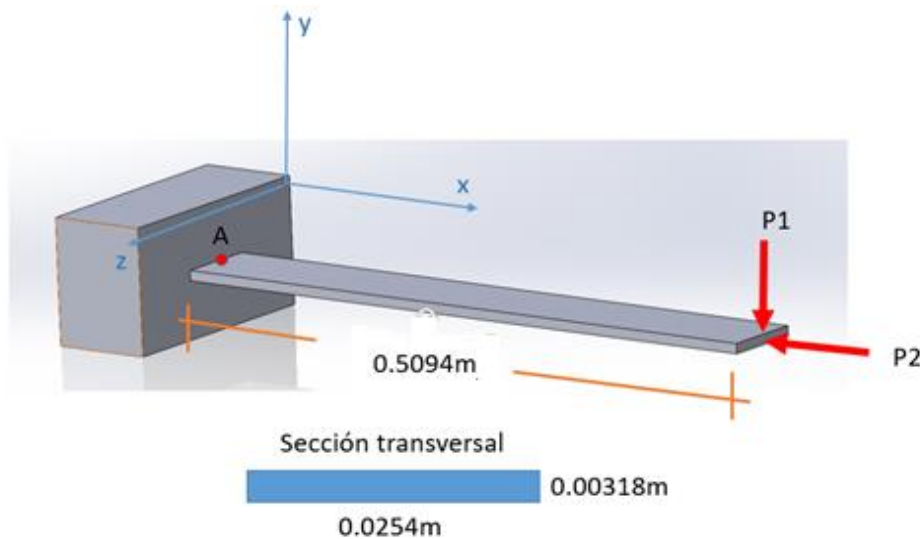


Figura 4.27 Cargas a las que se encuentra sometido el absorbedor flexible.

Como se puede apreciar, se encuentra un momento flector causando un esfuerzo dado por la siguiente expresión:

$$M_A = P_1L \quad (3.9)$$

$$M_A = (1.5905N)(0.5094m) = 0.8102N\cdot m$$

$$\sigma_A = \frac{Mc}{I}$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

donde:
$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(0.0254)(0.00318)^3 = 6.8066 \times 10^{-11}$$
$$C = 1.59 \times 10^{-3} m$$

$$\sigma_A = \frac{Mc}{I} = \frac{(0.8102 Nm)(1.59 \times 10^{-3} m)}{6.8066 \times 10^{-11}} = 18.926 MPa$$

A su vez la carga P_2 causa un esfuerzo normal dado por la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{P_2}{A} \quad (3.10)$$

Donde A es el área de la sección transversal rectangular, de este modo tenemos:

$$\sigma = \frac{P_2}{A} = \frac{1.22 N}{8.0772 \times 10^{-5}} = 15.104 kPa$$

De igual manera se tendrá un esfuerzo cortante causado por la carga P_1 dada por:

$$\tau = \frac{3V}{2A} = \frac{3(1.5905 N)}{2(8.0772 \times 10^{-5})} = 29.536 kPa$$

De este modo el estado general de esfuerzos está dado por:

$$\sigma_x = 18.941 MPa$$

$$\sigma_y = 0$$

$$\tau_{yz} = 29.536 kPa$$

A partir de los estados de esfuerzo plano, podemos obtener los esfuerzos principales dados por la ecuación:

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{18.941MPa + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{18.941MPa - 0}{2}\right)^2 + 0.02953MPa^2}$$

$$\sigma_1 = 18.9410MPa$$

$$\sigma_2 = -4.6039e - 5MPa$$

Los factores de seguridad para:

Para ECM:

Caso II: $\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B$

$$\sigma_A - \sigma_B \geq \frac{Sy}{n} \therefore n = \frac{Sy}{\sigma_A - \sigma_B} = \frac{95MPa}{18.9410MPa} = 5.0155 \quad n=5.0155$$

Para ED:

$$\sigma' = (\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2)^{1/2} \quad (3.11)$$

$$\sigma' = (18.941MPa^2 - (18.941MPa)(-4.6039e - 5MPa) + (-4.6039e - 5Pa)^2)^{1/2} = 18.9410$$

$$\sigma' = \frac{Sy}{n} \therefore n = \frac{Sy}{\sigma'} = \frac{95}{18.9410} = 5.0156 \quad n=5.0156$$

Para el análisis de fatiga:

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = \frac{((0.9)(110MPa))^2}{71.73MPa} = 136.63$$

$$b = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{(0.9)(110MPa)}{71.73MPa}\right) = -0.04664$$

$$N = \left(\frac{\sigma_{rev}}{a}\right)^{1/b} = 2.55 \times 10^{18} \text{ ciclos}$$

$$\sigma_{rev} = 18.926MPa$$

$$S_f = aN^b = (136.63)(2.55 \times 10^{18})^{-0.04664} = 18.926MPa$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$n = \frac{S_f}{\sigma_a} = \frac{18.926MPa}{18.926MPa} = 1.0$$

Por el criterio de Goodman modificado:

$$n_f = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} = \frac{1}{\frac{18.926MPa}{71.73MPa} + \frac{0.0151MPa}{110MPa}} = 3.7881$$

donde:

$$S_e = 71.73$$
$$S_{ut} = 110MPa$$
$$\sigma_a = 18.926MPa$$
$$\sigma_m = 15.104kPa \rightarrow 0.0151MPa$$

Para el segundo Absorbedor Flexible:

De manera similar para el segundo Absorbedor, obtendremos la fuerza que causa una deflexión de 0.12m dada por la ecuación:

$$-P = \frac{V_A 3EI}{L^3} \quad (3.12)$$

donde:

$$V_A = Deflexion = 0.12m$$

$$EI = 0.584Nm^2$$

$$L_2 = 0.5529$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

De este modo tenemos:

$$-P = \frac{(0.12m)(1.752Nm^2)}{(0.5529)^3} = 1.2438N$$

Para el caso del segundo Absorbedor Flexible, debido a la posición en la que se encuentra, tendremos 2 momentos flectores, uno que es causado por la aceleración de la plataforma que causa la primera deflexión que llamaremos $P_1 = 1.2438N$ y otro causado por la masa y la aceleración de la gravedad que llamaremos $P_2 = 0.125kg(9.81m/s^2) = 1.22N$ como podemos apreciar en la siguiente imagen:

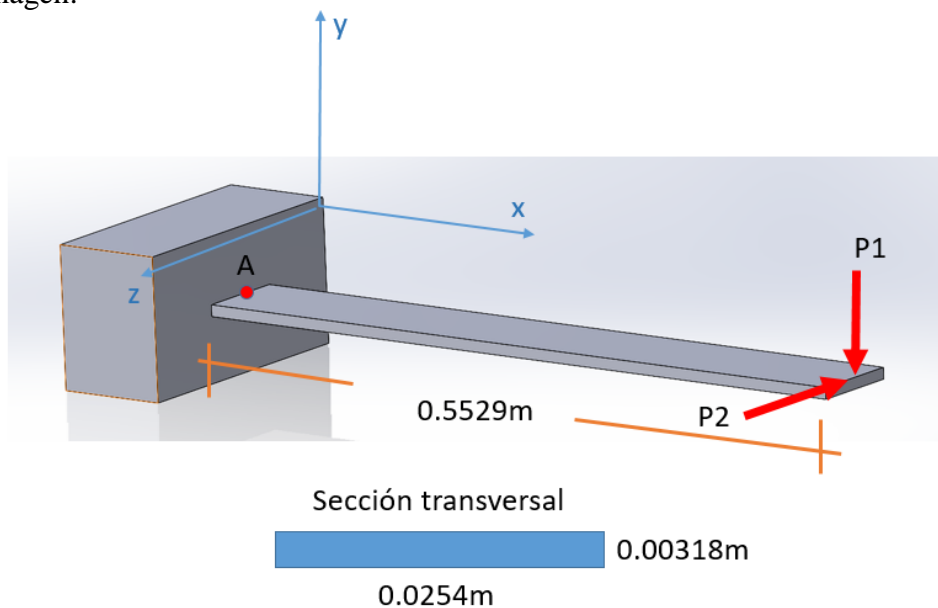


Figura 4.28 Cargas a las que se encuentra sometido el segundo AFV

De este modo, podemos calcular los esfuerzos causados por los momentos flectores de la siguiente manera:

Para P_1 :

$$M_{A1} = P_1 L_2$$

$$M_{A1} = (1.2438N)(0.5529m) = 0.6876N \cdot m$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$\sigma_{A1} = \frac{M_{A1}C}{I} = \frac{(0.6876Nm)(1.59x10^{-3})}{6.8066x10^{-11}}$$
$$\sigma_{A1} = 16.062MPa$$

Para P_2 :

$$M_{A2} = P_2L_2$$
$$M_{A2} = (1.22N)(0.5529m) = 0.6745N\cdot m$$
$$\sigma_{A1} = \frac{M_{A2}C}{I} = \frac{(0.6745Nm)(1.59x10^{-3})}{6.8066x10^{-11}}$$
$$\sigma_{A1} = 15.756MPa$$

Como se puede apreciar, ambas cargas P_1 y P_2 causaran esfuerzos cortantes dados por las siguientes ecuaciones:

$$\tau_{P1} = \frac{3V}{2A} = \frac{3(1.2438N)}{2(8.0772x10^{-5})} = 23.098kPa$$

$$\tau_{P2} = \frac{3V}{2A} = \frac{3(1.22N)}{2(8.0772x10^{-5})} = 22.656kPa$$

De este modo el estado general de esfuerzos queda de la siguiente manera:

$$\sigma_x = \sigma_{A1} + \sigma_{A2} = 31.818MPa$$

$$\sigma_y = 0.$$

$$\tau_{yz} = 23.098 + 22.656 = 45.754kPa$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

En donde los esfuerzos principales están dados por la siguiente ecuación:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} =$$

$$\frac{31.818MPa + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{31.818MPa - 0}{2}\right)^2 + (0.045754MPa)^2}$$

$$\sigma_1 = 31.8181$$

$$\sigma_2 = -6.5794e - 5$$

Los factores de seguridad para:

Para ECM:

Caso II: $\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B$

$$\sigma_A - \sigma_B \geq \frac{S_y}{n} \therefore n = \frac{S_y}{\sigma_A - \sigma_B} = \frac{95MPa}{31.8181Mpa} = 2.985 \quad n=2.985$$

Para ED:

$$\sigma' = (\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2)^{1/2}$$

$$\sigma' = (31.8181MPa^2 - (31.8181MPa)(-6.5794e - 5MPa) + (-6.5794e - 5Pa)^2)^{1/2} = 31.8181$$

$$\sigma' = \frac{S_y}{n} \therefore n = \frac{S_y}{\sigma'} = \frac{95}{31.8181} = 2.9857 \quad n=2.9857$$

Para el análisis de fatiga del Absorbedor flexible:

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = \frac{((0.9)(110MPa))^2}{71.73MPa} = 136.63$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MÚLTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$b = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{f S_{ut}}{S_e} \right) = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{(0.9)(110 \text{MPa})}{71.73 \text{MPa}} \right) = -0.04664$$

$$N = \left(\frac{\sigma_{rev}}{a} \right)^{\frac{1}{b}} = 8.600 \times 10^{19} \text{ ciclos}$$

$$\sigma_{rev} = 16.062 \text{MPa}$$

$$S_f = a N^b = (136.63)(8.600 \times 10^{19})^{-0.04664} = 16.062 \text{MPa}$$

$$n = \frac{S_f}{\sigma_a} = \frac{16.062 \text{MPa}}{16.062 \text{MPa}} = 1.0$$

Por el criterio de Goodman modificado:

$$n_f = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} = \frac{1}{\frac{16.062 \text{MPa}}{71.73 \text{MPa}} + \frac{15.756 \text{MPa}}{110 \text{MPa}}} = 2.7236$$

$$S_e = 71.73$$

donde: $S_{ut} = 110 \text{MPa}$

$$\sigma_a = 16.062 \text{MPa}$$

$$\sigma_m = 15.756 \text{MPa}$$

CAPITULO 5

5. CONCLUSIONES

En este trabajo de tesis se presenta la modelación dinámica, simulación numérica y diseño mecánico de una estructura tipo edificio (sistema primario) discretizada en un sistema de 1 grado de libertad y perturbada en condiciones resonantes en la base de la misma a la cual se le acoplan, sobre la masa principal, dos absorbedores flexibles de vibraciones, ambos representados por una viga flexible de aluminio con una masa puntual en el extremo libre pero teniendo dinámica en diferentes planos.

Básicamente, se analizaron dos configuraciones en cuanto a la implementación de los absorbedores flexibles de vibraciones. En la primera configuración, se realiza una extensión del esquema de absorción de vibraciones presentado en [29] al implementar, de manera simultánea, dos absorbedores flexibles linealizando la dinámica completa del sistema resultante. De esta configuración se puede concluir que al utilizar dos o más absorbedores se mejorará el porcentaje de absorción (superior al 98%) sobre el sistema primario pero se mantiene la desventaja de alterar la función de respuesta frecuencial ya que por cada absorbedor que se acople a la masa principal, bajo esta configuración, se agrega un modo de vibración y por lo tanto, una frecuencia resonante adicional en el sistema completo, siendo peligrosa su operación en dichos valores frecuenciales ya que se presentan amplitudes de vibración significativas.

En la segunda configuración, también se realiza la implementación de dos absorbedores flexibles pero uno de ellos se diseña y configura para que trabaje de manera autoparamétrica (absorbedor no lineal) y de esta forma, proporcionar robustez a la primera configuración ante posibles cambios en los valores de la frecuencia de excitación que pudieran llegar a coincidir con las frecuencias naturales del sistema. De manera general, de esta configuración se concluye que a pesar de que la dinámica total resulta más compleja que la primera (se tiene una dinámica no lineal) es posible preservar la atenuación pasiva de vibraciones sobre el sistema principal, debido al fenómeno conocido como interacción autoparamétrica, aún ante una excitación de frecuencia variable manteniendo la respuesta frecuencial sin cambio alguno con relación a picos adicionales sobre la misma. Sin embargo, se tiene la desventaja de que la respuesta transitoria del absorbedor flexible autoparamétrico es relativamente considerable y por lo tanto, por un lapso cercano a los 30 s la respuesta temporal del sistema primario es resonante. Desde luego, una vez que se alcanza la

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

respuesta en estado estable del absorbedor no lineal, se tiene un porcentaje de absorción de vibración, en la masa principal, cercano al 50%.

Como trabajo futuro que podría contribuir a los resultados hasta ahora obtenidos, se considera lo siguiente:

- Con base al diseño mecánico realizado, construir la plataforma experimental así como llevar a cabo la instrumentación pertinente para poder validar los modelos dinámicos obtenidos y hacer la comparación con las simulaciones numéricas desarrolladas.
- Utilizar una función de forma diferente para ambos absorbedores que describa de mejor manera su patrón de deformación y plantear una generalización en el modelo dinámico para el caso en el que se implementen n absorbedores flexibles de vibraciones.
- Realizar la optimización en la selección de los parámetros asociados a los absorbedores flexibles de vibración que permita el mayor porcentaje de absorción de vibración en el sistema primario [33,34].
- Realizar un esquema de control semi-activo de vibraciones, basado en un actuador rotacional, que se enfoque en la disminución de la respuesta transitoria del absorbedor flexible tipo autparamétrico.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

7. REFERENCIAS

- [1] Chi-Chang Lin , Chin-Ming Hu , Jer-Fu Wang & Rong-Yu Hu. Vibration control effectiveness of passive tuned mass dampers, *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 1994; 17:3, 367-376
- [2] Almazan J. L., De la Llera J. C., Inaudi J.A., Lopez-García D, Izquierdo L. E., A bidirectional and homogeneous tuned mass damper: A new device for passive control of vibrations, *Engineering Structures* 2007; 1548–1560
- [3] Marano G. C., Greco R. Optimization criteria for tuned mass dampers for structural vibration control under stochastic excitation. *Journal of Vibration and Control* 2011; 17: 679
- [4] Farghaly A. A. , Ahmed M.S. Optimum Design of TMD System for Tall Buildings. *International Scholarly Research Network ISRN Civil Engineering*. 2012; 716469
- [5] Elias S., Matsagar V. Research developments in vibration control of structures using passive tuned mass dampers, *Annual Reviews in Control* 2017; 1–28
- [6] Khodaie N. Vibration control of super-tall buildings using combination of tapering method and TMD system. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics* 2020; 104031
- [7] Djerouni S., Abdeddaim M., Elias S., Rupakhety R. Optimum Double Mass Tuned Damper Inerter for Control of Structure Subjected to ground motions. *Journal of Building Engineering*. 2021; 103259
- [8] Wang W., Yang Z., Hua X., Chen Z., Wang X., Song G. Evaluation of a pendulum pounding tuned mass damper for seismic control of structures *Engineering Structures* 2021; 111554
- [9] S. S. Rao. *Mechanical Vibrations*. Sexta edición. Reino Unido. Pearson. 2018.
- [10] A. K. Chopra. *Dinámica de Estructuras*. Cuarta edición. Reino Unido. Pearson. 2018.
- [11] S. S. Rao. *Mechanical Vibrations*. Sexta edición. Reino Unido. Pearson. 2018.
- [12] S. S. Rao. *Mechanical Vibrations*. Sexta edición. Reino Unido. Pearson. 2018.
- [13] S. S. Rao. *Mechanical Vibrations*. Sexta edición. Reino Unido. Pearson. 2018.
- [14] S. S. Rao. *Mechanical Vibrations*. Sexta edición. Reino Unido. Pearson. 2018.
- [15] S. S. Rao. *Mechanical Vibrations*. Sexta edición. Reino Unido. Pearson. 2018.

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

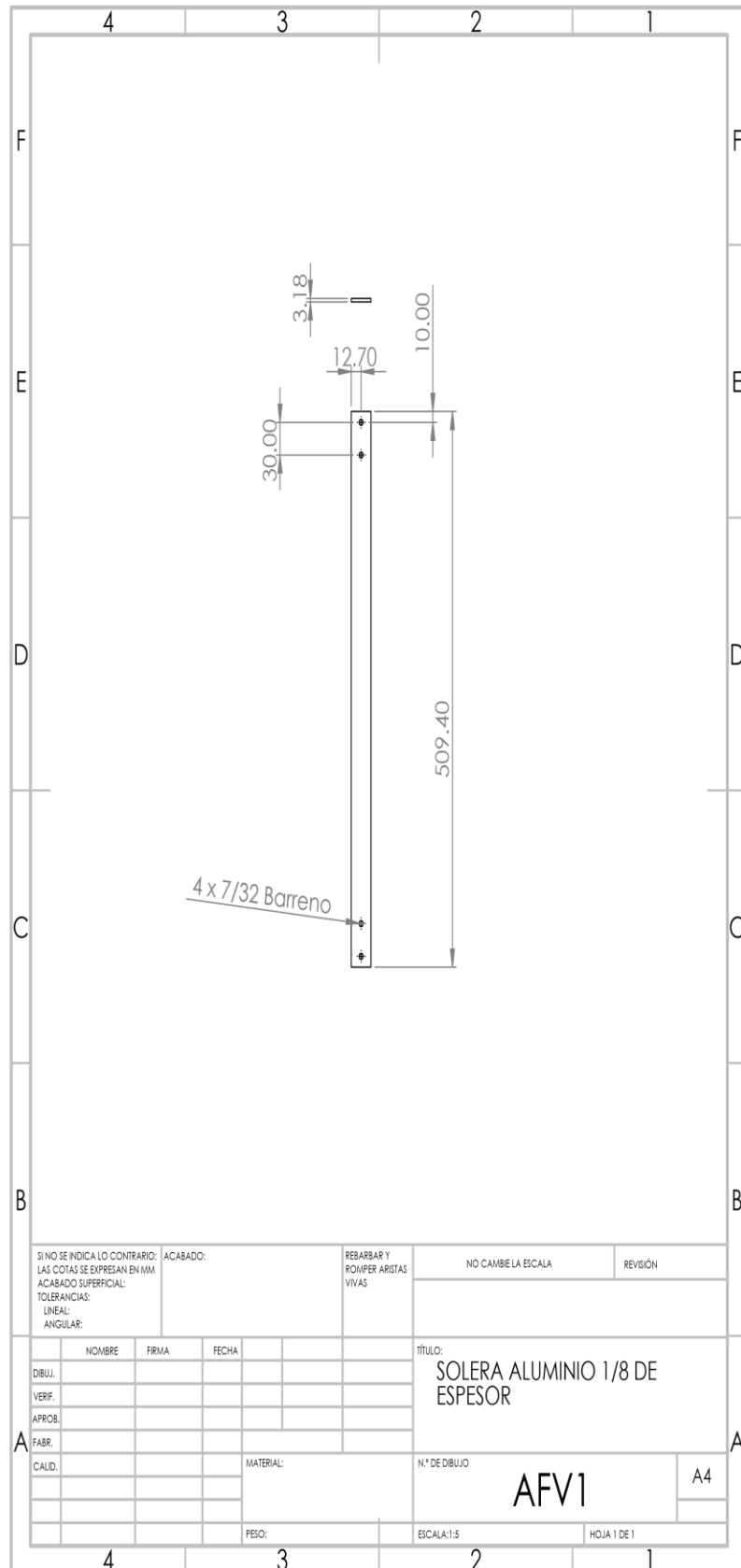
- [16] A. K. Chopra. Dinamica de Estructuras. Cuarta edición. Pg. 308 Reino Unido. Pearson.2018.
- [17] A. K. Chopra. Dinámica de Estructuras. Cuarta edición. Pg. 311 Reino Unido. Pearson.2018.
- [18] S. S. Rao. Mechanical Vibrations. Sexta edición. Pg. 43 Reino Unido. Pearson. 2018.
- [19] G.Raze , G. Kerschen. H Optimization of Multiple Tuned Mass Dampers for Multimodal Vibration Control, Computers and Structures, 2021; 106485
- [20] P. Wielgos, R. Gerylo. Optimization of Multiple Tuned Mass Damper (MTMD) Parameters for Primary System Reduced to a Single Degree of Freedom (SDOF) through the Modal Approach. Aplied Science, 2021; 1389
- [21] D. Chen, S. Huang, C. Huang, R. Liu, F. Ouyang. Passive Control Jacket-Type Offshore Wind Turbine Vibrations by Single and Multiple Tuned Mass Dampers. Marine Structures, 2021; 102938
- [22] H. Huang, C. Wang, W. Chang. Reduced Human-induced Vibration Of Cross-Laminated Timber Floor.Application of Multi-Tuned Mass Damper. Wiley, 2020; 2656
- [23] L. Zuo, S. A. Nayfeh. Optimization of the Individual Stiffness and Damping Parameters in the Muñltiple-Tuned-Mass-Damper Systems. Smart Structures and MAterials. 2003; 5052
- [24] M. Gu, S. R. Chen, C. C. Chang. Parametric Study on Multiple Tuned Mass Dampers for Buffering Control of Yangpu Bridge. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2001; 987-1000
- [25] J. Park, D. Reed, Analysis of Uniformly and Lineraly Distributed Mass Dampers Under Harmonic and Earthquake Excitation. Engineering Structures. 2001; 802-814
- [26] R. S. Jangid. Optimum Multiple Tuned Mass Dampers For Base-Excited Undamped System. Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1999; 1041-1049
- [27] R. Rana, T. T. Soong. Parametric Study and Simplified Desing of Tuned Mass Dampers. 1998; 193-204

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

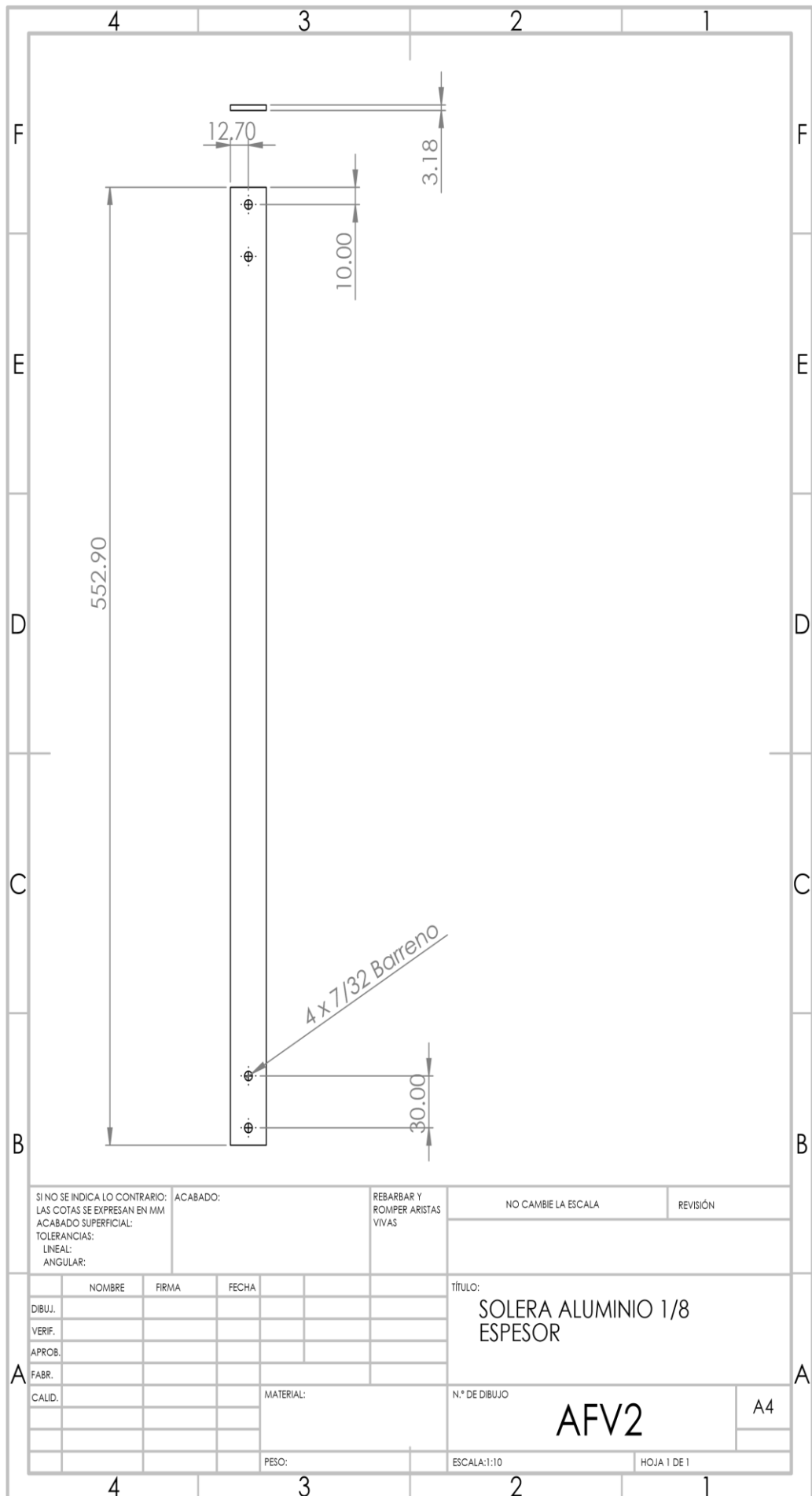
- [28] H. Yamaguchi, N. Harnpornchai. Fundamental Characteristics of Multiple Tuned Mass Dampers For Suppressing Harmonically Forced Oscillations. *Earthquake Engineering And Structural Dynamics*. 1993; 51-62
- [29] L. G. Trujillo-Franco, N. Flores-Morita, H. F. Abundis-Fong, F. Beltran-Carbajal, A. E. Dzul-Lopez, D. E. Rivera-Arreola. Oscillation Attenuation in a Building-Like Structure by Using a Flexible Vibration Absorber. *Mathematics*. 2022; 10-289
- [30] R.S. Haxton, A.D.S. Barr. The autoparametric Vibration Absorber. *Journal of Engineering for Industry*. 1972. 119-124.
- [31] B. Vázquez-González, G. Silva-Navarro. Evaluation of the Autoparametric Pendulum Vibration Absorber for a Duffing System. *Shock and Vibration*. 2008; 355-368.
- [32] G. Silva-Navarro, H.F. Abundis-Fong. Passive/Active Autoparametric Cantilever Beam Absorber with Piezoelectric Actuator for a Two-Story Building-Like Structure. *Journal of Vibration and Acoustics*. 2015.
- [33] H.F. Abundis-Fong, J. Enríquez-Zárate, A. Cabrera-Amado, G. Silva-Navarro. Optimum Design of a Nonlinear Vibration Absorber Coupled to a Resonant Oscillator: A Case Study. *Shock and Vibration*. 2018.
- [34] M. Mahdi-Nazari, A. Rahi. Parameters Optimization of a Nonlinear Dynamic Absorber for a Nonlinear System. *Archive of Applied Mechanics*. 2023; 3243-3258

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
 UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

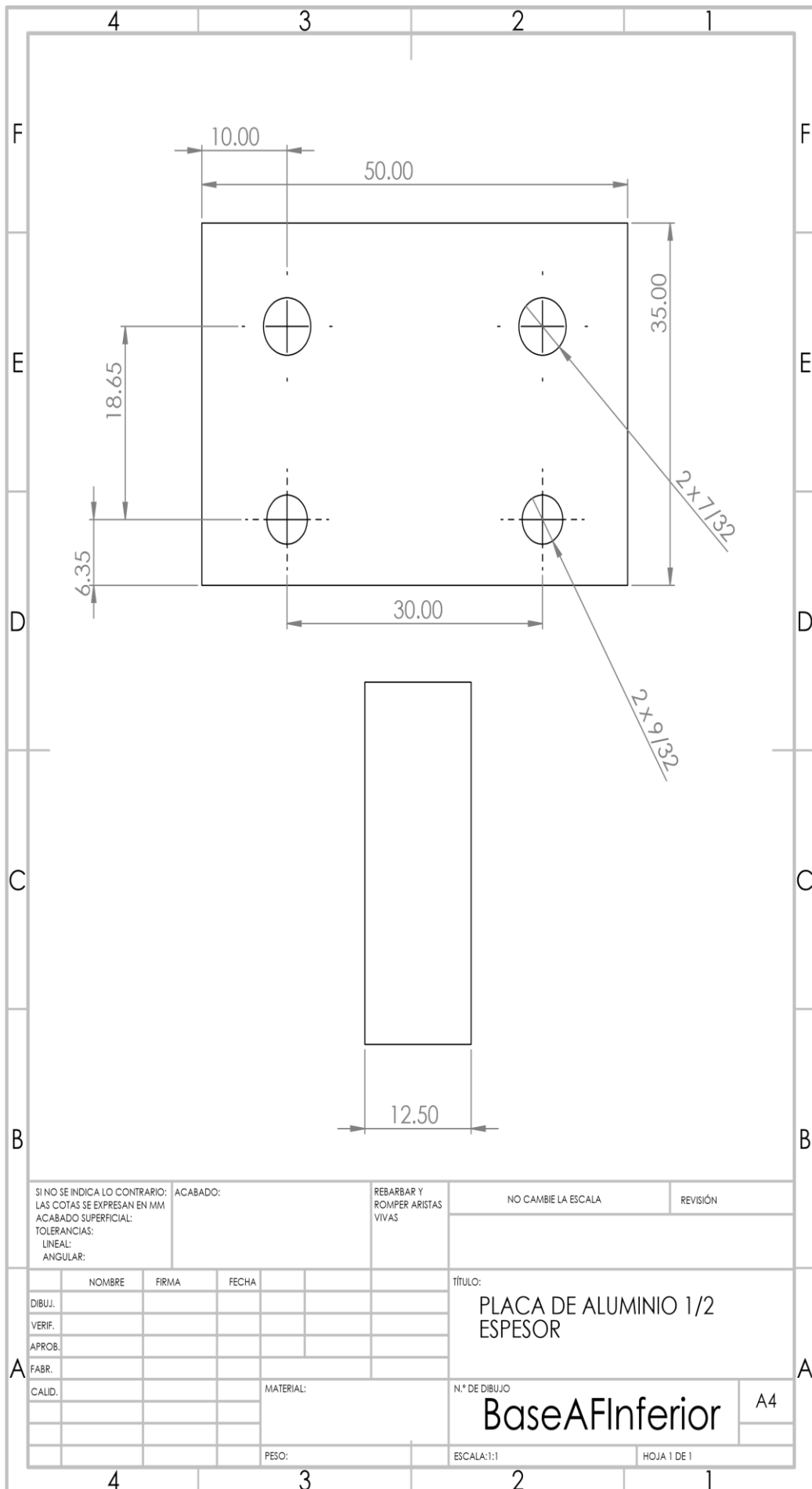
ANEXO A. Planos de la plataforma experimental diseñada.



CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

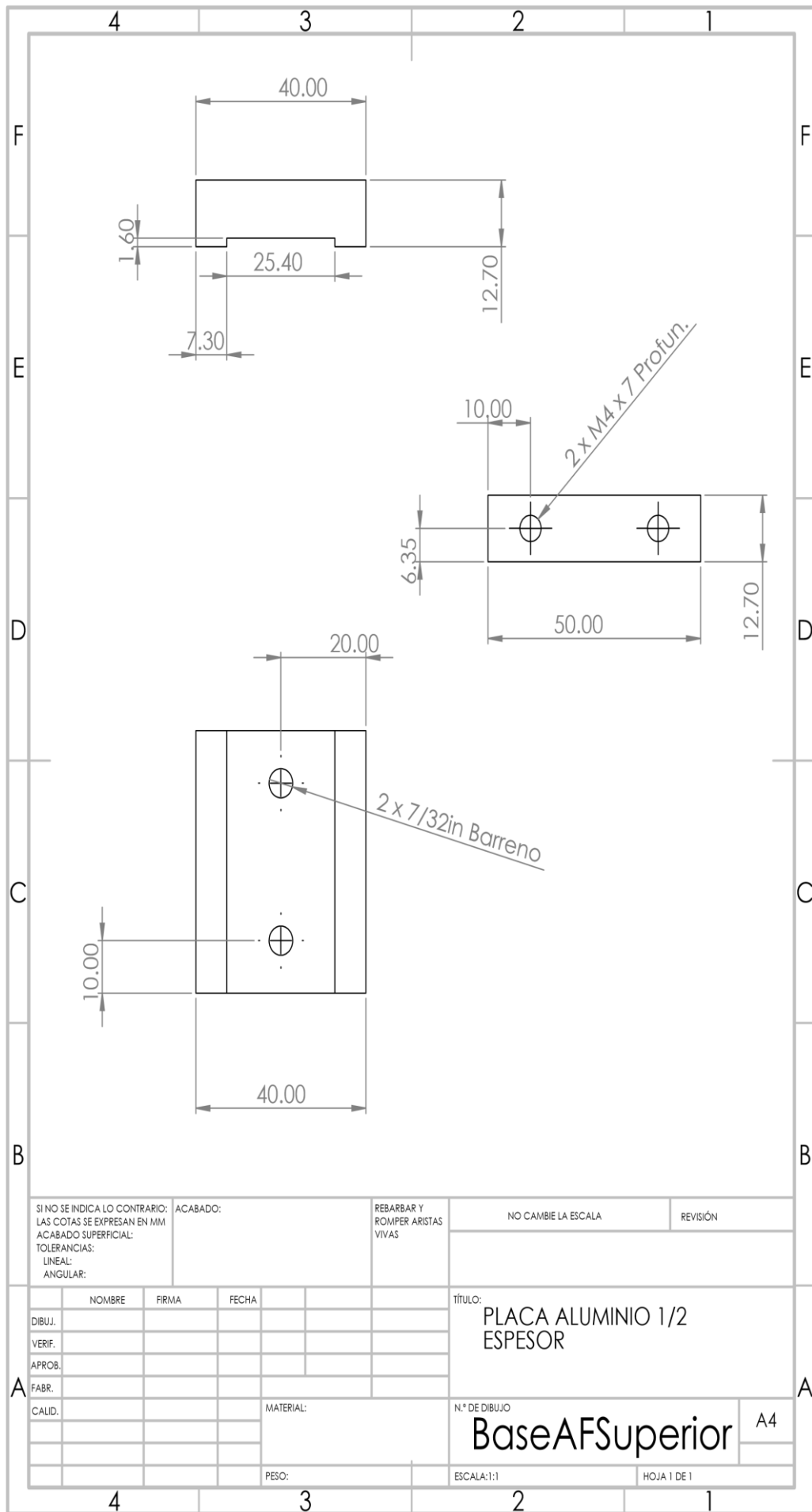


CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

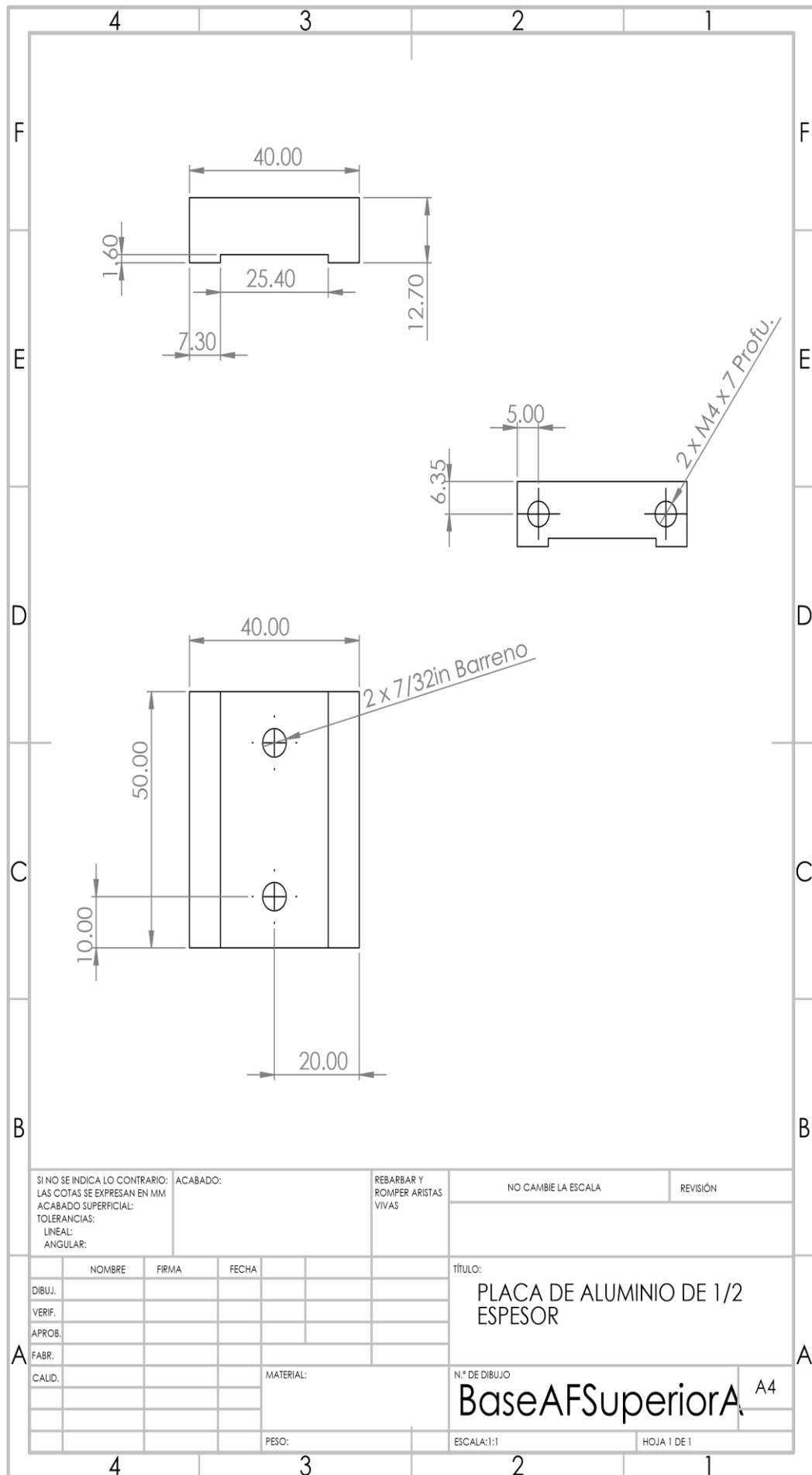


SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:		ACABADO:	REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS	NO CAMBIE LA ESCALA	REVISIÓN
NOMBRE		FIRMA	FECHA	TÍTULO: PLACA DE ALUMINIO 1/2 ESPESOR	
DIBUJ.				N.º DE DIBUJO BaseAInferior	
VERIF.				A4	
APROB.				ESCALA:1:1	
FABR.				HOJA 1 DE 1	
CALID.			MATERIAL:		
			PESO:		

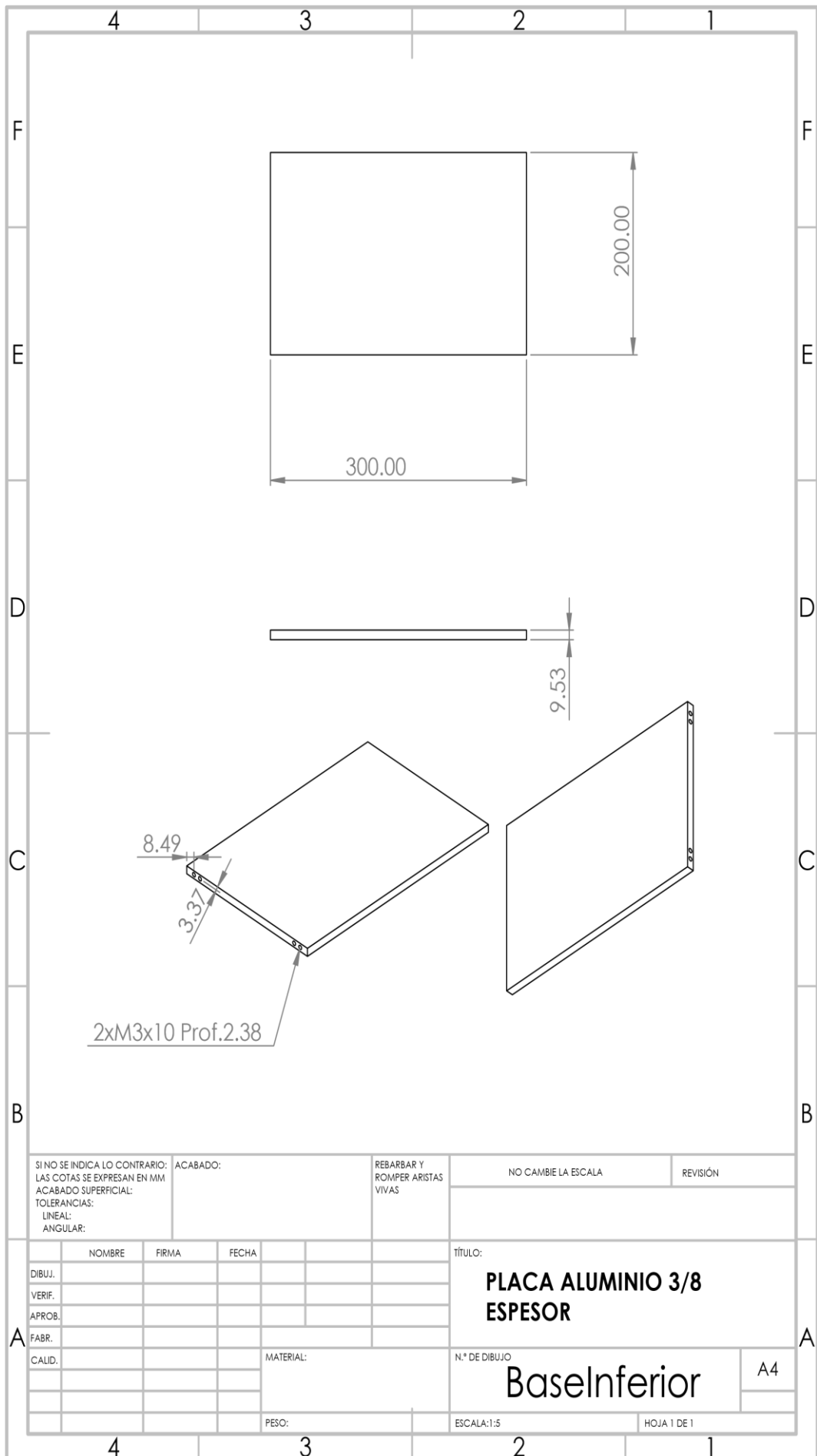
CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES



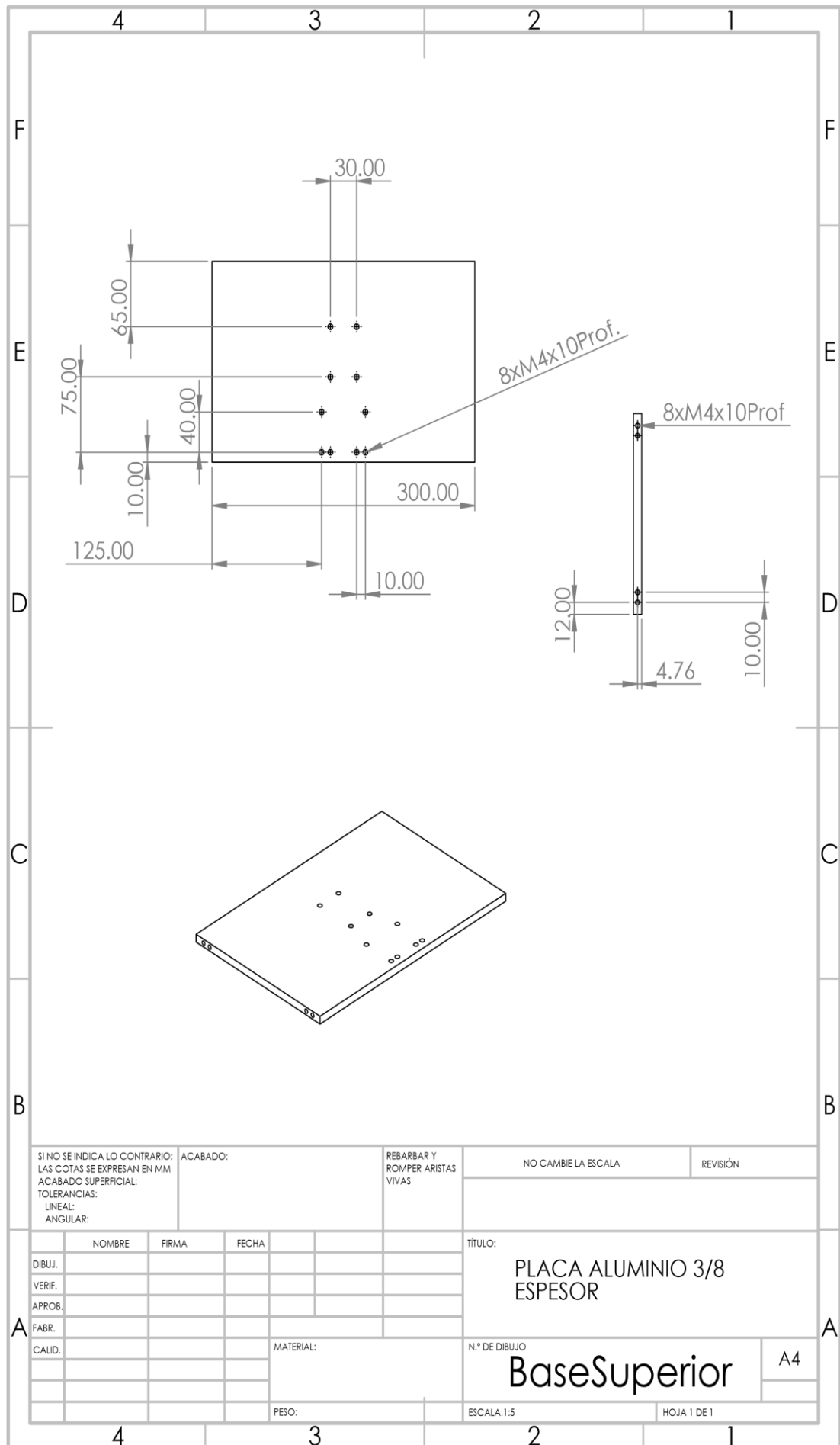
CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES



CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

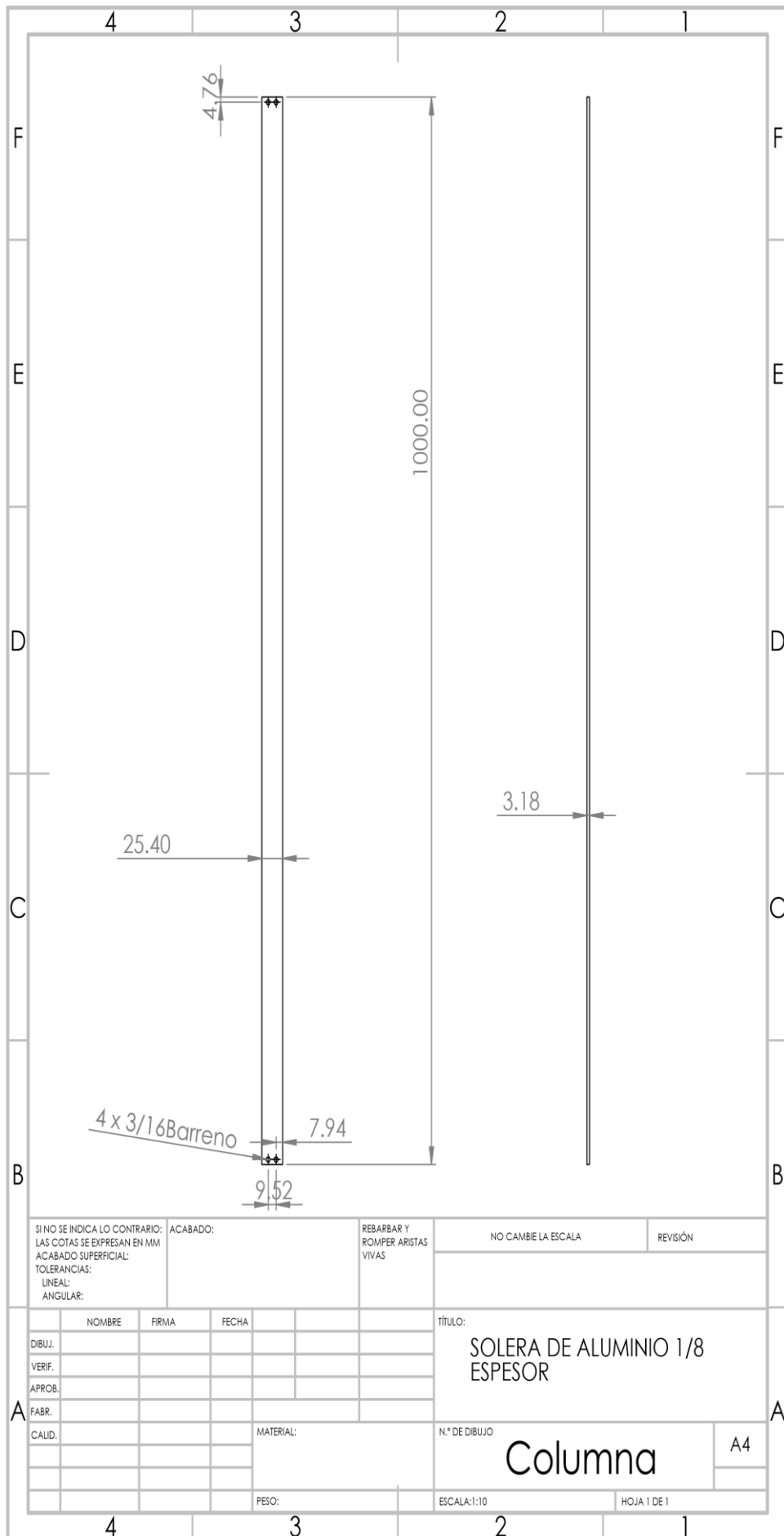


CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:		ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
DIBUJ.	NOMBRE	FIRMA	FECHA			TÍTULO: PLACA ALUMINIO 3/8 ESPEJOR			
VERIF.									
APROB.						N.º DE DIBUJO BaseSuperior			
FABR.									
CALID.				MATERIAL:		A4			
				PESO:					
				ESCALA:1:5		HOJA 1 DE 1			

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES



CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

ANEXO B. Programas utilizados

Programa en Matlab-Simulink para obtener la respuesta en el dominio del tiempo de los modelos dinámicos obtenidos.

```
function Qpp=dinamica(u)
```

```
%Parámetros
```

```
M=2.706;
```

```
m1=0.125;
```

```
m2=0.125;
```

```
c1=0.832;
```

```
c2=0.048;
```

```
c3=0.048;
```

```
keq=224.374;
```

```
EI=0.5843;
```

```
g=9.81;
```

```
L1=0.5160;
```

```
%L2=0.9004; %Este valor de L atenúa el 1er modo (acontece en 1.2818 Hz)
```

```
L2=0.7861; %Este valor de L atenúa el 2do modo (acontece en 1.587 Hz)
```

```
Mt=M+m1+m2;
```

```
%Entradas
```

```
q1=u(1);
```

```
q2=u(2);
```

```
q3=u(3);
```

```
q1p=u(4);
```

```
q2p=u(5);
```

```
q3p=u(6);
```

```
a=u(7);
```

```
b=u(8);
```

```
c=u(9);
```

```
TAU(1,1)=a;
```

```
TAU(2,1)=b;
```

```
TAU(3,1)=c;
```

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO
UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES

$$Q_p = [q_{1p}; q_{2p}; q_{3p}];$$

$$M(1,1) = M_t;$$

$$M(1,2) = m_1;$$

$$M(1,3) = (-6 * m_2 / (5 * L_2)) * q_3;$$

$$M(2,1) = m_1;$$

$$M(2,2) = m_1;$$

$$M(2,3) = 0;$$

$$M(3,1) = (-6 * m_2 / (5 * L_2)) * q_3;$$

$$M(3,2) = 0;$$

$$M(3,3) = m_2 * (1 + (36 / (25 * L_2^2)) * q_3^2);$$

$$C(1,1) = c_1;$$

$$C(1,2) = 0;$$

$$C(1,3) = (-6 * m_2 / (5 * L_2)) * q_{3p};$$

$$C(2,1) = 0;$$

$$C(2,2) = c_2;$$

$$C(2,3) = 0;$$

$$C(3,1) = 0;$$

$$C(3,2) = 0;$$

$$C(3,3) = c_3 + (36 * m_2 / (25 * L_2^2)) * q_3 * q_{3p};$$

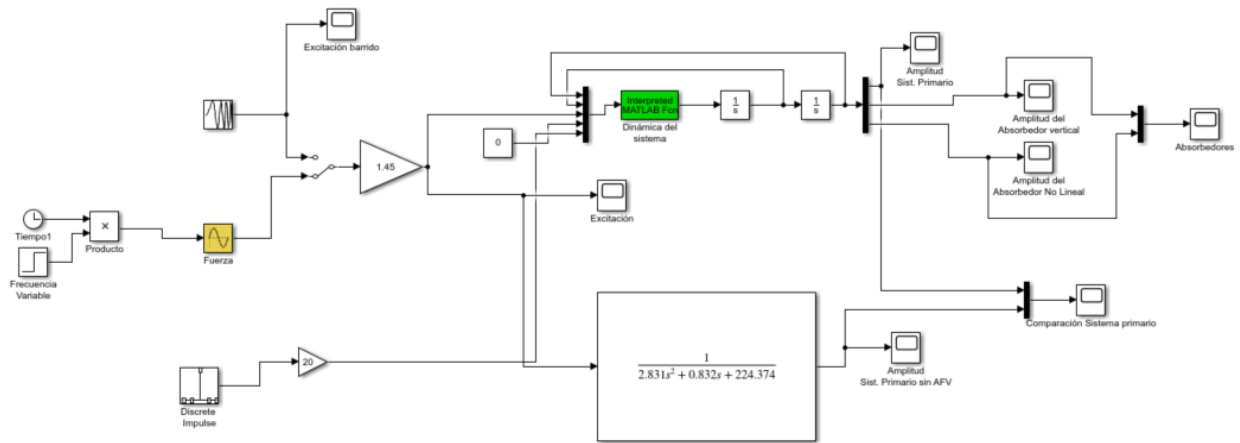
$$G(1,1) = k_{eq} * q_1;$$

$$G(2,1) = ((3 * EI / L_1^3) - (6 * m_1 * g / (5 * L_1))) * q_2;$$

$$G(3,1) = (3 * EI / L_2^3) * q_3;$$

$$Q_{pp} = M \backslash (TAU - C * Q_p - G);$$

CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES EN UNA ESTRUCTURA TIPO EDIFICIO UTILIZANDO MULTIPLES ABSORBEDORES FLEXIBLES



Representación del modelo dinámico en Simulink.