

Pachuca, Hidalgo, **13/Septiembre/2023**
OFICIO No. DEPI-00200-23

**C. ING. Gilberto Samperio Islas
PRESENTE**

La que suscribe, jefa de la División de Estudios de Posgrado e Investigación, le comunica que los miembros de la Comisión Revisora, designada por el Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica para examinar su Tesis:

Diseño de un triciclo biplaza eléctrico para movilidad
urbana

se han reunido, y después de intercambiar opiniones manifiestan su aprobación de la Tesis, en virtud que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes y, en consecuencia, se autoriza su impresión.

Sin otro particular por el momento, quedo de Usted.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica

"El Hombre Alimenta el Ingenio en Contacto con la Ciencia" ®


M. A. C. ELODIA CLAUDIA GUERRERO ORTIZ
JEFA DE LA DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

C.p. Archivo
ECCO/LMPP



DISEÑO DE UN TRICICLO BIPLAZA ELÉCTRICO PARA MOVILIDAD URBANA

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA
QUE PRESENTA:

ING. GILBERTO SAMPERIO ISLAS

DIRECTOR:

DR. LUIS MANUEL PALACIOS PINEDA

SINODALES:

DR. MARIO EMIGDIO RODRIGUEZ C.

DR. IGNACIO RAMÍREZ V.

Pachuca de Soto, Hidalgo, septiembre del 2023

90 páginas.



Carretera México – Pachuca Km. 87.5, Col. Venta Prieta C.P. 42083 Pachuca de Soto, Hidalgo.
Tels. 771 7113073, 771 7113596, 771 7113140, 771 7115119 y 771 7113399
e-mail: depi@pachuca.tecnm.mx | tecnm.mx



Agradecimiento:

Al sistema de becas del CONACYT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología), cuyo subsidio económico me permitió enfocarme en la realización de esta tesis orientada hacia la consecución de una alternativa de movilidad urbana accesible y de bajo impacto ambiental.

Contenido

LISTA DE TABLAS.....	5
LISTA DE FIGURAS	6
Resumen.....	10
ABSTRACT	10
1. Introducción y marco teórico	11
1.1. Introducción	11
1.2. Antecedentes	12
1.2.1 La diáspora	13
1.2.2 La nueva ola	16
1.3 Marco Teórico.....	18
1.3.1 Movilidad urbana	18
1.3.2 Electrificación	18
1.3.3 Triciclo	18
1.3.4 Diseño y construcción de un vehículo ligero	19
1.3.5 Cambio climático	19
1.3.6 Gases Efecto Invernadero (GEI)	20
1.3.7 Pacto Verde Europeo.....	20
1.3.8 Reunión COP26 Glasgow	20
1.3.9 Microfábricas	20
1.4 Métodos de ingeniería de diseño por Nigel Cross.....	21
1.4.1 Definición de los objetivos generales.....	21
1.5 Propuesta conceptual.....	29
2. Análisis dinámico.....	30
2.1 Aceleración desde cero.....	32
2.1.1 Programa en MatLab de la primera matriz.....	34
2.2 Aceleración a 0.3 g.....	36
2.2.1 Programa en MatLab de la segunda matriz (acel. a 0.3 g).	37
2.3 Aceleración con par de 260 Nm.....	38
2.3.1 Programa en MatLab de la tercera matriz (par-motor = 260 Nm).	39
2.4 Frenada.....	41
2.4.1 Programa en MatLab de la cuarta matriz (frenada = -0.8 g).	42
2.5 Aceleración en pendiente.	44
2.5.1 Programa en MatLab de la primera matriz del triciclo en pendiente de 28°.	48

2.6 Aceleración en pendiente con par de 260 Nm.....	50
2.6.1 Programa en MatLab de la segunda matriz en pendiente de 28° con par de 260 Nm.....	51
3. Análisis de la suspensión.....	54
3.1 Programación en MatLab del modelo vibratorio de tres masas.	57
3.1.1 Subrutina para el cálculo de las fuerzas.	57
3.1.2 Rutina para las gráficas del modelo vibratorio.....	58
4. Giro plano.....	60
4.1 Límite o riesgo de volcadura.....	63
5. Análisis de esfuerzos.....	68
5.1 Primeros resultados	69
6. Chasis para triciclo biplaza eléctrico.....	79
6.1 Otros aportes	81
6.2 El montaje	82
Conclusiones	84
Referencias.....	86

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Requisitos del desempeño. Página 22.

Tabla 2. Atributos versus características. Página 23.

Tabla 3. Cada función, sus medios. Página 24.

Tabla 4. Combinaciones factibles de sub-soluciones. Página 25.

Tabla 5. Jerarquización de objetivos. Página 26.

Tabla 6. Valores relativos de cada alternativa. Página 27.

Tabla 7. Relación de velocidades mínimas y radios de curvas circulares simples. Página 53.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Collage de diversos vehículos eléctricos: Bicicleta Pedego, motoneta AR, Renault Twizy, Toyota i-road. Página 11.

Figura 2. Recreación del triciclo de Nicholas Cugnot (1796). Tecnología del Automóvil, Retromobile 2011. Exhibición de coches clásicos y antiguos, Francia. Página 12.

Figura 3. Primer ejemplar del Motorenwagen de Karl Benz (1885). www.mercedes-benz.com/en/classic/history/benz-patent-motor-car/. Página 13.

Figura 4. Triciclo Morgan Threewheeler (2010). www.morgan-motors.com. Pág. 14.

Figura 5. Triciclo Mototri Contal (1907). www.autopasion18.com/HISTORIA-MOTOTRI.com/CONTAL.htm. Página 14.

Figura 6. Un autorickshaw (tuk-tuk), en exhibición en Estados Unidos (2010). Página 15.

Figura 7. Un triciclo restaurado del Reliant Van (1947). www.reliant.website. Página 15.

Figura 8. Una variante de carga del Reliant Robin (1975). www.reliant.website. Página 15.

Figura 9. Un MS K200 de 1950 (restaurado). Wikipedia.org/Messerschmitt KR200. Página 16.

Figura 10. Minicoche de los años cincuenta, un BMW Isetta. www.bmw.com/en/automotive-life/history-BMW-isetta.html. Página 16.

Figura 11. Grinnall Scorpion (1990). www.grinnallcars.com Página 16.

Figura 12. Campagna T-Rex (1998). www.campagna-motors.com. Página 16.

Figura 13. Collage de triciclos posmodernos. . (1) Aptera Motors; (2) Sondors EV; (3) Meccanica Solo; (4) Vanderhall Venice. Página 17.

Figura 14. Árbol de objetivos para la conceptualización del diseño del triciclo urbano eléctrico. Página 22.

Figura 15. Definición de caja negra para las funciones y subfunciones del diseño del triciclo urbano eléctrico. Página 23.

Figura 16. Boceto conceptual del triciclo. Página 29.

Figura 17. Primer planteamiento analítico del triciclo. Página 30.

Figura 18. Desarrollo de las ecuaciones para las ruedas delanteras (2). Página 30.

Figura 19. Desarrollo de las ecuaciones de la rueda trasera (1). Página 31.

Figura 20. Desarrollo de las ecuaciones inherentes al chasis. Página 31.

Figura 21. Las equivalencias cinemáticas de cada elemento. Página 31.

Figura 22. En estas gráficas se representa la influencia de μ (coef. fricción,) en el patinamiento (a), en el par-motor (b) y las componentes en el eje y generadas durante el patinamiento de la rueda impulsora (c). En

el primer caso (a), se nota que entre menor sea μ , mayor será el tiempo de patinamiento. Para el segundo caso (b), se requiere mayor par entre más alto sea μ . Y en el tercer caso (c), las fuerzas en vertical apenas varían un poco respecto al valor de μ . Página 35.

Figura 23. La influencia creciente de la masa bajo una aceleración de 0.3 g confirma la posibilidad del par-motor de 260 Nm (a), que concede un mejor desempeño. Mientras, las fuerzas en el eje y generadas bajo esa aceleración también confirman un buen resultado, sobre todo la fuerza vertical en eje B (b). Pág. 38.

Figura 24. Se aprecia la influencia de la masa en la aceleración con un par de 260 Nm (a), así como su repercusión en el tiempo necesario para alcanzar los 80 km/h -22.2 m/s- (b) y las componentes en el eje y generadas durante esta aceleración (c). Nuevamente, la mayor carga vertical ocurre en el eje B, y se confirma la buena elección de este motor compacto que ofrece de un desempeño muy competente. Página 41.

Figura 25. El par necesario para lograr la deceleración de 0.8 g es sensiblemente grande; su valor negativo apunta a una fuerza contraria al impulso que presume el triciclo al momento de la frenada (a). Las fuerzas en el eje y generadas durante la frenada son notables (b) y la comprobación de las fuerzas horizontales es curiosa porque en el eje A luce constante mientras para el eje B hay una pendiente notoria (c). Página 44.

Figura 26. Análisis de fuerzas en pendiente de las ruedas del triciclo ($\theta \approx 6^\circ$). Página 44.

Figura 27. Segundo análisis de fuerzas para pendiente máxima de 28° . Página 46.

Figura 28. Segundo análisis de la rueda A en pendiente de 28° . Página 46.

Figura 29. Analítica de la segunda rueda para pendiente de 28° . Página 46.

Figura 30. Segunda ponderación del chasis para una pendiente de 28° . Página 47.

Figura 31. Equivalencias cinemáticas del triciclo en pendiente. Página 47.

Figura 32. Contra lo esperado, el triciclo responde mejor en la rampa que en plano (a), posiblemente al hecho de que el peso se concentra en la rueda B, lo que incrementa su tracción y mejora su tiempo al acelerar. Ello también se refleja en un menor par-motor para el arranque (b), mientras las reacciones en el segundo eje sólo disminuyen un poco (c). Página 50.

Figura 33. De nueva cuenta el triciclo acelera mejor, según estos cálculos, que en plano. La mayor concentración de la masa hacia el segundo eje favorece el mejor tiempo de aceleración (a). En consecuencia, el tiempo teórico para alcanzar la velocidad máxima (80 km/h), también se reduce por esta peculiaridad, que extrae el mayor potencial del par-motor (b). Obviamente, la reacción en el eje vertical de la rueda B es notoriamente más alta, dada la ventaja de la pendiente para el caso de aceleración (c). Página 53.

Figura 34. Modelo vibratorio del triciclo, con tres masas y cuatro grados de libertad. Pág. 54.

Figura 35. Dados los valores de las constantes conocidas, se pudo determinar que el modelo vibratorio tiende a lucir sobreamortiguado en las masas 1 (a) y en la vibración determinada por θ (d). En contraste, las masas 2 (b) y 3 (c), acusan sendas vibraciones ligeramente más prolongadas, aunque nada fuera de lo esperado pues en menos de 3 segundos califican a cero. Estos resultados nos dan oportunidad para jugar con otros valores tanto de amortiguación como de rigidez de la suspensión inicialmente propuesta. Página 59.

Figura 36. Análisis dinámico del triciclo en curva. Página 60.

Figura 37. Análisis lateral para determinar el límite de volcadura en curva. Página 63.

Figura 38. Determinación vectorial de la aceleración máxima en el eje z. Página 65.

Figura 39. Boceto preliminar del chasis rodante. Página 69.

Figura 40. Geometría final del chasis analizado (Parasolid). Página 69.

Figura 41. Boceto parcial de la suspensión delantera (SolidWorks). Página 70.

Figura 42. Esfuerzo Von-Mises del soporte A. Página 70.

Figura 43. Deformación en el extremo del soporte A. Página 70.

Figura 44. Detalle del soporte bajo carga de 2 kN. Página 71.

Figura 45. Valoración del arco contra vuelcos (*roll-bar*), con carga máxima de 11.77 kN. Página 72.

Figura 46. Deformación del *roll-bar* bajo carga de 11.7 kN junto a la deformación del poste A bajo carga de 2 kN. Página 72.

Figura 47. Detalle de la deformación del *roll-bar* bajo carga de 11.7 kN. Página 73.

Figura 48. Deformación por pandeo del *roll-bar* sometido a carga de 11.7 kN. Página 73.

Figura 49. Combinación de esfuerzos en los soportes A (carga de 2.0 kN) y el arco contra vuelcos (carga 11.7 kN). Página 74.

Figura 50. Bajo una carga de 8.6 kN el esfuerzo longitudinal sólo afectó el soporte A del asiento. Su resultado fue de 7.2 MPa. Página 74.

Figura 51. En cuanto a la deformación de la viga bajo la carga de 8.6 kN, fue muy reducida. Página 75.

Figura 52. El esfuerzo de la barra es satisfactorio con un valor de casi 11 MPa. Página 75.

Fig. 53. La deformación máxima también quedó dentro los parámetros de seguridad esperados. Página 76

Figura 54. Con poco más de un milímetro de deformación, el soporte A cumple con el diseño. Pág. 76.

Figura 55. Pese la distorsión exagerada de la simulación, el esfuerzo máximo en los pivotes de la suspensión fue de 9.7 MPa (a). La deformación de la suspensión también es inferior al milímetro (b). Página 77.

Fig. 56. Análisis del esfuerzo en el eje de articulación de la suspensión trasera. Su valor de 16.1 MPa luce competente (a). Y la deformación es muy reducida, pese la distorsión exagerada de ANSYS (b). Página 77.

Figura 57. Boceto del conjunto resorte amortiguador. Página 78.

Figura 58. La protección para pies (a) y los laterales (b), se proponen en materiales ligeros y resistentes a los impactos, como acero inoxidable, poliestireno o polímero D30. El parachoque (c), debe ser elaborado en poliestireno de alta densidad o espuma de aluminio. Página 78.

Figura 59. El diseño de la suspensión delantera obligó a crear triángulos de longitud apenas diferente, ($a > b$), pero suficiente para obtener una geometría válida para el triciclo. Página 79.

Figura 60. Los brazos de la suspensión trasera son más simples pero robustos. Página 80.

Figura 61. El soporte superior de la suspensión trasera fue concebido como una sola placa (a), con dobleces relativamente sencillos de fabricar (b). Página 80.

Figura 62. Las barras contra vuelco (roll-bar), apunta a ser largas pero robustas, para ofrecer una muy buena protección a los ocupantes del triciclo. (a) Roll-bar principal, (b) mini roll-bar. Página 81.

Figura 63. La mangueta (a), las ruedas (b) y el asiento (c), son bocetos gratuitos de GrabCAD. Página 81.

Figura 64. El ensamble del triciclo se ha pospuesto por la falta de piezas más fidedignas al concepto funcional del triciclo. Las manguetas y los amortiguadores tienen que trabajarse más. Página 82.

Figura 65. Bocetos que sugieren una forma final del triciclo. Página 83.

Figura 66. Maqueta a escala 1:10 del triciclo de chasis de espina dorsal. La bicicleta también presume una escala 1:10, lo que ilustra el potencial de esta propuesta. Página 83.

Resumen

Una posibilidad recientemente reavivada es la oferta de triciclos de propulsión eléctrica, que parte desde la adaptación de propulsores eléctricos en vehículos de baja volumen como bicicletas y motocicletas pasando por la reconfiguración del automóvil común hacia un vehículo de tres ruedas, hasta cerrar con una reducida oferta de triciclos desarrollados con la más reciente tecnología enfocada en la maximización del recurso energético contenido en baterías avanzadas y motores eléctricos de alta eficiencia.

En el presente trabajo se utilizaron los recursos de diseño ampliamente difundidos para consolidar una alternativa accesible y de fácil producción. Por esta razón, se probó con un bastidor de espina dorsal (backbone chasis), que simplifica el diseño y reduce los posibles costos de fabricación. Durante el análisis de la propuesta, se apreció que la solución de un chasis de viga central resulta muy probable en el marco de los parámetros establecidos.

Palabras Clave: Triciclos eléctricos, movilidad urbana, propulsión eléctrica.

ABSTRACT

The last revival on personal mobility is the presence of threewheelers powered by electricity. This revolution started with electric motor on lightweight vehicles like bicycles and motorcycles, passing to the reconfiguration of normal cars onto a three wheels vehicle, closing the gap with the last offer of three wheelers (trikes), made it with ultimate technology of batteries and the use of electric motors of high efficiency.

At present work, we used the last resources of CAE to create a low-cost trike that was easy to manufacture. By this reason, we tested a backbone chasis for their simplicity on production and low cost of manufacture. Therefore, it was highly possible to make on any industrial shop and we find out a reliable and very attractive vehicle of three wheels to produce.

Keywords: Electric three Wheelers, urban mobility, electric mobility.

1. Introducción y marco teórico

1.1. Introducción

Debido al creciente interés por la movilidad eléctrica, surgen nuevas ideas sobre la motorización de vehículos de uso urbano. Entre las primeras propuestas de bajo impacto ambiental figuran las bicicletas y motonetas eléctricas. Luego continúan los automóviles de serie que han sido adaptados a la nueva tecnología de electrificación. Por esta razón, han surgido en la última década oferta de triciclos motorizados por vía eléctrica.



Figura 1. La oferta de vehículos eléctricos ha crecido notoriamente en la última década. Desde bicicletas y motonetas (fotos superiores), hasta propuestas ligeras como el Renault Twizy (foto inferior izquierda) o el Toyota i-road (imagen inferior derecha).

El presente trabajo apunta por la creación de un chasis de viga central que sirva como soporte principal de una propuesta sencilla tanto en su elaboración como en su operación, de un triciclo biplaza de propulsión eléctrica. Lo cual explica una simplificación en términos constructivos, aunque no por ello menos exigente en función de satisfacer normas mínimas tanto de seguridad como de diseño.

1.2. Antecedentes

En los inicios de la motorización urbana, cuando la revolución industrial ya se había establecido de manera definitiva, surgieron ideas e inventos que buscaban extender las cualidades dinámicas de las máquinas productoras de las entonces incipientes y enormes fábricas, hacia vehículos de corte personal que extendieran las capacidades sociales y comerciales de la humanidad.

Fue durante aquellos primeros años que la inventiva estaba a la vuelta de cualquier taller donde hubiera herramientas, conocimiento técnico desarrollado, principios metodológicos claros y, sobre todo, mucho espíritu emprendedor.

La creación de una máquina autopropulsada que incrementara las posibilidades viajeras y comerciales del hombre siempre ha figurado entre los sueños más profundos de los visionarios de cada sociedad en todas las épocas.

Sin embargo, hasta que la creatividad e ingenio de muchos precursores de la técnica permitieran la fabricación consistente y confiable de pequeños ingenios que erogaran suficiente fuerza para impulsar a esas primeras propuestas de movilidad personal, fue que empezaron a concretarse esas posibilidades de manera realista.

Uno de los primeros casos fue la creación del mismo automóvil. A pesar de que hubo intentos curiosos como el triciclo a vapor de Nicholas Joseph Cugnot (1769) [1], cuyo propulsor térmico era una enorme caldera a vapor que apenas concedía una movilidad mínima, la escasa tecnología no permitía más desarrollos prácticos. De hecho, no pasó de ser un simple experimento, sin éxito fabril. Pero marcó la pauta de lo que ocurriría a finales del siglo XIX cuando un tenaz Karl Benz soñaba con fabricar un transporte personal realmente autónomo.

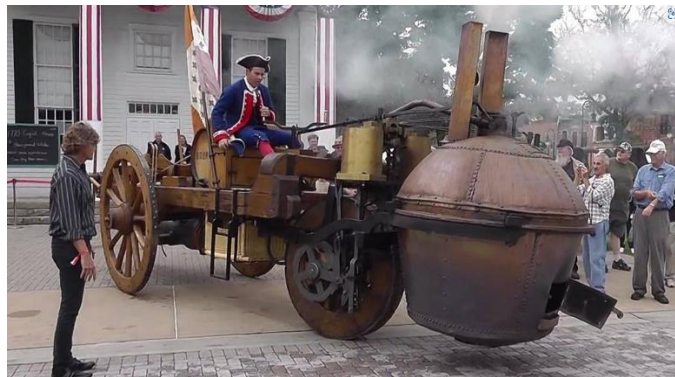


Figura 2.- Recreación del triciclo de Nicholas Cugnot (1769).

En 1885, Karl Benz logró su objetivo tras varios intentos y fracasos, cuando consiguió que su ingenio endotérmico fuese confiable y funcionara con un combustible entonces novedoso: la gasolina. Curiosamente, quizá movido por mantener al mínimo la complicación mecánica y técnica de su invento, el primer vehículo práctico de Karl Benz, el Motorenwagen [2], fue un triciclo. Su disposición era 1F2R, (una rueda al frente -forward-, dos ruedas atrás -rear-), lo que apuntaba por un diseño práctico y simple, pues el motor térmico se hallaba justo detrás de los asientos concebidos para el conductor y un par de pasajeros a sus costados.

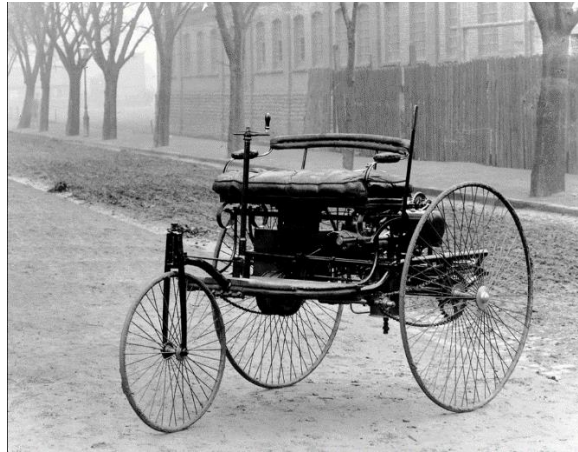


Figura 3. Primer ejemplar del Motorenwagen de Karl Benz (1885).

Mientras, la rueda delantera era fácil de operar, por lo que no requería un mecanismo muy elaborado. En suma, una joya de ingeniería si miramos las condiciones en que fue desarrollado.

1.2.1 La diáspora

Desde entonces, la carrera por la motorización tuvo una amplia repercusión en todas las sociedades dondequiera que existiese una planta industrial. Claro que la convergencia hacia las cuatro ruedas era inevitable, si se toma en consideración las necesidades de un adecuado espacio tanto de carga como la comodidad de los pasajeros, sin dejar de lado la seguridad necesaria para que esta propuesta fuese viable en el largo plazo.

A pesar de que la oferta de los vehículos se extendió de manera casi inevitable hacia los vehículos de cuatro ruedas, hubo firmas que apostaron por las tres ruedas, ya sea por razones económicas -menor costo de producción-, como por una filosofía de ligereza y simplicidad que sólo determinados entusiastas de la movilidad ágil podrían apreciar.

Para 1910, la firma británica Morgan presentaba su icónico triciclo (Three Wheeler) [3], como una opción de bajo costo, accesible a una entonces creciente clase trabajadora que gustaba de los viajes recreativos el fin de semana.



Figura 4. Triciclo Morgan Threewheeler (2010).

Claro es que hubo un par de antecedentes como el triciclo de Mototri Contal [4], que participó en la carrera de resistencia de París-Pekin de 1907. Su propuesta era muy arriesgada en términos de seguridad, pero logró finalizar una de las primeras pruebas velocistas de aquellos años locos.



Figura 5. Triciclo Mototri Contal (1907).

Dada la influencia del imperio británico a finales del siglo XIX, la expansión del triciclo como medio barato de transporte alcanzó regiones como el sureste de Asia. Concretamente en la India, en aquellos días una colonia muy aquilatada por el reino anglosajón, en la cual empezó a disponer de triciclos motorizados muy sencillos que recibían el nombre de Auto Rickshaw (Tuk-Tuk) [5]. Curiosamente, esa premisa de movilidad también se transfirió a países como Tailandia, Singapur e incluso países de fundación socialista como Vietnam.



Figura 6. Un autorickshaw (tuk-tuk), en exhibición en Estados Unidos (2010).

Con el transcurrir de los años, los triciclos dejaron de existir en sus países originarios como una alternativa real de transporte. Sólo en los países satélites de aquel imperio inglés prevalecieron por razones de bajo costo y utilidad mínima.

Sin embargo, en el Reino Unido, por incentivos fiscales y de cierto apoyo a la industria local, se permitió la producción y comercialización de triciclos de uso ciudadano a mediados del siglo XX. Una de las pocas marcas que presumió una larga vida fue Reliant [6]. Su primer triciclo se llamaba Mini-Lorrie, lanzado comercialmente en 1935. Le siguieron ejemplares de carácter laboral como la Reliant Van. Curiosamente, uno de los pocos éxitos comerciales fue el Robin, cuya producción arrancó en 1973 y terminó en 2002, prácticamente al mismo tiempo que la firma cerraba operaciones. Su alcance estaba limitado a la Gran Isla por razones legislativas.



(7)



(8)

Fig. 7. Un triciclo restaurado del Reliant Van (1947). Fig. 8. Variante de carga del Reliant Robin (1975).

Hubo ofertas similares de promover el triciclo como posibilidad viajera ciudadana, sobre todo después de la Segunda Guerra Mundial. Uno de los casos más interesantes fue el nacimiento de los llamados coches burbuja (bubble-cars), porque se aprovechaban las carlingas y materiales de los viejos aviones de guerra para crear pequeños triciclos de configuración 2F1R (dos ruedas adelante

-forward-, una atrás -rear-), cuya propulsión corría por cuenta de pequeños motores de dos tiempos. De los mejores ejemplares de esta era figuran el Messerschmitt K200 [7] y el BMW Isetta. [8]



(9)



(10)

Fig. 9. Un MS K200 de 1950 (restaurado).

Fig. 10. Minicoche de los años cincuenta, un BMW Isetta.

Con la normalización de la economía para la década de los años sesenta, la presencia de los triciclos motorizados cayó prácticamente a términos anecdóticos. Ello debido en buena medida por la practicidad del automóvil común, ya enraizada seriamente en la mentalidad de los compradores y usuarios de mediados del siglo pasado, así como la gran infraestructura disponible para la expedición de combustible, puntos que eran difíciles de superar.

No obstante, en la década de los años noventa hubo un renacimiento muy curioso del triciclo a motor. En buena medida, orientado hacia los amantes de la conducción divertida, de corte deportivo, pero sin el considerable costo de un auto de similar intención.

Un par de esos ejemplares es el Campagna T-Rex (1988) [9] y el Grinall Scorpion (1992) [10]. Ambos disponían de un chasis tubular y propulsores derivados de motocicletas de gran potencia.



(11)



(12)

Figura 11. Grinall Scorpion (1990).

Figura 12. Campagna T-Rex (1998).

1.2.2 La nueva ola

Con el advenimiento de la electrificación de la movilidad urbana a principios de este siglo (2001-2010), cuyo alcance abarca desde los simples patinetes y bicicletas hasta la construcción de autobuses y vehículos de carga, hubo una verdadera oleada de opciones de movilidad personal y sobre todo, de carácter ciudadano.

Basados tanto en propulsión térmica como eléctrica pura, figuran triciclos como el Carver (2007), Arcimoto SRK (2011), Vanderhall (2013), Polaris Slingshot (2014), Meccanica Solo (2018), Nobe (2018), Aptera (2019), Sondors EV (2019), Daymak Spiritus (2021) y Ako Trike (2021).



Figura 1.



Figura 2.



Figura 3.



Figura 4.

Figura 13. (1) Aptera Motors; (2) Sondors EV; (3) Meccanica Solo; (4) Vanderhall Venice.

Entre ellos sobresale la propuesta de Aptera [11], porque es un proyecto realizado en fibra de carbono y subarmazones de aluminio, a cuya ligereza intencional se suma un cuidadoso estudio aerodinámico que logra uno de los coeficientes C_x más bajos de cualquier vehículo de corte personal: 0.13. Además, sus promotores alegan una autonomía máxima posible de 1,600 km (1,000 millas), gracias a baterías de última generación. Incluso puede pedirse con paneles solares para recargarlo a la intemperie, lo que reduce sensiblemente la dependencia de un cargador casero.

El resto de los nuevos fabricantes se apoyan tanto en técnicas artesanales y bajo volumen (chasis tubular) como en bastidor monocasco de acero estampado (similar al usado por la industria del automóvil en gran volumen), cualidad aprovechada para instalar motores de serie (v.g. Vanderhall).

Por esta variedad de métodos productivos y dada la tendencia hacia la electrificación en los mercados mundiales, surge esa oportunidad de que existan más propuestas de un carácter netamente urbano, máxime si consideramos la mayor confluencia de las sociedades de estos tiempos a convivir en áreas predominantemente urbanizadas.

1.3 Marco Teórico

1.3.1 Movilidad urbana

En los grandes núcleos urbanos, sus habitantes requieren desplazamientos de considerable distancia, lo cual ha ganado una gran relevancia en las décadas recientes. No todos los puntos son alcanzables a pie o mediante transporte público. Por eso, el vehículo personal mantiene su importancia, aunque sea de alquiler o de uso temporal dado que todavía se valora notoriamente la actividad presencial tanto en términos laborales como en circunstancias recreativas. La movilidad de sus nativos y foráneos es el pulso vivo de una ciudad.

1.3.2 Electrificación

Acción de modificar ya sea parcial o completamente la propulsión térmica de un vehículo por un tren motor eléctrico, tanto a manera de suplemento de energía como eje principal de propulsión. Hoy es una tendencia al alza entre los productores de automóviles, lo que también ha propiciado nuevas incursiones por parte de fabricantes independientes o de menor talla.

Existen varias maneras de conseguirlo, siendo la más socorrida por los grandes grupos de autoconstructores, el uso de un sistema eléctrico que imite o aproveche las arquitecturas ya existentes de sus propios automóviles. Por esa razón resulta normal que los coches eléctricos de las grandes firmas conserven el principio de uno o dos motores centrales, de los cuales se envía la fuerza mediante los tradicionales ejes de fuerza o flechas.

Sin embargo, esta situación que da sustento a los actuales sistemas de producción y gestión de las grandes compañías no aprovecha las ventajas de la compacidad del tren motor eléctrico. Además, esta estrategia incrementa seriamente la masa de las baterías por las mermas inherentes del fluido eléctrico, así como la persistencia en las arquitecturas concebidas para propulsores térmicos.

Algunos de los innovadores recientes como Aptera apuntan en una dirección más eficiente, al utilizar motores en las ruedas (*In-wheel motor*), lo que reduce notablemente el espacio usado para los mecanismos de transmisión de fuerza, dejando ese valioso volumen para las baterías o carga.

1.3.3 Triciclo

Vehículo de tres ruedas cuya sencillez de construcción lo limita al campo de las motocicletas en términos prácticos. Por lo tanto, queda libre de las exigencias de protección aplicadas a los automóviles de producción seriada en países de legislaciones bien definidas [12, 13]. Su disposición de ruedas puede ser dos adelante una atrás (2F1R), también llamada *reverse-trike* (triciclo en reverso) o *tadpole* (renacuajo). La segunda disposición es de una rueda adelante y dos

atrás (1F2R), conocida también como posición delta [14]. Hoy, por su menor masa y fabricación económica, figura como una opción en la electrificación de los vehículos personales en el mundo.

Basta apreciar la diáspora de nuevos creativos y proyectistas en este renacido rubro de vehículos personales. En buena medida su expansión tiene lugar por la facilidad de utilizar el motor eléctrico en sistemas de transmisión de fuerza más simplificados, así como la nueva tecnología de baterías que permite menores masas a cambio de mayores capacidades de almacenaje de fluido eléctrico.

1.3.4 Diseño y construcción de un vehículo ligero

Una de las premisas en la construcción de un vehículo ligero es que pueda ser usado por una gran variedad de personas. Uno de los diseños más interesantes de cara a la movilidad urbana es el triciclo, no sólo por su singular diseño, sino porque figura entre los bordes creativos y constructivos de una motocicleta y el automóvil común.

Encarnado como una alternativa a las exigencias de tamaño y demanda de recursos del típico automóvil, un triciclo motorizado ofrece opciones de movilidad urbana más sensatas en varios aspectos como el tema de las emisiones de gases de invernadero (GEI), o el menor espacio que requiere frente al demandado por un auto común. En suma, el diseño de un triciclo siempre ha figurado como una posibilidad creativa cuya importancia ha crecido mucho en esta última década.

Prueba de ello son los triciclos que firmas fabricantes de motocicletas han ofertado en la década reciente [15]. No es que las dos ruedas pierdan mercado, sino que la creciente urbanización ha obligado a considerar alternativas más seguras de movilidad a baja velocidad y el triciclo observa esa cualidad de manera natural.

Además, la arquitectura del triciclo todavía concede licencia imaginativa, máxime si consideramos la libertad constructiva que aporta el actual fervor por la electrificación a nivel mundial.

1.3.5 Cambio climático

Asentado en el quinto informe del IPCC (Panel Intergubernamental de la ONU sobre el Cambio Climático), en septiembre del 2021 [16], se confirma oficialmente el ascenso de la temperatura en 1.5°C (2°F), a nivel global en los últimos años. En consecuencia, la preocupación por reducir las emisiones contaminantes de todas las fuentes posibles ha reforzado las nuevas políticas que destierran en el largo plazo la utilización de motores térmicos, dando oportunidad y estímulo a la electrificación total del parque vehicular en el futuro próximo [17].

Desafortunadamente, no todos los gobiernos y entidades involucradas al tema demuestran un genuino interés en contrarrestar estos efectos, porque golpearía seriamente a industrias bien establecidas y generadores de recursos como la rama automotriz. Pero hay oportunidad para nuevas propuestas y negocios relacionados con la reducción de emisiones contaminantes.

1.3.6 Gases Efecto Invernadero (GEI)

Conformados en su mayor parte por CO₂, son resultado del uso extendido de combustibles fósiles y principales responsables del aumento de temperatura global, lo que confirma un inminente cambio climático que puede amenazar la existencia de la humanidad como la conocemos.

1.3.7 Pacto Verde Europeo

Es un programa esbozado por el parlamento europeo cuya meta lograr es que Europa sea el primer continente neutro en emisiones para el año 2050 [18]. Su promesa es impulsar a la industria hacia nuevos estándares de sustentabilidad y entre sus primeras políticas figura la prohibición de automotores con propulsión térmica (que consuman combustibles fósiles), para el 2035.

Dicha estrategia ha sido replicada parcialmente por otras entidades, como los estados norteamericanos de California y Nueva York, que también están en el proceso de establecer esta nueva exigencia que descartaría el uso y venta de vehículos a propulsión térmica.

1.3.8 Reunión COP26 Glasgow

Desarrollada en noviembre de 2021, esta cumbre de naciones nació a consecuencia de los resultados del quinto informe del IPCC (septiembre 2021). Es la ratificación del compromiso de varios países y empresas en la reducción y eliminación de los combustibles fósiles tanto para la movilidad como para la generación de energía eléctrica.

1.3.9 Microfábricas

Encuadradas dentro de la llamada Cuarta Revolución Industrial, ha surgido esta propuesta de pequeñas unidades de producción que puede solventar necesidades regionales sin recurrir a enormes instalaciones fabriles y, al mismo tiempo, reducir sus costos y emisiones contaminantes con el fin de satisfacer las exigencias ecológicas del futuro inmediato. Gracias a la innovación tecnológica en términos computacionales y los inminentes sistemas de comunicación de quinta generación, el concepto de microfábricas gana terreno pues su versatilidad también impulsa a la pequeña y mediana empresa para lograr mejores resultados tanto en lo económico como en lo ambiental.

Una de esas opciones fabriles podría ser la fabricación de triciclos y vehículos urbanos eléctricos de tamaño reducido -miniEV-, que puede significar una alternativa accesible y de bajo impacto ambiental en los numerosos núcleos urbanos del mundo actual.

1.4 Métodos de ingeniería de diseño por Nigel Cross.

El material inicial propuesto es acero común, de buen grado de resistencia como lo es el A36 o un equivalente de uso generalizado en la industria y el comercio. Tras la consideración de varias soluciones prácticas, se eligió la de viga central por su gran simplicidad tanto de fabricación como de análisis numérico. Esta viga central puede elaborarse a partir de una placa de acero estructural (A36), de medidas 3000 x 1200 mm (10' x 4'), con un espesor inicial de 3 mm (1/8"); todas son dimensiones comerciales. El resto de los materiales proviene de tubería de acero estructural también normalizado (tubos de 25 mm (1"), 32 mm (1-1/4"), ejes de 25 mm (1")).

La intención es crear una propuesta fácil de construir, con materiales comunes ampliamente disponibles. Mientras, la metodología funcional es completamente digital, porque se trata de una propuesta de diseño experimental que busca ofrecer una alternativa a los actuales vehículos de movilidad personal. Sin embargo, por razones inherentes a la filosofía de diseño escolarizado, resulta obligado realizar un análisis matemático de las cualidades cinemáticas de esta propuesta de movilidad personal urbana.

En un inicio, se recurre a las estrategias de diseño conceptual, donde se reúnen las cualidades y posibles características de la presente propuesta.

En este sentido, la base teórica de Nigel Cross establecida en su libro *Engineering Design Methods* [19], figura como la base para definir de manera analítica y objetiva los criterios para el posterior diseño definido del proyecto aquí mostrado.

1.4.1 Definición de los objetivos generales

A.- Construcción.

- Vehículo ligero.
- Fácil de fabricar.
- Uso de materiales accesibles.
- Carga útil de 200 kg.

B.- Seguridad.

- Protección al ambiente.
- Soporte contra vuelcos.
- Soporte contra impactos.

C.- Uso.

- Urbano.
- Para dos personas.
- Fácil de conducir.

D.- Motor.

- Propulsión eléctrica.
- Tracción trasera.
- Baterías ocultas.

Luego se dibujó un árbol de objetivos, que muestra las relaciones jerárquicas y sus interconexiones.

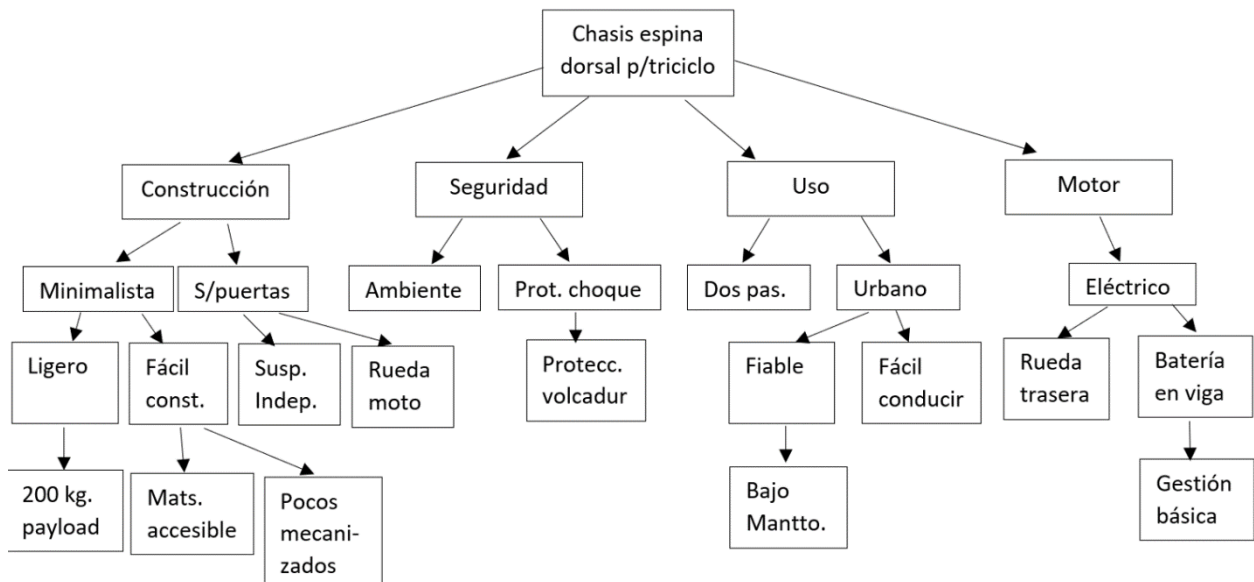


Figura 14. Árbol de objetivos para la conceptualización del diseño del triciclo urbano eléctrico.

Posteriormente, se establecieron las funciones mediante el concepto de caja negra, así como las subfunciones...

Crear una caja negra.

Inputs: - Ligero. - Fácil de fabricar. - Eléctrico.	Chasis de espina dorsal para un triciclo eléctrico de uso urbano.	Outputs: - Bastidor confiable. - Fácil de manejar.
---	--	---

Subfunciones.

1. Dimensionar chasis.
2. Seleccionar material estándar.
3. Determinar apoyos de asientos.
4. Determinar apoyos suspensión.
5. Estimar espacio dirección.
6. Estimar soporte volante.
7. Estimar soporte pedales.
8. Crash box.
9. Estimar roll-bar.

Figura 15. Definición de caja negra para las funciones y subfunciones del del triciclo urbano eléctrico.

A esta altura, se procedió al establecimiento de requisitos mediante el método de la especificación del desempeño, iniciando con el nivel general al cual se operará:

"La propuesta del triciclo eléctrico apunta por la movilidad personal de un trabajador urbano de clase media, que fuese usuario de motocicleta o bicicleta común, y quisiera evolucionar hacia un transporte más cómodo y seguro, pero no más costoso. La motorización eléctrica daría oportunidad de movilidad diaria, sin restricciones ambientales.

Tabla 1. Requisitos del desempeño.

Vehículo ligero.	Según la norma 92/61/ECE y 70/156/ECE, entre 400 y 900 kg.
Para dos personas.	Por confort y seguridad, sentadas lado a lado.
Tamaño compacto.	Largo entre 3.0 y 3.3 m; ancho, 1.6 a 1.8 m.
Resistente a la intemperie	Chasis tratado con zinc, con estructura abierta.
Bajo costo.	Entre 180,000 y 230,000 pesos mexicanos. (10 mil y 13 mil dólares) *mayo_2023
Fácil de conducir.	Dirección de cremallera o bieletas.
Suspensión independiente.	Adelante, de brazos A largos; atrás, brazo oscilante.
Circule en vías urbanas.	Velocidad máxima entre 70 y 80 km/h. Aceleración 0-80 km/h en 25 s.
Motorización eléctrica.	El motor irá en la rueda trasera (InWheel Motor, Hub Motor).
Circule todos los días.	Por ser eléctrico, accede a placas ecológicas.
Sin puertas	Reduce complejidad de construcción.
Recarga práctica.	Tiempo estimado: de 12 a 16 h en un contacto casero.

Para la determinación de las características, se recurrió al método QFD, con el inicio de la determinación de los atributos:

- De mayor a menor valor:

- (10). De construcción fuerte pero ligera.
- (9). De materiales accesibles, estandarizados.
- (8). Fácil de construir, sin estampados múltiples y pocas soldaduras.
- (7). Su tamaño califique para la norma 70/156/ECE ó 92/61/ECE.
- (6). Protección segura contra impactos frontales y laterales.
- (5). Que soporte una volcadura conforme a norma FIA (coches de carreras, abiertos).
- (4). Capaz de llevar a un mínimo de dos personas.
- (3). Que permita acomodar las baterías en un lugar seguro.
- (2). Que sea una base escalable o accesible, al gusto del cliente.
- (1). Sin puertas ni techo.

Tabla 2. Atributos versus características.

Características	Atributos	Valoración	Viga central, AST 500	Peso: 400 a 900.	Capacidad: 200.	LxAxH: 3.3x1.8x1.2	Vel.Máx: 90 km/h	Normas de impacto.	Precio: 150-200 mil.	R1: Bicicletas	R2: Motonetas	R3: Autos
Constr. fuerte/ligera	10	+	+	+	+	+	+	-	+	+	-	
Mat. Estándar	9	+	+	+	+	+	0	-	+	0	-	
Fabricación fácil	8	+	+	+	0	0	0	-	+	+	-	
Protección impactos	6	+	+	+	0	+	+	+	-	-	+	
Resista volcadura	5	+	+	+	0	+	+	+	-	-	+	
Dos personas	4	+	+	+	+	+	+	0	-	0	+	
Baterías seguras	3	+	0	0	0	0	+	0	-	-	+	
Importancia		1o	2º	2o´	7o	4o	4o´	9o	7o´	9o´	6o	
Unidades		mm	kg	kg	m	km/h	Obl.	pesos				
Metas												
Valor rivales												

Luego se procedió a utilizar el método de la tabla morfológica...

Tabla 3. Cada función, sus medios.

Soporte principal.	<ul style="list-style-type: none"> -Una viga en C de paredes largas, hueca por debajo. -Viga compuesta por dos perfiles, soldada al centro. -Entramado tubular que se equipare a una viga (chasis de 4 tubos).
Soporte de las suspensiones.	<ul style="list-style-type: none"> -Fabricación en tubos y barras normalizados. -Utilización de elementos de otros vehículos. -Uso de un subarmazón para estos anclajes.
Base para anclajes de pedales y volante.	<ul style="list-style-type: none"> -Fabricado en material normalizado. -Uso de un subarmazón. -Adaptación de un mecanismo ya existente.
Base para los asientos.	<ul style="list-style-type: none"> -Fabricación propia en tubos y barras normalizados. -Adaptación de un sistema ya existente. -Montaje en un subarmazón.
Soporte de la dirección.	<ul style="list-style-type: none"> -Fabricación propia, mecanismo sencillo. -Adaptación de un sistema ya existente. -Uso de un mecanismo simple, de go-kart.
Alojamiento de las baterías.	<ul style="list-style-type: none"> -Al interior de la viga central, mediante módulos. -Debajo de los asientos. -Detrás de los asientos.
Soporte del arco contra vuelcos (<i>roll-bar</i>).	<ul style="list-style-type: none"> -Posterior a la línea de los asientos, antes del soporte de la rueda trasera. -Una extensión reforzada de los asientos. -Un arco al centro de la viga.

...que se debe mirar en combinación con la Tabla 4, dispuesta en la siguiente página.

Tabla 4. Combinaciones factibles de sub-soluciones.

FUNCIÓN	SUBFUNCIONES/MEDIOS		
Soporte principal.	Una viga en C de paredes largas, hueca por debajo.	Viga compuesta por dos perfiles, soldada al centro.	Entramado tubular que se equipare a una viga (chasis de 4 tubos).
Soporte de las suspensiones.	Fabricados en tubos y barras normalizados.	Utilización de anclajes de otros vehículos.	Uso de un subarmazón para estos anclajes.
Base para anclajes de pedales y volante.	Fabricado en material normalizado.	Uso de un subarmazón.	Adaptación de un mecanismo ya existente.
Base para los asientos.	Fabricación propia en tubos y barras normalizados.	Adaptación de un sistema ya existente.	Montaje en un subarmazón.
Soporte de la dirección.	Fabricación propia, mecanismo sencillo.	Adaptación de un sistema ya existente.	Uso de un mecanismo simple, de go-kart.
Alojamiento de las baterías.	Al interior de la viga central, mediante módulos.	Debajo de los asientos.	Detrás de los asientos.
Soporte del arco contra vuelcos (roll-bar).	Posterior a la línea de los asientos, antes del soporte de la rueda trasera.	Una extensión reforzada de los asientos.	Un arco al centro de la viga..

En verde, diseño independiente. En azul, diseño simplificado. En rojo, diseño adaptable.

Por último, se aplicó el método de objetivos ponderados...

Lista de objetivos de diseño

- A. Crear un chasis ligero y económico.
- B. Disposición de tres ruedas; dos adelante, una atrás.
- C. Usar materiales accesibles y estandarizados.
- D. Fácil de fabricar.
- E. Que lleve dos personas.
- F. Que soporte pruebas de impacto frontal y lateral.

G. Que soporte una volcadura.

H. De motorización eléctrica.

I. Fácil de manejar.

J. Carrocería abierta, sin puertas ni techo.

Tabla 5. Jerarquización de objetivos.

Objetivos	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Total
A	-	1	0	0	1	0	0	1	1	1	5
B	0	-	0	0	0	0	0	1	0	1	2
C	1	1	-	1	1	0	0	1	1	1	7
D	1	1	0	-	1	0	0	1	1	1	6
E	0	1	0	0	-	0	0	1	1	1	4
F	1	1	1	1	1	-	1	1	1	1	9
G	1	1	1	1	1	0	-	1	1	1	8
H	0	0	0	0	0	0	0	-	0	1	1
I	0	1	0	0	0	0	0	1	-	1	3
J	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0

Observación: Es curioso ver que el tema de seguridad gane tantos puntos, algo muy válido si consideramos que estamos en la fase conceptual de un diseño de chasis. Lo interesante recae en el punto de la motorización eléctrica, pues el dilema de este análisis apunta exclusivamente hacia el bastidor, lo que deja fuera de las prioridades otros elementos vitales del diseño global. También quedan de lado cualidades menos tangibles como la facilidad de conducción o si la carrocería es cerrada o abierta.

Se asignaron valores relativos a los objetivos...

F. Que soporte pruebas de impacto frontal y lateral. (15)

G. Que soporte una volcadura. (15)

C. Usar materiales accesibles y estándares. (10)

D. Fácil de fabricar. (10)

A. Crear un chasis ligero y económico. (10)

E. Que pueda llevar a dos personas. (10)

I. Fácil de manejar. (10)

B. Disposición de tres ruedas; dos ruedas adelante, una atrás. (10)

H. De motorización eléctrica. (5)

J. Carrocería abierta, sin puertas ni techo. (5)

Y se establecieron parámetros de desempeño para cada objetivo...

- Inadecuado. 0-2

- Suficiente. 2-4

- Bueno. 4-6

- Muy bueno. 6-8

- Notable. 8-9

- Excelente. 9-10

Tabla 6. Valores relativos de cada alternativa.

		Chasis Trike	Bicicleta	Motoneta	Auto
Objetivos	Punt.	Cal. POND.	Cal. POND.	Cal. POND.	Cal...POND.
F: Pruebas impacto.	(15)	9 = 1.35	1 = 0.15	2 = 0.3	10 = 1.5
G: Soporte vuelco.	(15)	9 = 1.35	0 = 0	0 = 0	10 = 1.5
C: Mat. accesibles.	(10)	8 = 0.8	8 = 0.8	7 = 0.7	5 = 0.5
D: Fácil de fabricar.	(10)	8 = 0.8	9 = 0.9	8 = 0.8	3 = 0.3
A: Chasis ligero, eco.	(10)	7 = 0.7	10 = 1.0	9 = 0.9	3 = 0.3
E: Dos personas.	(10)	8 = 0.8	2 = 0.2	8 = 0.8	10 = 1.0
I: Fácil manejo.	(10)	8 = 0.8	7 = 0.7	8 = 0.8	9 = 0.9
B: Tres ruedas.	(10)	7 = 0.7	0 = 0	0 = 0	9 = 0.9
H: Motor eléctrico.	(5)	8 = 0.4	4 = 0.2	6 = 0.3	6 = 0.3

J: Sin puertas o techo.	(5)	5 = 0.25	9 = 0.45	9 = =0.45	0 = 0
Total	100/10	7.95	4.4	5.05	7.2
Pos.		1°	4o	3o	2o.

**Debido a que el análisis se enfoca primordialmente en el chasis, no es de sorprender que la propuesta del triciclo tenga suficientes enteros para colocarse como la principal oferta. Si bien el segundo lugar le corresponde al automóvil, su mayor costo lo pondría en desventaja, por lo menos hablando estrictamente del bastidor propuesto. Claro, para llegar a una definición completa del concepto, hay que estimar otras variables, así como sus respectivos y cuidadosos análisis.*

1.5 Propuesta conceptual

Superada esta primera fase de análisis, se procedió al bocetado o primeros trazos de lo que podría ser el futuro triciclo, porque hasta este momento todo quedaba en teoría. Por esta razón, se realizó un boceto general de cómo luciría el prototipo de este triciclo elaborado sobre un chasis de espina dorsal (backbone chasis). A partir de este esquema, se estimaron las dimensiones y formas generales del transporte personal. Abajo, se puede apreciar la sencillez del producto.

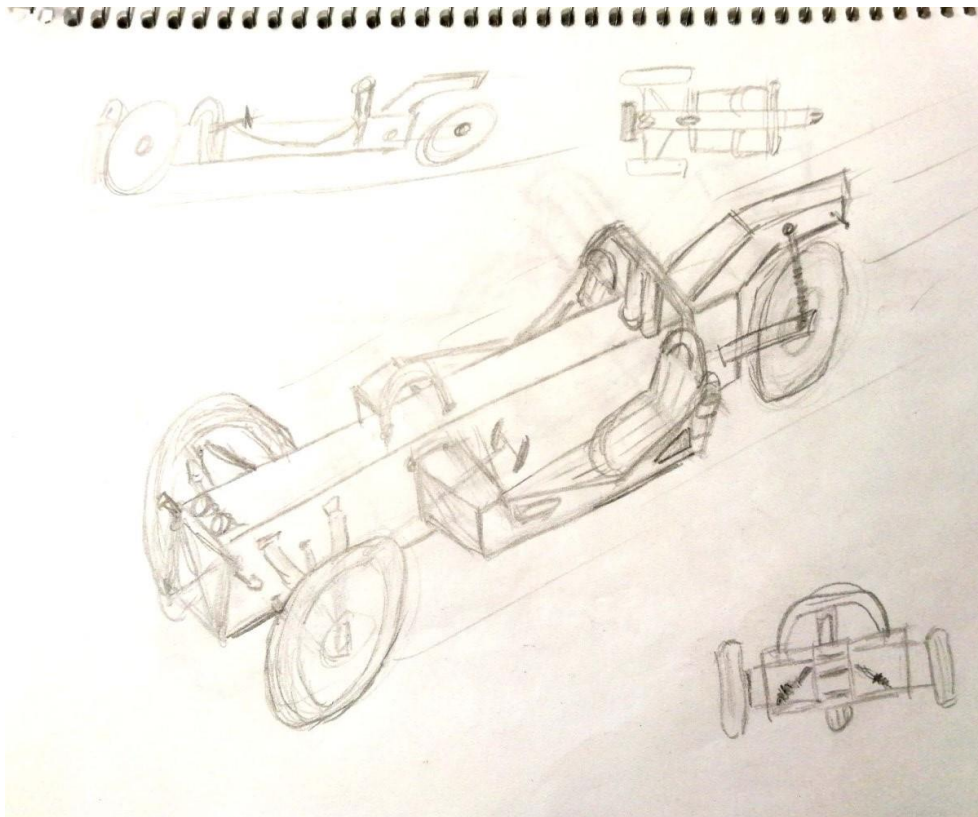


Figura 16. Boceto conceptual del triciclo.

2. Análisis dinámico

Primero se realizó un análisis físico en dos dimensiones -análisis plano-, bajo la mecánica clásica de Newton. Así, el planteamiento se compone tanto de un análisis estático como de uno dinámico. Este último nos permite estimar la magnitud de las fuerzas que interaccionan entre todas las partes móviles con respecto al chasis y de esta manera mejorar algún punto crítico de toda la estructura concebida. Esta circunstancia es repetida bajo cinco entornos: aceleración (1), con tres escenarios; rueda patinando, a un valor de 0.3g y con un par-motor de 260 Nm; frenada brusca o repentina (2); acometida de una pendiente de 10% ó 5.7° y una rampa de 53% ó 28° de inclinación (3), acometida de una curva rápida (4) y cambio brusco o repentino de carril -maniobra del alce- (5).

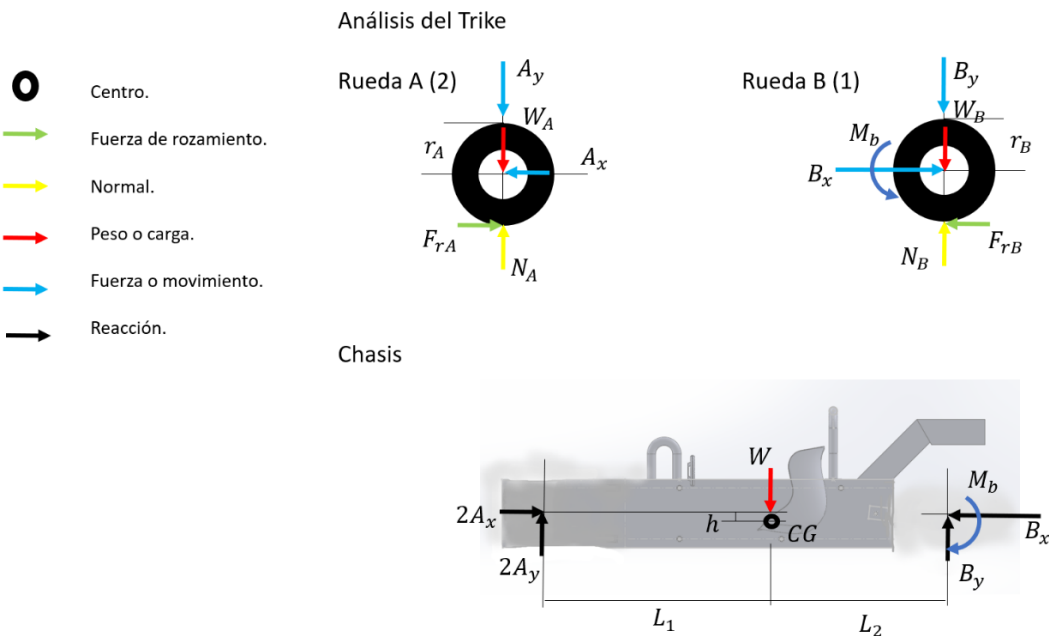


Figura 17. Primer planteamiento analítico del chasis.

Rueda delantera A (2 piezas):

$$\sum F_x = m_A a_{Ax}$$

$$F_{rA} - A_x = -m_A a_{Ax} \quad (1)$$

$$\sum F_y = m_A a_{Ay}$$

$$N_A - A_y - W_A = m_A a_{Ay} \quad (2)$$

$$\sum M = I_A \alpha_A$$

$$F_{rA} r_A = I_A \alpha_A \quad (3)$$

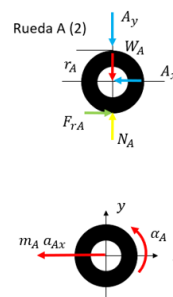


Fig. 18. Desarrollo de las ecuaciones para las ruedas delanteras (2).

Rueda trasera B (1 piezas):

$$\sum F_x = m_B a_{Bx}$$

$$-F_{rB} + B_x = -m_B a_{Bx} \quad (4)$$

$$\sum F_y = m_B a_{By}$$

$$N_B - B_y - W_B = m_B a_{By} \quad (5)$$

$$\sum M = I_B \alpha_B$$

$$-F_{rB} r_B + M_A = I_B \alpha_B \quad (6)$$

$$F_{rB} = \mu N_B \quad (7)$$

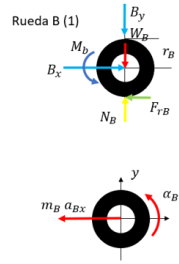


Fig. 19. Desarrollo de las ecuaciones de la rueda trasera (1).

Chasis:

$$\sum F_x = m a_x$$

$$2A_x - B_x = -m a_x \quad (8)$$

$$\sum F_y = m a_y$$

$$2A_y + B_y - W = m a_y \quad (9)$$

$$\sum M = I \alpha$$

$$-2A_y L_1 - 2A_x h + B_y L_2 + B_x h - M_b = I \alpha \quad (10)$$

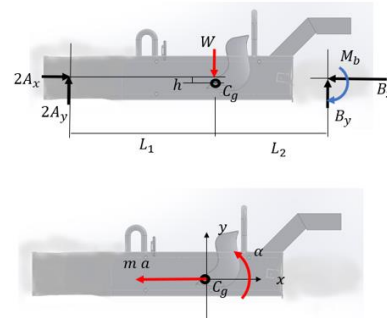


Fig. 20. Desarrollo de las ecuaciones inherentes al chasis.

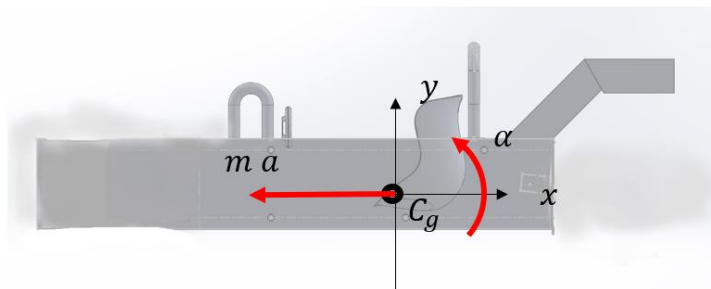
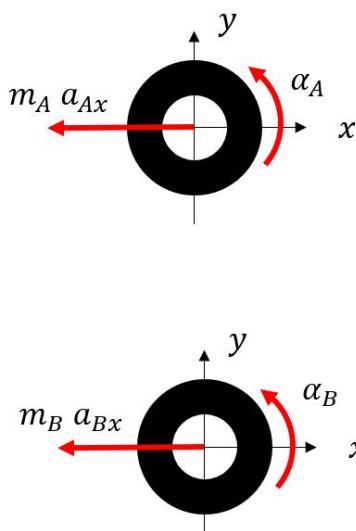


Fig. 21. Las equivalencias cinemáticas de cada elemento.

2.1 Aceleración desde cero

En primera instancia, se dibujaron las partes principales del triciclo; las dos ruedas delanteras, la rueda trasera y el chasis formado por una viga invertida en U. Se logró una lista de diez ecuaciones, que dan la respuesta analítica de las fuerzas que están interactuando en el desempeño mínimo de las primeras tres situaciones de las cinco posibles planteadas para este vehículo.

Lista de diez ecuaciones que resuelven el movimiento plano del triciclo.

$F_{rA} - A_x = -m_A a_{Ax}$	1)
$N_A - A_y - W_A = m_A a_{Ay}$	2)
$F_{rA} r_A = I_A \alpha_A$	3)
$-F_{rB} + B_x = -m_B a_{Bx}$	4)
$N_B - B_y - W_B = m_B a_{By}$	5)
$-F_{rB} r_B + M_B = I_B \alpha_B$	6)
$F_{rB} = \mu N_B$	7)
$2A_x - B_x = -m a_x$	8)
$2A_y + B_y - W = m a_y$	9)
$-2A_y L_1 - 2A_x h + B_y L_2 + B_x h - M_b = I \alpha$	10)

Acto seguido, se propuso la matriz que resuelva la primera situación del triciclo, que es el patinamiento de la rueda impulsora hasta un tiempo límite. Para facilitar el análisis, se determinaron algunas constantes enumeradas en la ponderación.

En consecuencia, se concibió la subsecuente matriz de 10 por 10 que nos dará solución al primer punto establecido en las condiciones iniciales de este análisis.

Establecimiento de las variables y constantes para el caso de aceleración con patinamiento.

$$F_{rA} - A_x = -m_A a_{Ax} \quad (1)$$

$$N_A - A_y - W_A = m_A a_{Ay} \quad (2)$$

$$F_{rA} r_A = I_A \alpha_A \quad (3)$$

$$-F_{rB} + B_x = -m_B a_{Bx} \quad (4)$$

$$N_B - B_y - W_B = m_B a_{By} \quad (5)$$

$$-F_{rB} r_B + M_B = I_B \alpha_B \quad (6)$$

$$F_{rB} = \mu N_B \quad (7)$$

$$2A_x - B_x = -m a_x \quad (8)$$

$$2A_y + B_y - W = m a_y \quad (9)$$

$$-2A_y L_1 - 2A_x h + B_y L_2 + B_x h - M_B = I \alpha \quad (10)$$

$$a_x = a_{Ax} = a_{Bx} \quad \alpha = \alpha_B = 0 \quad \alpha_A = \frac{a_x}{r_A}$$

$$a_y = a_{Ay} = a_{By} = 0$$

$$F_{rA}, F_{rB}, A_x, A_y, B_x, B_y, \alpha_x, N_A, N_B, M_B$$

Intervalo en el que el triciclo patina el neumático trasero durante el arranque

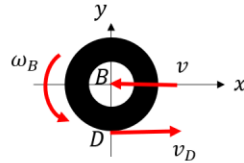
$$\mu = 0.4 \quad \text{Coeficiente de fricción de la rueda trasera}$$

$$\omega_B = 600 \text{ rpm} \quad \text{Velocidad angular constante de la rueda trasera}$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s} \quad \text{Velocidad inicial del vehículo}$$

$$t = ? \quad \text{Intervalo en el que patinan las ruedas traseras}$$

$$a = ? \quad \text{Aceleración durante el intervalo en el que patinan las ruedas traseras}$$



$$\vec{v}_D = v_D \hat{i}$$

$$v_D \hat{i} = -\vec{v} + \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{D/B}$$

$$v_D \hat{i} = v \hat{i} + \vec{\omega}_B \times \vec{r}_B$$

El vehículo deje de derrapar cuando:

$$v_D \hat{i} = 0$$

$$0 = -v \hat{i} + \vec{\omega}_B \times \vec{r}_B$$

$$v = \omega_B r_B$$

Asumiendo movimiento uniforme durante el derrape:

$$v = a t$$

$$t = \frac{v}{a}$$

Finalmente, la primera matriz de 10 x 10 quedo así:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_A \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_A & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_A / r_A \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & m_B \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_B & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\mu & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{CG} \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2h & -2L_1 & h & L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ B_x \\ B_y \\ Fr_A \\ Fr_B \\ N_A \\ N_B \\ M_B \\ a_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ W_A \\ 0 \\ 0 \\ W_B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ W_{CG} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ya obtenida esta primera matriz, resolvemos mediante MatLab y probamos tres escenarios posibles bajo la directriz de aceleración. La primera es aceleración con deslizamiento de la rueda impulsora para determinar el par necesario durante el arranque y una velocidad angular mínima entregada por el motor eléctrico (data del fabricante), igual a 600 rpm.

2.1.1 Programa en MatLab de la primera matriz.

% Análisis de aceleración rectilínea (intervalo en el que el triciclo
% patina durante el arranque).

```
clear
clc
%% Características del vehículo
ma = 6.5; %kg
mb = 20; %kg
mCG = 230; %kg
g = 9.81; % m/s^2
ra = 0.31; % m
rb = 0.31; % m
h = 0.035; % m
miu = 0.4;
L1 = 1.29; % m
L2 = 1; % m
Ia = 0.000386; % kg-m^2
Ib = 0.0008045; % kg-m^2
omega_b = 600*pi()/30; % vel angular rueda B (rad/s)
v = omega_b * rb;

i = 0;

for miu = 0.05:0.01:0.4
    i = i+1;
    %% Matriz de coeficientes
    A = [-1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, ma;
         0, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0;
         0, 0, 0, 0, ra, 0, 0, 0, 0, 0, -Ia/ra;
         0, 0, 1, 0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, mb;
         0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0;
         0, 0, 0, 0, 0, 0, -rb, 0, 0, 1, 0;
         0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, -miu, 0, 0, 0;
         2, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, mCG;
         0, 2, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0;
         -2*h, -2*L1, h, L2, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 0];
    b = [0; ma*g; 0; 0; mb*g; 0; 0; 0; 0; mCG*g; 0];

    x = inv(A)*b
    mCG_vec(i) = mCG;
    miu_vec(i) = miu;
    acel(i)=x(10);
    t(i) = v / x(10);
    M(i) = x(10);
    Ay_vec(i)=x(2);
    By_vec(i)=x(4);
    Ax_vec(i)=x(1);
    Bx_vec(i)=x(3);

end

figure(1)
plot(miu_vec,t)
grid on
%title('Influencia del coeficiente de fricción en el tiempo derrapando')
xlabel('Coeficiente de fricción, \mu [-]')
ylabel('Tiempo derrapando, t [s]')
```

```

figure(2)
plot(miu_vec,M)
grid on
%title('Influencia del coeficiente de fricción en el par requerido por el
motor')
xlabel('Coeficiente de fricción, \mu [-]')
ylabel('Par del motor, [N m]')

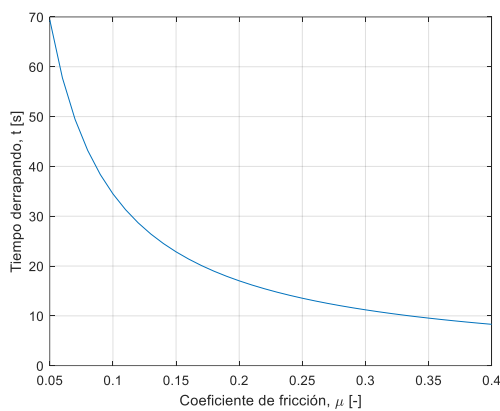
```

```

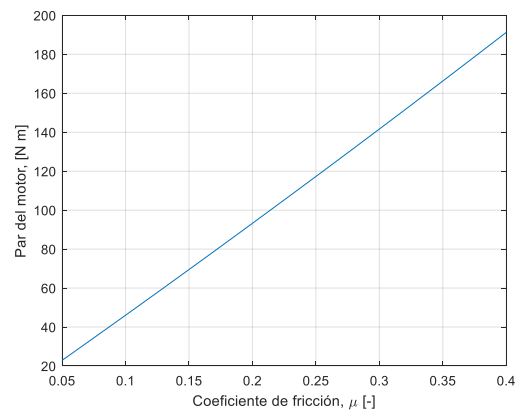
figure(3)
plot(miu_vec,Ay_vec,miu_vec,By_vec)
grid on
%title('Influencia del coeficiente de fricción en las fuerzas en la
suspensión al acelerar')
xlabel('Coeficiente de fricción, \mu [-]')
ylabel('Fuerza vertical en la suspensión, [N]')
legend('Ay Delantera', 'By Trasera', 'Location', 'best')

```

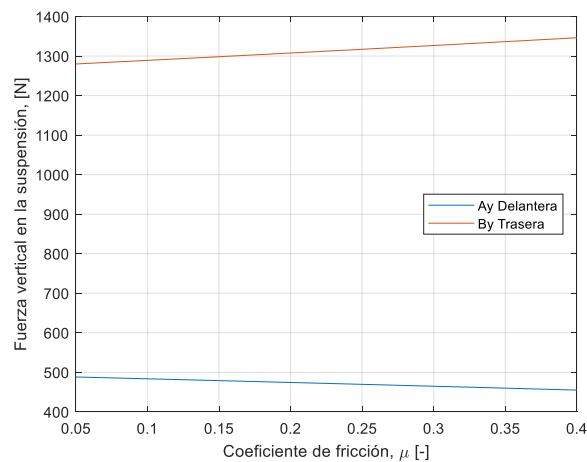
Resultados gráficos del análisis de la primera matriz (10x10).



(a)



(b)



(c)

Figura 22. En estas gráficas se representa la influencia de μ (coef. fricción,) en el deslizamiento (a), en el par-motor (b) y las componentes en el eje y generadas durante el patinamiento de la rueda impulsora (c). En el primer caso (a), se nota que entre menor sea μ , mayor será el tiempo de deslizamiento. Para el segundo caso (b), se requiere mayor par entre más alto sea μ . Y en el tercer caso (c), las fuerzas en vertical apenas varían un poco respecto al valor de μ .

2.2 Aceleración a 0.3 g.

Posteriormente, se aprovechó esta misma matriz para estimar los resultados bajo una aceleración constante igual a 0.3 g, de tal suerte que se genera una segunda matriz. Para este segundo caso, la lista de ecuaciones se reformula a nueve variables y genera una matriz de 9 por 9, en la cual se considera una aceleración final estimada en 0.3 g (2.94 m/s²).

$F_{rA} - A_x = -m_A a_{Ax}$	1)
$N_A - A_y - W_A = m_A a_{Ay}$	2)
$F_{rA} r_A = I_A \alpha_A$	3)
$-F_{rB} + B_x = -m_B a_{Bx}$	4)
$N_B - B_y - W_B = m_B a_{By}$	5)
$-F_{rB} r_B + M_B = I_B \alpha_B$	6)
$2A_x - B_x = -m a_x$	7)
$2A_y + B_y - W = m a_y$	8)
$-2A_y L_1 - 2A_x h + B_y L_2 + B_x h - M_B = I \alpha$	9)

Su matriz queda de la siguiente manera...

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_B & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2h & -2L_1 & h & L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ B_x \\ B_y \\ Fr_A \\ Fr_B \\ N_A \\ N_B \\ M_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m_A a_x \\ W_A \\ I_A \cdot (a_x / r_A) \\ -m_B a_x \\ W_B \\ I_B \cdot (a_x / r_B) \\ -m_{CG} a_x \\ W_{CG} \\ 0 \end{pmatrix}$$

De nueva cuenta aplicamos MatLab para su resolución y obtenemos...

2.2.1 Programa en MatLab de la segunda matriz (acel. a 0.3 g).

```
% Análisis de aceleración rectilínea
% Par necesario para alcanzar una aceleración de 0.3 g
% considerando cero deslizamientos en neumáticos
%% Características del vehículo
ma = 6.5; %kg
mb = 20; %kg
mcg = 230; %kg
g = 9.81; % m/s^2
ra = 0.31; % m
rb = 0.31; % m
h = 0.035; % m
miu = 0.4;
L1 = 1.29; % m
L2 = 1; % m
Ia = 0.000386; % kg-m^2
Ib = 0.0008045; % kg-m^2
ax = 0.1 *g; % m/s^2
M= 260; % N-m
%omega_b = 600*pi()/30; % vel angular rueda B (rad/s)
%v = omega_b * rb;

i = 0;

for mcg = 80:0.1:230
    i = i+1;
    %% Matriz de coeficientes
    A = [-1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0;
         0, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0;
         0, 0, 0, 0, ra, 0, 0, 0, 0, 0;
         0, 0, 1, 0, 0, 0, -1, 0, 0, 0;
         0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 0;
         0, 0, 0, 0, 0, 0, -rb, 0, 0, 1;
         2, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0;
         0, 2, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0;
         -2*h, -2*L1, h, L2, 0, 0, 0, 0, 0, -1];
    b = [-ma*ax; ma*g; Ia*(ax/ra); -mb*ax; mb*g; Ib*(ax/rb) ; -mcg*ax; mcg*g;
    0];

    x = inv(A)*b
    mcg_vec(i) = mcg;
    par(i)=x(9);
    Ay_vec(i)=x(2);
    By_vec(i)=x(4);
    Ax_vec(i)=x(1);
    Bx_vec(i)=x(3);
end

figure(1)
plot(mcg_vec,par)
grid on
%title('Influencia de la masa en el par requerido para acelerar a 0.3 g')
xlabel('Masa del chasis y pasajeros, m [kg]')
ylabel('Par-motor, M_b [N-m]')

figure(2)
plot(mcg_vec,Ay_vec,mcg_vec,By_vec)
grid on
```

```

    %title('Influencia de la masa en las fuerzas en la suspensión para
    acelerar a 0.3 g')
    xlabel('Masa del chasis y pasajeros, m [kg]')
    ylabel('Fuerza vertical en la suspensión, [N]')
    legend('Ay Delantera', 'By Trasera', 'Location', 'best')

```

Resultados gráficos del análisis de la segunda matriz (9x9).

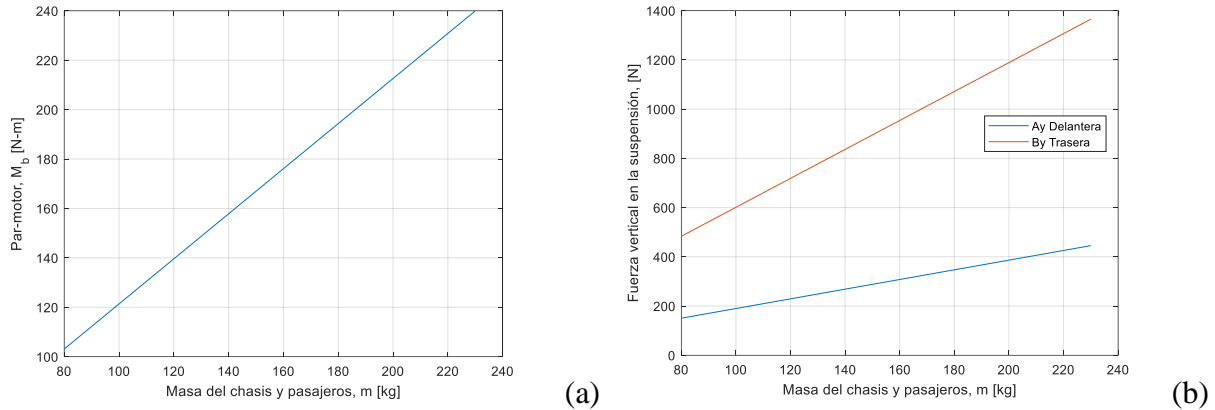


Figura 23. La influencia creciente de la masa bajo una aceleración de 0.3 g confirma la posibilidad del par-motor de 260 Nm (a), que concede un mejor desempeño. Mientras, las fuerzas en el eje y generadas bajo esa aceleración también confirman un buen resultado, sobre todo la fuerza vertical en eje B (b).

2.3 Aceleración con par de 260 Nm.

Se aprovechó la matriz inicial para calcular las fuerzas con un par de 260 Nm, generado por el motor eléctrico ubicado al interior de la rueda (QSMOTOR 17” 8000 W 273 50H V3). Este análisis nos comprueba cuál sería la aceleración y el tiempo necesario. Y la lista de ecuaciones es...

$F_{rA} - A_x + m_A a_{Ax} = 0$	1)
$N_A - A_y - m_A a_{Ay} = W_A$	2)
$F_{rA} r_A - I_A \alpha_A = 0$	3)
$-F_{rB} + B_x + m_B a_{Bx} = 0$	4)
$N_B - B_y - m_B a_{By} = W_B$	5)
$-F_{rB} r_B + M_B - I_B \alpha_B = 0$	6)
$2A_x - B_x + m a_x = 0$	7)
$2A_y + B_y - W = m a_y = 0$	8)
$-2A_y L_1 - 2A_x h + B_y L_2 + B_x h - M_B - I \alpha = 0$	9)

Su matriz de 9 por 9 queda de la siguiente manera...

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & m_A \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_A & 0 & 0 & 0 & -I_A/r_A \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & m_B \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_B & 0 & 0 & -I_B/r_B \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{CG} \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2h & -2L_1 & h & L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ B_x \\ B_y \\ Fr_A \\ Fr_B \\ N_A \\ N_B \\ a_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ W_A \\ 0 \\ 0 \\ W_B \\ -M_B \\ 0 \\ W_{CG} \\ M_B \end{pmatrix}$$

2.3.1 Programa en MatLab de la tercera matriz (par-motor = 260 Nm).

```
% Análisis de aceleración rectilínea
% Con un par de 260 Nm estimar la aceleración desde vacío hasta carga total
% considerando cero deslizamientos en neumáticos
%% Características del vehículo
ma = 6.5; %kg
mb = 20; %kg
mCG = 230; %kg
g = 9.81; % m/s^2
ra = 0.31; % m
rb = 0.31; % m
h = 0.035; % m
miu = 0.4;
L1 = 1.29; % m
L2 = 1; % m
Ia = 0.000386; % kg-m^2
Ib = 0.0008045; % kg-m^2
%ax = 0.3 *g; % m/s^2
M= 260; % N-m
vf=80*0.27777; %m/s
%omega_b = 600*pi()/30; % vel angular rueda B (rad/s)
%v = omega_b * rb;

i = 0;

for mCG = 80:0.1:230
    i = i+1;
    %% Matriz de coeficientes
    A = [-1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, ma;
         0, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0;
         0, 0, 0, 0, ra, 0, 0, 0, 0, -Ia/ra;
         0, 0, 1, 0, 0, -1, 0, 0, 0, mb;
         0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 1, 0, 0;
         0, 0, 0, 0, 0, -rb, 0, 0, 0, -Ib/rb;
         2, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, mCG;
         0, 2, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0;
         -2*h, -2*L1, h, L2, 0, 0, 0, 0, 0, 0];
```



```
b = [ 0; ma*g; 0; 0; mb*g; -M; 0; mcg*g; M];
```

```
x = inv(A)*b
mcg_vec(i) = mcg;
ax(i)=x(9);
t(i) = vf / x(9);
%M(i) = x(8);
Ay_vec(i)=x(2);
By_vec(i)=x(4);
Ax_vec(i)=x(1);
Bx_vec(i)=x(3);
```

```
end
```

```
figure(1)
```

```
plot(mcg_vec,ax)
grid on
%title('Influencia de la masa en la aceleración con un par de 260 Nm')
xlabel('Masa del chasis y pasajeros, m [kg]')
ylabel('Aceleración del vehículo, [m/s^2]')
```

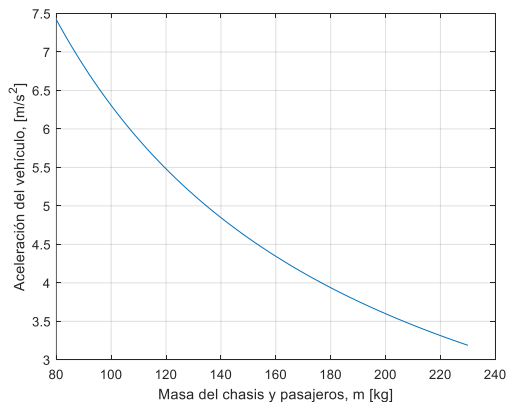
```
figure(2)
```

```
plot(mcg_vec,t)
grid on
%title('Tiempo para alcanzar 80 km/h con un par de 260 Nm')
xlabel('Masa del vehículo y pasajeros, [kg]')
ylabel('Tiempo para alcanzar 80 km/h, [s]')
```

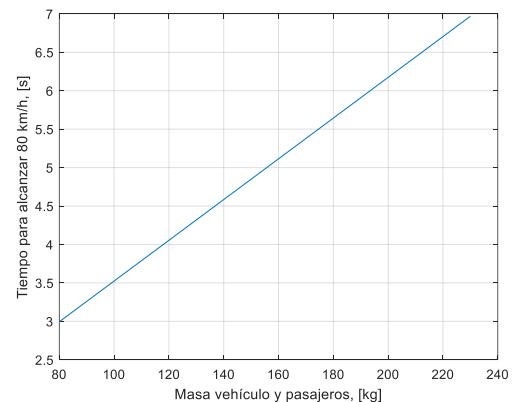
```
figure(3)
```

```
plot(mcg_vec,Ay_vec,mcg_vec,By_vec)
grid on
%title('Influencia de la masa en las fuerzas en la suspensión para un par de 260 Nm')
xlabel('Masa del chasis y pasajeros, m [kg]')
ylabel('Fuerza vertical en la suspensión, [N]')
legend('Ay Delantera', 'By Trasera', 'Location', 'best')
```

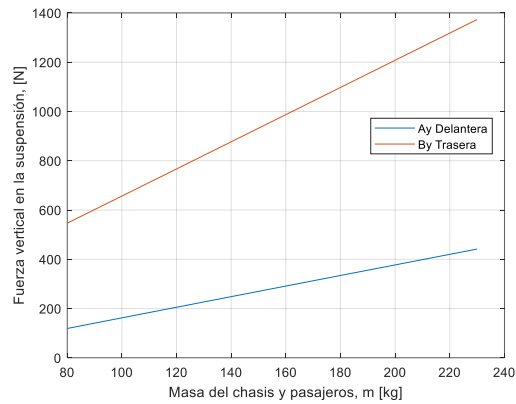
Resultados gráficos del análisis de la tercera matriz (9x9).



(a)



(b)



(c)

Figura 24. Se aprecia la influencia de la masa en la aceleración con un par de 260 Nm (a), así como su repercusión en el tiempo necesario para alcanzar los 80 km/h -22.2 m/s- (b) y las componentes en el eje y generadas durante esta aceleración (c). Nuevamente, la mayor carga vertical ocurre en el eje B, y se confirma la buena elección de este motor compacto que ofrece un desempeño muy competente.

2.4 Frenada

Nuevamente se aprovecha la lista de 10 ecuaciones obtenida al principio y se reformulan las ecuaciones para una matriz de 9 por 9, con una deceleración máxima de 0.8 g, igual a -7.85 m/s².

$F_{rA} - A_x + m_A a_{Ax} = 0$	1)
$N_A - A_y - m_A a_{Ay} = W_A$	2)
$F_{rA} r_A - I_A \alpha_A = 0$	3)
$-F_{rB} + B_x + m_B a_{Bx} = 0$	4)
$N_B - B_y - m_B a_{By} = W_B$	5)
$-F_{rB} r_B + M_B - I_B \alpha_B = 0$	6)
$2A_x - B_x + m a_x = 0$	7)
$2A_y + B_y - W = m a_y = 0$	8)
$-2A_y L_1 - 2A_x h + B_y L_2 + B_x h - M_B - I \alpha = 0$	9)

La matriz final para la frenada o deceleración a -0.8 g sería...

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_B & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2h & -2L_1 & h & L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ B_x \\ B_y \\ Fr_A \\ Fr_B \\ N_A \\ N_B \\ M_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m_A \cdot a_x \\ W_A \\ I_A \cdot (a_x / r_A) \\ -m_B \cdot a_x \\ W_B \\ I_B \cdot (a_x / r_B) \\ -m_{CG} \cdot a_x \\ W_{CG} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Su planteamiento en MatLab resulta...

2.4.1 Programa en MatLab de la cuarta matriz (frenada = -0.8 g).

```

% Análisis de deceleración rectilínea
% Par necesario para alcanzar una deceleración de -0.8 g
% considerando cero deslizamientos en neumáticos
%% Características del vehículo
ma = 6.5; %kg
mb = 20; %kg
mcg = 230; %kg
g = 9.81; % m/s^2
ra = 0.31; % m
rb = 0.31; % m
h = 0.035; % m
miu = 0.4;
L1 = 1.29; % m
L2 = 1; % m
Ia = 0.000386; % kg-m^2
Ib = 0.0008045; % kg-m^2
ax = -0.8 *g; % m/s^2
% M= 260; % N-m
vi=80*0.27777; %m/s
%omega_b = 600*pi()/30; % vel angular rueda B (rad/s)
%v = omega_b * rb;

i = 0;

for mcg = 80:0.1:230
    i = i+1;
    %% Matriz de coeficientes
    A = [-1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0;
         0, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0;
         0, 0, 0, 0, ra, 0, 0, 0, 0;
         0, 0, 1, 0, 0, -1, 0, 0, 0;
         0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 1, 0;
         0, 0, 0, 0, 0, -rb, 0, 0, 1;
         2, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0;
         0, 2, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0;
         -2*h, -2*L1, h, L2, 0, 0, 0, 0, -1];

```

```
b = [ -ma*ax; ma*g; Ia*(ax/ra); -mb*ax; mb*g; Ib*(ax/rb); -mcg*ax; mcg*g;
0];
```

```
x = inv(A)*b
mcg_vec(i) = mcg;
Mb_vec(i)=x(9);
t(i) = -vi / ax;
Ay_vec(i)=x(2);
By_vec(i)=x(4);
Ax_vec(i)=x(1);
Bx_vec(i)=x(3);
```

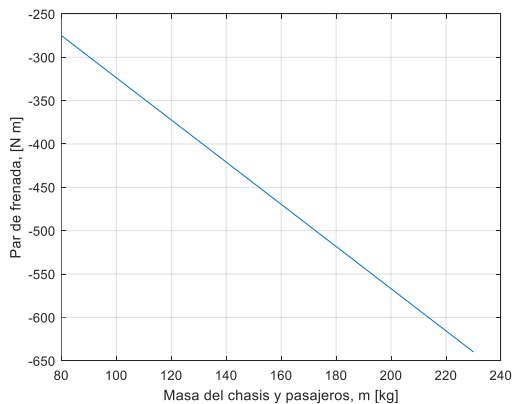
end

```
figure(1)
plot(mcg_vec,Mb_vec)
grid on
%title('Influencia de la masa en el par de frenada')
xlabel('Masa del chasis y pasajeros, m [kg]')
ylabel('Par de frenada, [N m]')
```

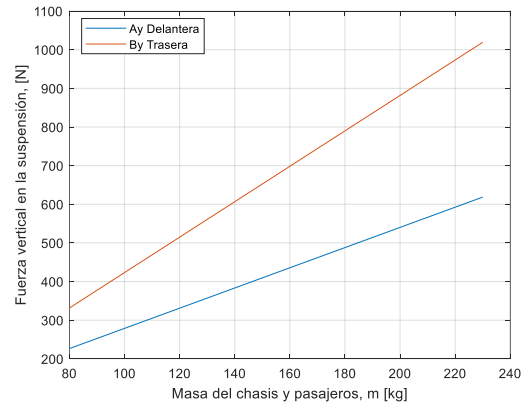
```
figure(3)
plot(mcg_vec,Ay_vec,mcg_vec,By_vec)
grid on
%title('Influencia de la masa en las fuerzas en la suspensión al frenar')
xlabel('Masa del chasis y pasajeros, m [kg]')
ylabel('Fuerza vertical en la suspensión, [N]')
legend('Ay Delantera', 'By Trasera', 'Location', 'best')
```

```
figure(4)
plot(mcg_vec,Ax_vec,mcg_vec,Bx_vec)
grid on
%title('Influencia de la masa en las fuerzas en la suspensión al frenar')
xlabel('Masa del chasis y pasajeros, m [kg]')
ylabel('Fuerza horizontal en la suspensión, [N]')
legend('Ax Delantera', 'Bx Trasera', 'Location', 'best')
```

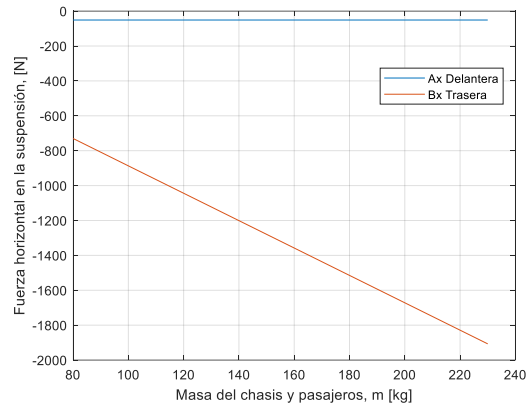
Resultados gráficos del análisis de la cuarta matriz (9x9).



(a)



(b)



(c)

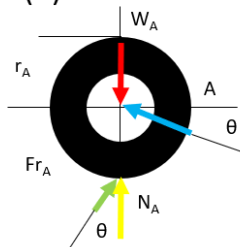
Figura 25. El par necesario para lograr la deceleración de 0.8 g es sensiblemente grande; su valor negativo apunta a una fuerza contraria al impulso que presume el triciclo al momento de la frenada (a). Las fuerzas en el eje y generadas durante la frenada son notables (b) y la comprobación de las fuerzas horizontales es curiosa porque en el eje A luce constante mientras para el eje B hay una pendiente notoria (c).

2.5 Aceleración en pendiente.

Para el tercer escenario, la acometida de vías rápidas con una pendiente de 10% o 5.7° [20], se realizó el análisis de las ruedas y se halló que la diferencia entre la fuerza en plano y en pendiente es realmente muy poca (alrededor del 10% de la fuerza requerida), por lo cual se consideró innecesario el cálculo.

Análisis estático del triciclo

Rueda A (2)



Rueda B (1)

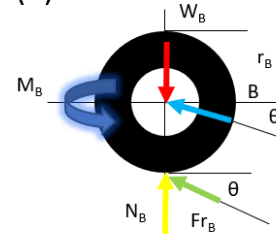


Figura 26. Análisis de fuerzas en pendiente de las ruedas del triciclo ($\theta \approx 6^\circ$).

Comprobación matemática de lo innecesario de este escenario.

$$\sum F_A = 0$$

$$F_{Ax} = F_A \cdot \text{Cos} \theta = F_A \cdot \text{Cos}(5.7^\circ) \approx F_A$$

$$F_{Ay} = F_A \cdot \text{Sen} \theta = F_A \cdot \text{Sen}(5.7^\circ) = 0.1F_A$$

$$Fr_{Ax} = Fr_A \cdot \text{Cos} \theta \approx Fr_A$$

$$Fr_{Ay} = Fr_A \cdot \text{Sen} \theta = 0.1Fr_A$$

$$\sum F_B = 0$$

$$F_{Bx} = F_B \cdot \text{Cos} \theta = F_B \cdot \text{Cos}(5.7^\circ) \approx F_B$$

$$F_{By} = F_B \cdot \text{Sen} \theta = F_B \cdot \text{Sen}(5.7^\circ) = 0.1F_B$$

$$Fr_{Bx} = Fr_B \cdot \text{Cos} \theta \approx Fr_B$$

$$Fr_{By} = Fr_B \cdot \text{Sen} \theta = 0.1Fr_B$$

Sin embargo, debido a la presencia de rampas de considerable pendiente (desde 12° hasta un máximo de 28°, según varias referencias nacionales), en los estacionamientos de las zonas comerciales de nuestro país, se realizó un segundo análisis bajo esta perspectiva. El máximo ángulo estimado es de 28°, el cual generaría el siguiente acomodo de fuerzas en el triciclo.

Para la rueda A...

$$F_{Ax} = F_A \cdot \text{Cos} 28^\circ = F_A \cdot 0.883$$

$$F_{Ay} = F_A \cdot \text{Sen} 28^\circ = F_A \cdot \underline{0.469}$$

$$Fr_{Ax} = Fr_A \cdot \text{Cos} 28^\circ = Fr_A \cdot 0.883$$

$$Fr_{Ay} = Fr_A \cdot \text{Sen} 28^\circ = Fr_A \cdot \underline{0.469}$$

Y para la rueda B...

$$F_{Bx} = F_B \cdot \text{Cos} 28^\circ = F_B \cdot 0.883$$

$$F_{By} = F_B \cdot \text{Sen} 28^\circ = F_B \cdot \underline{0.469}$$

$$Fr_{Bx} = Fr_B \cdot \text{Cos} 28^\circ = Fr_B \cdot 0.883$$

$$Fr_{By} = Fr_B \cdot \text{Sen} 28^\circ = Fr_B \cdot \underline{0.469}$$

Como puede apreciarse, la componente en el eje y es considerablemente grande, poco menos de la mitad. Por lo tanto, se realizó un análisis más completo del triciclo y sus partes en pendiente.

Segundo análisis en pendiente del triciclo.

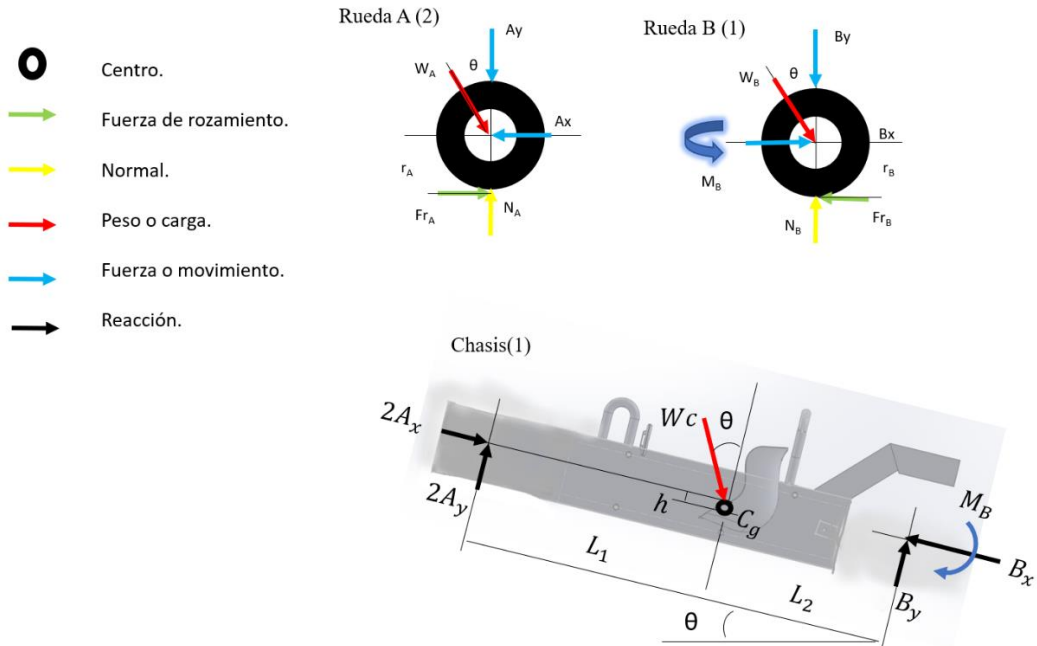


Figura 27. Segundo análisis de fuerzas para pendiente máxima de 28°.

Deducimos las ecuaciones para cada elemento...

Rueda delantera A (2 piezas):

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= m_A a_{Ax} \\ -A_x + Fr_A + W_A \cdot \text{Sen}\theta &= m_A a_{Ax} & 1) \\ \Sigma F_y &= m_A a_{Ay} \\ N_A - A_y - W_A \cdot \text{Cos}\theta &= m_A a_{Ay} & 2) \\ \Sigma M_A &= I_A \alpha_A \\ Fr_A \cdot r_A &= I_A \alpha_A & 3) \end{aligned}$$

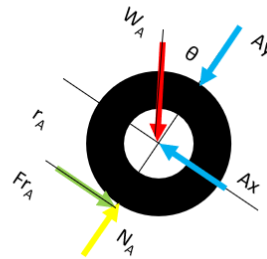


Figura 28. Segundo análisis de la rueda A en pendiente de 28°.

Rueda trasera B (1 pieza):

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= m_B a_{Bx} \\ B_x - Fr_B + W_B \cdot \text{Sen}\theta &= m_B a_{Bx} & 4) \\ \Sigma F_y &= m_B a_{By} \\ N_B - B_y - W_B \cdot \text{Cos}\theta &= m_B a_{By} & 5) \\ \Sigma M_B &= I_B \alpha_B \\ M_B - Fr_B \cdot r_B &= I_B \alpha_B & 6) \\ Fr_B &= \mu \cdot N_B & 7) \end{aligned}$$

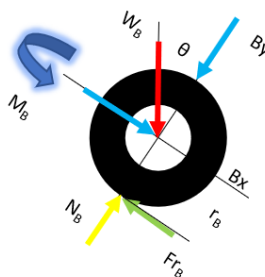


Figura 29. Analítica de la segunda rueda para pendiente de 28°.

Chasis:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= m_c a_{Cx} \\ 2A_x - B_x - W_c \cdot \text{Sen}\theta &= m_c a_{Cx} & 8) \\ \Sigma F_y &= m_c a_{Cy} \\ 2A_y + B_y - W_c \cdot \text{Cos}\theta &= m_c a_{Cy} & 9) \\ \Sigma M_C &= I_C \alpha_C \\ -2A_x h - 2A_y L1 + B_x h + B_y L2 - M_B &= I_C \alpha_C & 10) \end{aligned}$$

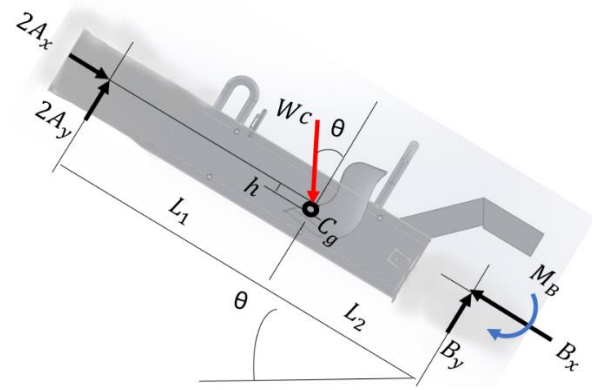


Figura 30. Segunda ponderación del chasis para una pendiente de 28°.

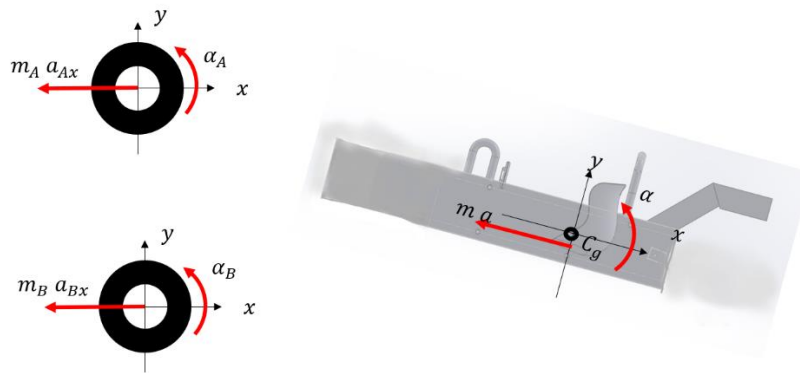


Figura 31. Equivalencias cinemáticas del triciclo en pendiente.

Se han generado diez ecuaciones con diez incógnitas. Luego, se resuelven en forma de matriz.

$-A_x + Fr_A + W_A \cdot \text{Sen}\theta = m_A a_{Ax}$	1)
$N_A - A_y - W_A \cdot \text{Cos}\theta = m_A a_{Ay}$	2)
$Fr_A \cdot r_A = I_A \alpha_A$	3)
$B_x - Fr_B + W_B \cdot \text{Sen}\theta = m_B a_{Bx}$	4)
$N_B - B_y - W_B \cdot \text{Cos}\theta = m_B a_{By}$	5)
$M_B - Fr_B \cdot r_B = I_B \alpha_B$	6)
$Fr_B = \mu \cdot N_B$	7)
$2A_x - B_x - W_c \cdot \text{Sen}\theta = m_c a_{Cx}$	8)
$2A_y + B_y - W_c \cdot \text{Cos}\theta = m_c a_{Cy}$	9)
$-2A_x h - 2A_y L1 + B_x h + B_y L2 - M_B = I_C \alpha_C$	10)

La matriz quedaría finalmente así...

$$\begin{pmatrix}
 -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_A \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & r_A & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_A / r_A \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & m_B \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_B & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\mu & 0 & 0 \\
 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{CG} \\
 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -2h & -2L_1 & h & L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 A_x \\
 A_y \\
 B_x \\
 B_y \\
 Fr_A \\
 Fr_B \\
 N_A \\
 N_B \\
 M_B \\
 a_x
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 -W_A \cdot \text{Sen}\theta \\
 W_A \cdot \text{Cos}\theta \\
 0 \\
 W_B \cdot \text{Sen}\theta \\
 W_B \cdot \text{Cos}\theta \\
 0 \\
 0 \\
 W_{CG} \cdot \text{Sen}\theta \\
 W_{CG} \cdot \text{Cos}\theta \\
 0
 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, su ejecución en MatLab sería de la siguiente manera:

2.5.1 Programa en MatLab de la primera matriz del triciclo en pendiente de 28°.

% Análisis de acometida en rampa de 28°

```

clear
%% Características del vehículo
ma = 6.5; %kg
mb = 20; %kg
mcg = 230; %kg
g = 9.81; % m/s^2
ra = 0.31; % m
rb = 0.31; % m
h = 0.035; % m
miu = 0.4;
L1 = 1.29; % m
L2 = 1; % m
Ia = 0.000386; % kg-m^2
Ib = 0.0008045; % kg-m^2
omega_b = 600*pi()/30; % vel angular rueda B (rad/s)
v = omega_b * rb;
theta=28*(pi/180);

```

```
i = 0;
```

```

for miu = 0.05:0.01:0.4
    i = i+1;
    %% Matriz de coeficientes
    A = [-1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, ma;
         0, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0;
         0, 0, 0, 0, ra, 0, 0, 0, 0, 0, -Ia/ra;
         0, 0, 1, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 0, mb;
         0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0;
         0, 0, 0, 0, 0, -rb, 0, 0, 1, 0, 0;
         0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, -miu, 0, 0, 0;
    ]
end

```

```

    2, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, mcg;
    0, 2, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0;
    -2*h, -2*L1, h, L2, 0, 0, 0, 0, -1, 0];
    b = [-ma*g*sin(theta); ma*g*cos(theta); 0; mb*g*sin(theta);
mb*g*cos(theta); 0; 0; mcg*g*sin(theta); mcg*g*cos(theta); 0];

```

```

x = inv(A)*b
mcg_vec(i) = mcg;
miu_vec(i) = miu;
acel(i)=x(10);
t(i) = v / x(10);
M(i) = x(9);
Ay_vec(i)=x(2);
By_vec(i)=x(4);
Ax_vec(i)=x(1);
Bx_vec(i)=x(3);

```

end

```

figure(1)
plot(miu_vec,t)
grid on
%title('Influencia del coeficiente de fricción en el tiempo derrapando')
xlabel('Coeficiente de fricción, \mu [-]')
ylabel('Tiempo derrapando, t [s]')

```

```

figure(2)
plot(miu_vec,M)
grid on
%title('Influencia del coeficiente de fricción en el par requerido por el
motor')
xlabel('Coeficiente de fricción, \mu [-]')
ylabel('Par del motor, [N m]')

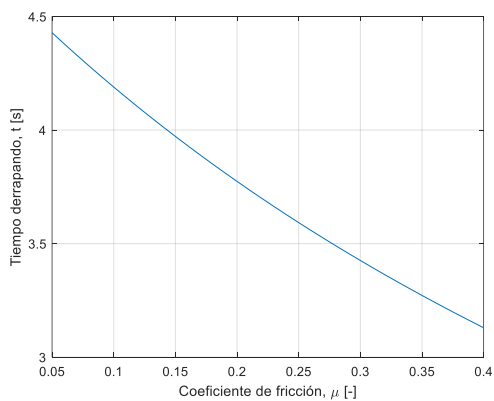
```

```

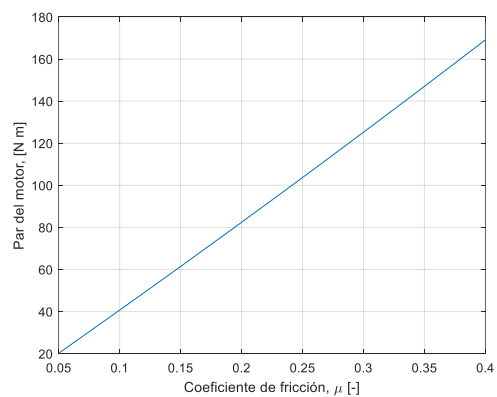
figure(3)
plot(miu_vec,Ay_vec,miu_vec,By_vec)
grid on
%title('Influencia del coeficiente de fricción en las fuerzas en la
suspensión al acelerar')
xlabel('Coeficiente de fricción, \mu [-]')
ylabel('Fuerza vertical en la suspensión, [N]')
legend('Ay Delantera', 'By Trasera', 'Location', 'best')

```

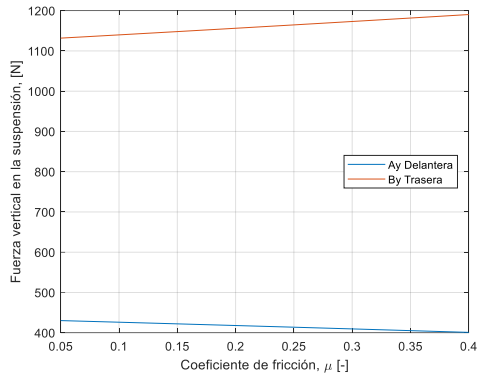
Los resultados en gráficas son:



(a)



(b)



(c)

Figura 32. Contra lo esperado, el triciclo responde mejor en la rampa que en plano (a), posiblemente al hecho de que el peso se concentra en la rueda B, lo que incrementa su tracción y mejora su tiempo al acelerar. Ello también se refleja en un menor par-motor para el arranque (b), mientras las reacciones en el segundo eje sólo disminuyen un poco (c).

2.6 Aceleración en pendiente con par de 260 Nm.

Para confirmar la capacidad del par-motor erogado por el motor propuesto (QSMOTOR 17” 8000 W 273 50H V3), también se realizó un análisis matemático con la matriz obtenida y aplicando el valor de 260 Nm. La lista de ecuaciones se simplificó y nos quedó una matriz de 9x9.

$-A_x + Fr_A + W_A \cdot \text{Sen}\theta = m_A a_{Ax}$	1)
$N_A - A_y - W_A \cdot \text{Cos}\theta = m_A a_{Ay}$	2)
$Fr_A \cdot r_A = I_A \alpha_A$	3)
$B_x - Fr_B + W_B \cdot \text{Sen}\theta = m_B a_{Bx}$	4)
$N_B - B_y - W_B \cdot \text{Cos}\theta = m_B a_{By}$	5)
$M_B - Fr_B \cdot r_B = I_B \alpha_B$	6)
$2A_x - B_x - W_C \cdot \text{Sen}\theta = m_C a_{Cx}$	7)
$2A_y + B_y - W_C \cdot \text{Cos}\theta = m_C a_{Cy}$	8)
$-2A_x h - 2A_y L1 + B_x h + B_y L2 - M_B = I_C \alpha_C$	9)

La matriz 9x9 queda de la siguiente forma...

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & m_A \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_A & 0 & 0 & 0 & -I_A / r_A \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & m_B \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_B & 0 & 0 & -I_B / r_B \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{CG} \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2h & -2L_1 & h & L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ B_x \\ B_y \\ Fr_A \\ Fr_B \\ N_A \\ N_B \\ a_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -W_A \cdot \text{Sen}\theta \\ W_A \cdot \text{Cos}\theta \\ 0 \\ W_B \cdot \text{Sen}\theta \\ W_B \cdot \text{Cos}\theta \\ -M_B \\ W_{CG} \cdot \text{Sen}\theta \\ W_{CG} \cdot \text{Cos}\theta \\ M_B \end{pmatrix}$$

Aplicamos MatLab

2.6.1 Programa en MatLab de la segunda matriz en pendiente de 28° con par de 260 Nm.

% Acometida de rampa de 28° de pendiente con un par de 260 Nm estimar la aceleración desde vacío hasta carga total

```

%% Características del vehículo
ma = 6.5; %kg
mb = 20; %kg
mcg = 230; %kg
g = 9.81; % m/s^2
ra = 0.31; % m
rb = 0.31; % m
h = 0.035; % m
miu = 0.4;
L1 = 1.29; % m
L2 = 1; % m
Ia = 0.000386; % kg-m^2
Ib = 0.0008045; % kg-m^2
%ax = 0.3 *g; % m/s^2
M= 260; % N-m
vf=80*0.27777; %m/s
theta=28*(pi/180);
%omega_b = 600*pi()/30; % vel angular rueda B (rad/s)
%v = omega_b * rb;

i = 0;

for mcg = 80:0.1:230
    i = i+1;
    %% Matriz de coeficientes
    A = [-1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, ma;
         0, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0;
         0, 0, 0, 0, ra, 0, 0, 0, -Ia/ra;
         0, 0, 1, 0, 0, -1, 0, 0, mb;
         0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 1, 0;
         0, 0, 0, 0, 0, -rb, 0, 0, -Ib/rb;
         2, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0, mcg;
         0, 2, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0;
         -2*h, -2*L1, h, L2, 0, 0, 0, 0, 0];
    b = [-ma*g*sin(theta); ma*g*cos(theta); 0; mb*g*sin(theta);
         mb*g*cos(theta); -M; mcg*g*sin(theta); mcg*g*cos(theta); M];

```

```

x = inv(A)*b
mcg_vec(i) = mcg;
ax(i)=x(9);
t(i) = vf / x(9);
%M(i) = x(8);
Ay_vec(i)=x(2);
By_vec(i)=x(4);
Ax_vec(i)=x(1);
Bx_vec(i)=x(3);

```

end

```

figure(1)
plot(mcg_vec,ax)
grid on
%title('Influencia de la masa en la aceleración con un par de 28 Nm')
xlabel('Masa del chasis y pasajeros, m [kg]')
ylabel('Aceleración del vehículo, [m/s^2]')

```

```

figure(2)
plot(mcg_vec,t)
grid on
%title('Tiempo para alcanzar 80 km/h con un par de 28 Nm')
xlabel('Masa vehículo y pasajeros, [kg]')
ylabel('Tiempo para alcanzar 80 km/h, [s]')

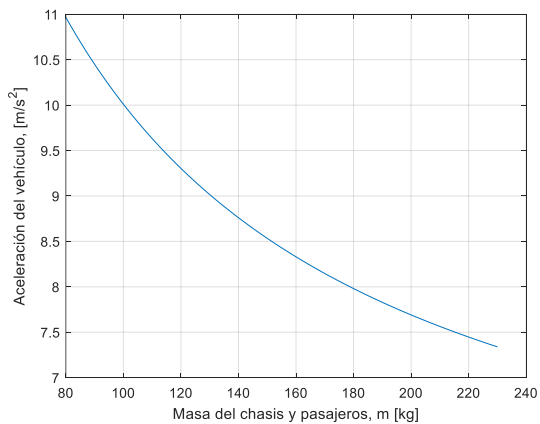
```

```

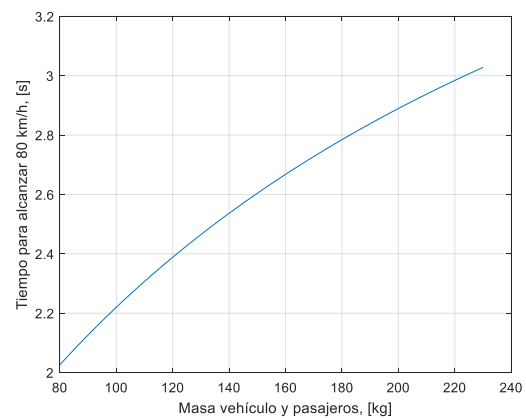
figure(3)
plot(mcg_vec,Ay_vec,mcg_vec,By_vec)
grid on
%title('Influencia de la masa en las fuerzas en la suspensión para un par
de 28Nm')
xlabel('Masa del chasis y pasajeros, m [kg]')
ylabel('Fuerza vertical en la suspensión, [N]')
legend('Ay Delantera', 'By Trasera', 'Location', 'best')

```

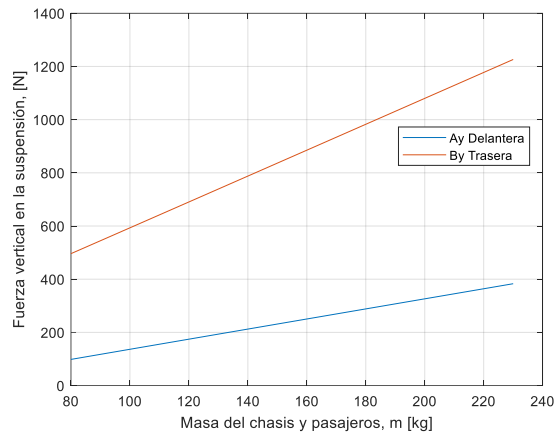
Sus resultados visibles son...



(a)



(b)



(c)

Figura 33. De nueva cuenta el triciclo acelera mejor, según estos cálculos, que en plano. La mayor concentración de la masa hacia el segundo eje favorece el mejor tiempo de aceleración (a). En consecuencia, el tiempo teórico para alcanzar la velocidad máxima (80 km/h), también se reduce por esta peculiaridad, que extrae el mayor potencial del par-motor (b). Obviamente, la reacción en el eje vertical de la rueda B es notoriamente más alta, dada la ventaja de la pendiente para el caso de aceleración (c).

3. Análisis de la suspensión.

En este segundo examen, se procede a una modelación considerando todo como un sistema vibratorio de tres masas, con sus respectivos mecanismos de resorte y amortiguador. El diagrama del modelo vibratorio queda de la siguiente manera:

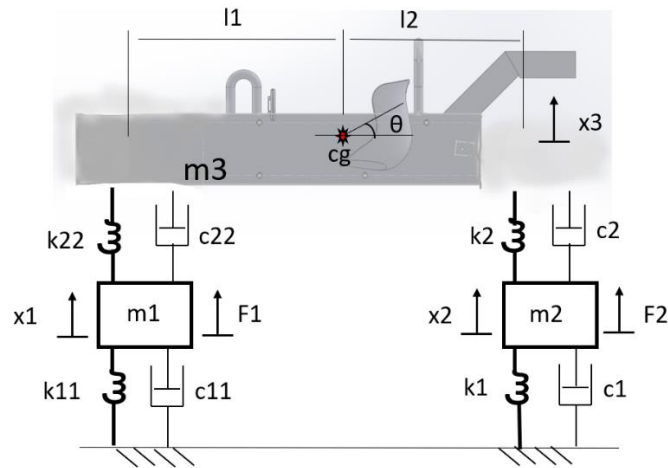


Figura 34. Modelo vibratorio del triciclo, con tres masas y cuatro grados de libertad.

El planteamiento energético quedaría de la siguiente forma:

Energía cinética	$T = \frac{1}{2} m_3 \dot{x}_3^2 + \frac{1}{2} J_{cg} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2$
Energía potencial	$V = \frac{1}{2} k_{11} x_1^2 + \frac{1}{2} k_1 x_2^2 + \frac{1}{2} k_{22} [x_3 - x_1 - l_1 \theta]^2 + \frac{1}{2} k_2 [x_3 - x_2 + l_2 \theta]^2$
Aplicamos Lagrange	$L = T - V$

Se plantean los lagrangianos de cada coordenada generalizada y su desarrollo.

$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_1} = q_1$	$q_1 = m_1 \ddot{x}_1 + k_{11} x_1 + k_{22} x_3 - k_{22} x_1 - k_{22} l_1 \theta$
$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_2} = q_2$	$q_2 = m_2 \ddot{x}_2 + k_1 x_2 + k_2 x_3 - k_2 x_2 + k_2 l_2 \theta$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_3} = q_3$	$q_3 = m_3 \ddot{x}_3 + k_{22} x_3 - k_{22} x_1 - k_{22} l_1 \theta + k_2 x_3 - k_2 x_2 + k_2 l_2 \theta$
$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = q_4$	$q_4 = J_{cg} \ddot{\theta} + k_{22} x_3 - k_{22} x_1 - k_{22} l_1 \theta + k_2 x_3 - k_2 x_2 + k_2 l_2 \theta$

Aplicamos la fórmula de trabajo para incluir a los amortiguadores y despejamos las nuevas coordenadas.

$$dW = F_1 \delta x_1 + F_2 \delta x_2 - c_{11} \dot{x}_1 \delta x_1 - c_1 \dot{x}_2 \delta x_2 - c_{22} [\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}] \delta (x_3 - x_1 - l_1 \theta) - c_2 [\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}] \delta (x_3 - x_2 + l_2 \theta)$$

Despejamos las deformaciones (δ)...

$$\begin{aligned} dW = & \left[F_1 + c_{22} (\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) - c_{11} \dot{x}_1 \right] \delta x_1 \\ & + [F_2 + c_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}) - c_1 \dot{x}_2] \delta x_2 \\ & + [-c_{22} (\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) - c_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta})] \delta x_3 \\ & + [-c_{22} (\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) (-l_1) - c_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}) l_2] \delta \theta \end{aligned}$$

E igualamos las segundas coordenadas generalizadas...

$$\begin{aligned} q_1 &= F_1 + c_{22} (\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) - c_{11} \dot{x}_1 \\ q_2 &= F_2 + c_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}) - c_1 \dot{x}_2 \\ q_3 &= -c_{22} (\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) - c_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}) \\ q_4 &= -c_{22} (\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) (-l_1) - c_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}) l_2 \end{aligned}$$

Iguamos ambas coordenadas...

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_{11} x_1 + k_{22} x_3 - k_{22} x_1 - k_{22} l_1 \theta &= F_1 + c_{22} (\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) - c_{11} \dot{x}_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_1 x_2 + k_2 x_3 - k_2 x_2 + k_2 l_2 \theta &= F_2 + c_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}) - c_1 \dot{x}_2 \\ m_3 \ddot{x}_3 + k_{22} x_3 - k_{22} x_1 - k_{22} l_1 \theta + k_2 x_3 - k_2 x_2 + k_2 l_2 \theta &= -c_{22} (\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) - c_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}) \\ J_{cg} \ddot{\theta} + k_{22} x_3 - k_{22} x_1 - k_{22} l_1 \theta + k_2 x_3 - k_2 x_2 + k_2 l_2 \theta &= -c_{22} (\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) (-l_1) - c_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}) l_2 \end{aligned}$$

...y generamos la ecuación característica de movimiento.

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_{11} \dot{x}_1 - c_{22}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) + k_{11}x_1 + k_{22}x_3 - k_{22}x_1 - k_{22}l_1\theta = F_1$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_1 \dot{x}_2 - c_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}) + k_1x_2 + k_2x_3 - k_2x_2 + k_2l_2\theta = F_2$$

$$m_3 \ddot{x}_3 + c_{22}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta}) + c_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta}) + k_{22}x_3 - k_{22}x_1 - k_{22}l_1\theta + k_2x_3 - k_2x_2 + k_2l_2\theta = 0$$

$$J_{cg} \ddot{\theta} + c_{22}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - l_1 \dot{\theta})(-l_1) + c_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2 + l_2 \dot{\theta})l_2 + k_{22}x_3 - k_{22}x_1 - k_{22}l_1\theta + k_2x_3 - k_2x_2 + k_2l_2\theta = 0$$

Ordenamos y desarrollamos las matrices de la ecuación de movimiento. Primero, la diagonal, que involucra a las masas; en este caso nos indica que puede descartarse para simplificar el cálculo.

$$\begin{pmatrix} m1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}$$

Segundo, ordenamos la matriz correspondiente a las constantes de amortiguación.

$$\begin{pmatrix} C_{11}+C_{22} & 0 & -C_{22} & C_{22}L_1 \\ 0 & C_1+C_2 & -C_2 & -C_2L_2 \\ -C_{22} & -C_2 & C_{22}+C_2 & -C_{22}L_1+C_2L_2 \\ C_{22}l_1 & -C_2l_2 & -C_{22}l_1+C_2l_2 & C_{22}L_1^2+C_2L_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$

Finalmente, determinamos la tercera matriz, en consonancia a la rigidez de los resortes.

$$\begin{pmatrix} K_{11}-K_{22} & 0 & K_{22} & -K_{22}L_1 \\ 0 & K_1-K_2 & K_2 & K_2L_2 \\ -K_{22} & -K_2 & K_{22}+K_2 & -K_{22}L_1+K_2L_2 \\ -K_{22} & -K_2 & K_{22}+K_2 & -K_{22}L_1+K_2L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \theta \end{pmatrix}$$

Con estas matrices creamos en MatLab sus respectivas soluciones y graficamos para entender el desempeño dinámico del triciclo, por lo menos en lo matemático, dando valor a sus constantes. Ello implicó investigar en varios materiales que explicarán los probables resortes y amortiguadores de ambas suspensiones [21, 22], así como el factor de amortiguamiento y rigidez de los neumáticos [22, 23].

Con las matrices obtenidas anteriormente y con los datos correspondientes al amortiguamiento y rigidez tanto de la suspensión como de los neumáticos, se procedió a crear en MatLab la resolución de todo el modelo vibratorio del triciclo.

Antes de proceder al vaciado de las matrices, debido al carácter diferencial de las ecuaciones, se tuvo que realizar un algoritmo en cálculo diferencial (derivadas), para lograr los resultados idóneos o esperados.

3.1 Programación en MatLab del modelo vibratorio de tres masas.

3.1.1 Subrutina para el cálculo de las fuerzas.

```
function dx = BaseCalculoVibraTrike(t,x)
dx = zeros(8,1);    % vector columna
% -----
% Matrices para resolver movimiento vibratorio de trike; copia
% Preparado por:
% Luis M. Palacios Pineda - Gilberto Samperio Islas
% En esta subrutina se calculan las fuerzas actuantes en las ruedas del
% trike
%
%                               Agosto de 2023
%
%%
global m1  m2  m3  L1  L2  c11 c22 k11 k22 c1  c2  k1  k2 F1 F2 Jcg
% Values of parameters
%%
m1=6.5;           % Masa ruedas delanteras en kg.
m2=20;           % Masa rueda trasera (incluye motor eléctrico), en kg
m3=80;           % Masa del chasis, sin carga, en kg.
Jcg=26.82; %56   % Inercia rotacional chasis kg-m^2.
L1=1.3;          % Distancia eje delantero al CG, en metros.
L2=1.0;          % Distancia eje trasero al CG, en metros.
c11=2*366;       % Amortiguamiento del neumático delantero, en kg/s ó Ns/m.
c22=2*50000;     % Ley de los amortiguadores delanteros, en kg/s.
k11=2*133000;   % Rigidez del neumático delantero, en N/m.
k22=2*15120;    % Rigidez del resorte de suspensión delantero en N/m.
c1=505;         % Amortiguamiento del neumático trasero, en kg/s ó Ns/m.
c2=50000;       % Ley de los amortiguadores traseros (2), en kg/s ó
Ns/m.
k1=133000;      % Rigidez del neumático trasero, en Nm.
k2=24830;       % Rigidez del resorte de suspensión trasero, en Nm.
F1 = 0;         % Excitación en la masa delantera de la suspensión
F2 = 0;         % Excitación en la masa delantera de la suspensión
%%
```

```

% Modelo matemático
%
dx(1)=x(5);
dx(2)=x(6);
dx(3)=x(7);
dx(4)=x(8);
dx(5)=(1/m1)*(F1-c11*x(5)+c22*(x(7)-x(5)-L1*x(8))-k11*x(1)-k22*x(3)+...
    k22*x(1)+k22*L1*x(4));
dx(6)=(1/m2)*(F2-c1*x(6)+c2*(x(7)-x(6)+L2*x(8))-k1*x(2)-k2*x(3)+...
    k2*x(2)-k2*L2*x(4));
dx(7)=(1/m3)*(-c22*(x(7)-x(5)-L1*x(8))-c2*(x(7)-x(6)+L2*x(8))-...
    k22*x(3)+k22*x(1)+k22*L1*x(4)-k2*x(3)+k2*x(2)-k2*L2*x(4));
dx(8)=(1/Jcg)*(-c22*(x(7)-x(5)-L1*x(8))*(-L1)-c2*(x(7)-x(6)+...
    L2*x(8))*L2-k22*x(3)+k22*x(1)+k22*L1*x(4)-k2*x(3)+k2*x(2)-k2*L2*x(4));

```

3.1.2 Rutina para las gráficas del modelo vibratorio.

```

% Programa realizado por
% Luis Manuel Palacios Pineda
% recopilado por Gilberto Samperio Islas
% Agosto de 2023
%
%
clear
clc
global m1 m2 m3 L1 L2 c11 c22 k11 k22 c1 c2 k1 k2 F1 F2 Jcg
tf=25; % Tiempo de simulación
cap_omega=0.63;

%%
[T,Y] = ode45(@BaseCalculoVibraTrike,[0 tf],[5e-2 5e-2 0 0 0 0 0 0]);

%% Gráfica de la vibración vertical 1
figure(1)
plot(T,Y(:,1))
grid on
title('Vertical vibration (x_1)','FontSize',12)
xlabel('Time [s]')
ylabel('Y [m]')
grid on

%% Gráfica de la vibración vertical 2
figure(2)
plot(T,Y(:,2))
grid on
title('Vertical vibration (x_2)','FontSize',12)
xlabel('Time [s]')
ylabel('Y [m]')
grid on

%% Gráfica de la vibración vertical 3
figure(3)
plot(T,Y(:,3))
grid on
title('Vertical vibration (x_3)','FontSize',12)
xlabel('Time [s]')
ylabel('Y [m]')
grid on

%% Gráfica de la vibración vertical 4

```

```

figure (4)
plot(T,Y(:,5))
grid on
title('Vertical vibration (tetha)', 'FontSize',12)
xlabel('Time [s]')
ylabel('Y [rad]')
grid on

```

Resultados gráficos del análisis de la cuarta matriz (9x9).

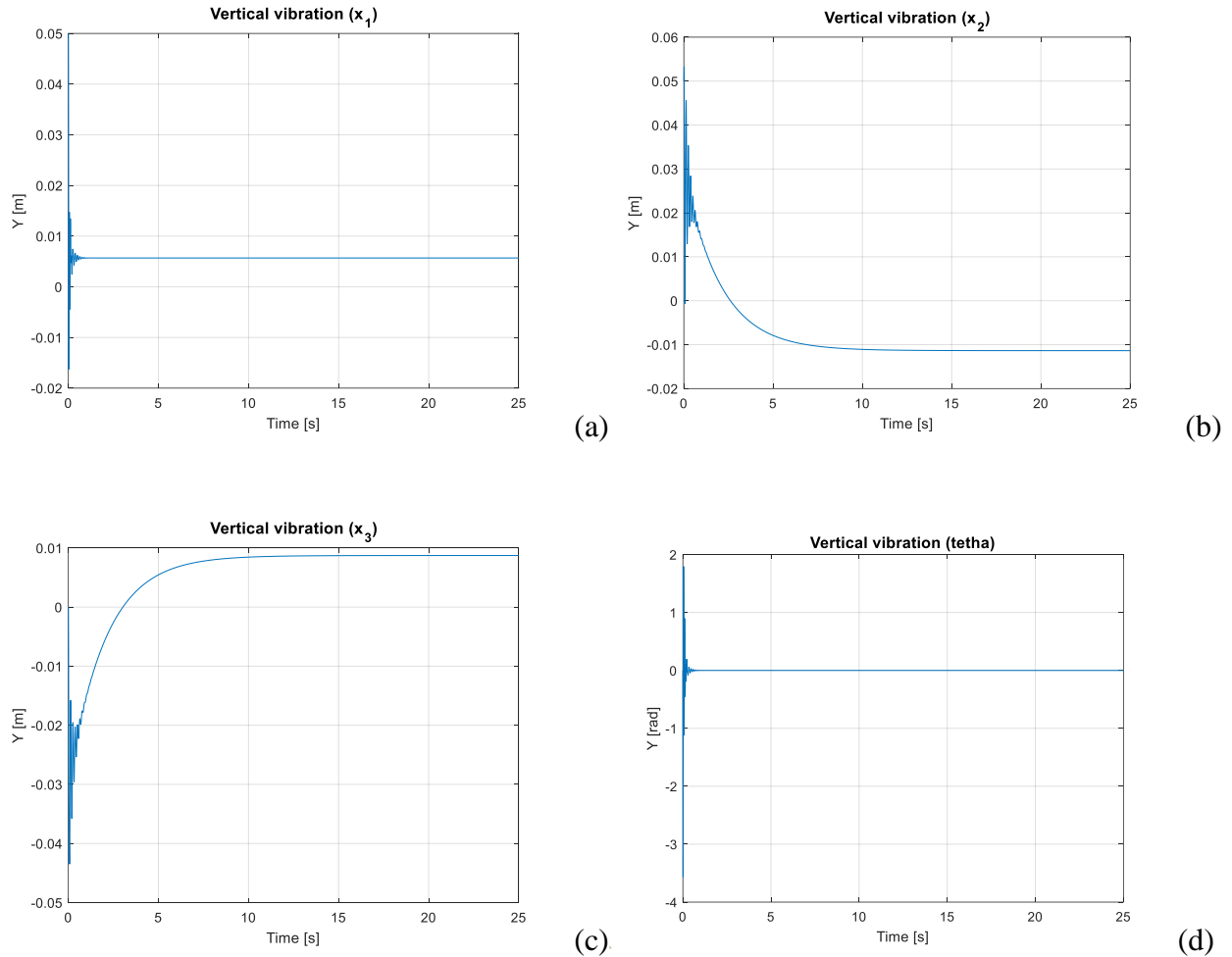


Figura 35. Dados los valores de las constantes conocidas, se pudo determinar que el modelo vibratorio tiende a lucir sobreamortiguado en las masas 1 (a) y en la vibración determinada por θ (d). En contraste, las masas 2 (b) y 3 (c), acusan sendas vibraciones ligeramente más prolongadas, aunque nada fuera de lo esperado pues en menos de 3 segundos califican a cero. Estos resultados nos dan oportunidad para jugar con otros valores tanto de amortiguación como de rigidez de la suspensión inicialmente propuesta.

4. Giro plano. (por refinar)

Ya conocidas las fuerzas en el primer plano para los primeros entornos, lo siguiente fue un análisis cinemático desde la perspectiva del triciclo en giro. Para ello, fue necesario realizar un análisis en rotación para toda la dinámica del vehículo. En primera instancia, deben considerar prioritariamente los ángulos tanto del vehículo como de las ruedas, así como la deriva del neumático, que incide en el análisis final.

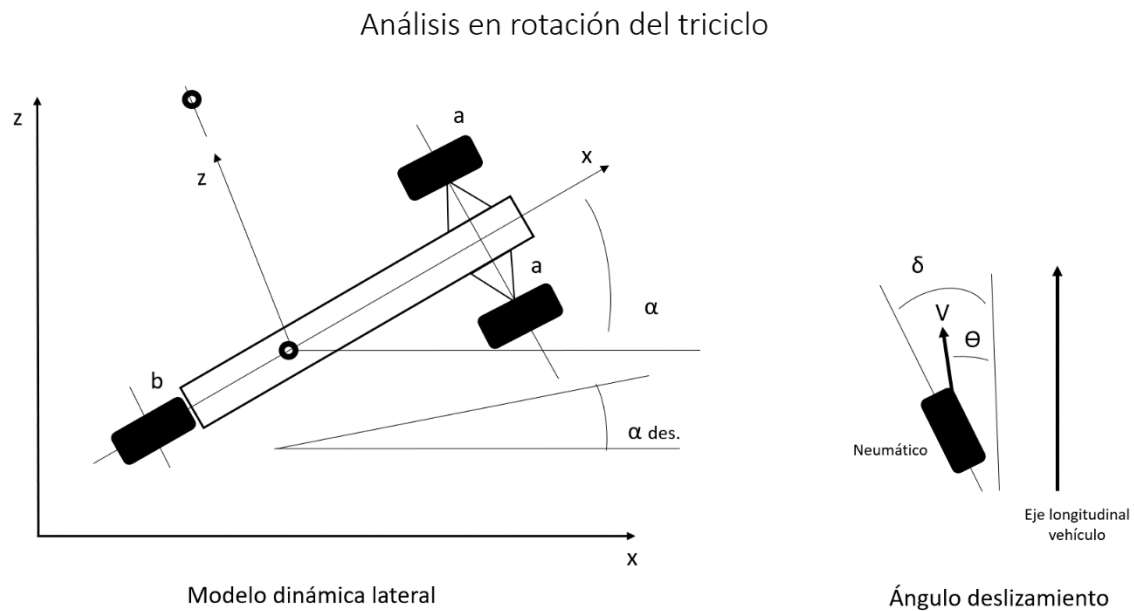


Figura 36. Análisis dinámico del triciclo en curva.

Donde:

α =Ángulo de guiñada (yaw).

α des=Ángulo deseado.

δ =Ángulo de la rueda.

Θ =Ángulo vector velocidad (V_x).

Z=Posición lateral del vehículo.

F_{ZA} y F_{ZB} son las fuerzas laterales en el eje Z de los neumáticos (a) delanteros y (b) trasero. Por lo tanto...

$$Fza + Fzb = m \cdot az$$

$$az = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

$$az = Vx \cdot \dot{\alpha} + \ddot{z} \quad (\text{ec.1})$$

Sustituimos az en la sumatoria e igualamos al momento y su aceleración...

$$F_{za} + F_{zb} = m(V_x \cdot \dot{\alpha} + \ddot{z}) \quad (\text{ec. 2})$$

$$l1 \cdot Fza + l2 \cdot Fzb = Iy \cdot \ddot{\alpha} \quad (\text{ec. 3})$$

Hay que modelar las fuerzas de las ruedas en función de los ángulos, por lo tanto:

$$\beta a = \delta - \theta va$$

$$\beta b = -\theta vb$$

(ec. 4 y 5)

β =ángulo de deriva, diferencia entre ángulo rueda (δ) y ángulo vector (Θ).

$$Fza = 2C \beta a (\delta - \theta va)$$

$$Fzb = C \beta (-\theta vb) \quad (\text{ec. 6 y 7})$$

C=Rigidez al giro de la rueda.

Aplicamos resolución para (Θ) y simplificamos (consideramos ángulos pequeños).

$$\text{Tan}(\theta_{va}) = \frac{V_z + l1 \cdot \alpha}{V_x}$$

$$\text{Tan}(\theta_{vb}) = \frac{V_z + l2 \cdot \alpha}{V_x}$$

$$\theta_{va} = \frac{\dot{z} + l1 \cdot \alpha}{V_x}$$

$$\theta_{vb} = \frac{\dot{z} - l2 \cdot \alpha}{V_x}$$

(ec. 8 y 9)

Sustituimos ec. 4, 5, 8 y 9 en 2 y 3...

$$2C\beta a(\delta - \frac{\dot{z} + l1 \cdot \alpha}{V_x}) + C\beta b(\frac{l2 \cdot \alpha - \dot{z}}{V_x}) = m(V_x \cdot \dot{\alpha} + \ddot{z})$$

$$l1 \cdot 2C\beta a(\delta - \frac{\dot{z} + l1 \cdot \alpha}{V_x}) + l2 \cdot C\beta b(\frac{l2 \cdot \alpha - \dot{z}}{V_x}) = I_y \cdot \ddot{\alpha} \quad (\text{ec.10 y 11})$$

De aquí se procederá a una serie de matrices para resolver los últimos escenarios (4 y 5), considerados al inicio de esta sección.

Para considerar la aceleración normal del triciclo, recurrimos a los valores propuestos para la estimación de radio de curvas planas en vías rápidas en México [24], de lo cual se desprende que para una velocidad máxima de 80 km/h se tiene que considerar un radio de 210 metros, lo que nos arroja una aceleración normal de 2.34 m/s².

Tabla 7. Relación de velocidades mínimas y radio de curvas circulares simples.

V_p	30	40	50	60	70	80	90	100	110
G_{max}	60°	30°	17°	11°	7.5°	5.5°	4.25°	3.25°	2.75°
R_{min}	20 m	40 m	70 m	105 m	155 m	210 m	270 m	355 m	420 m

Finalmente, este grupo de ponderaciones nos permitió conocer cómo son afectadas las uniones de las suspensiones, así como estimar, de manera calculista, las cargas que deben soportar tanto los brazos de suspensión, así como la carga que deben manejar los conjuntos resorte-amortiguador tanto de las ruedas delanteras como de la trasera. Además, ésta última conlleva un doble esfuerzo porque no sólo soporta un mayor peso por su disposición, sino que asume la masa y empuje del

tren motor eléctrico, contenido al centro de su rueda. A ello se adicionan las vibraciones y efectos residuales que las primeras ruedas no pudieran absorber en su totalidad, así como las oscilaciones siempre originadas por la variedad de pavimentos donde viaje o discurra este triciclo.

4.1 Límite o riesgo de volcadura.

Conocida la geometría del triciclo, se puede estimar el riesgo o límite de volcadura [25]. Para este primer análisis, se plantea primero que las ruedas delanteras carecen de inclinación, es decir son planas y perpendiculares al piso. No poseen el necesario ángulo de caída o camber que mejora sustancialmente sus cualidades geométricas y dinámicas. Segundo, se considera un cambio de plano xz original a uno XZ determinado por el ángulo existente entre los centros de las ruedas delanteras con la trasera (ver figura 37); este eje imaginario se convierte en el eje de volcadura o vuelco. Y tercero, se tiene la consideración de que el límite o riesgo de volcadura ocurrirá cuando la fuerza normal de la rueda delantera interna al giro se vuelva cero; es decir, despeje del suelo.

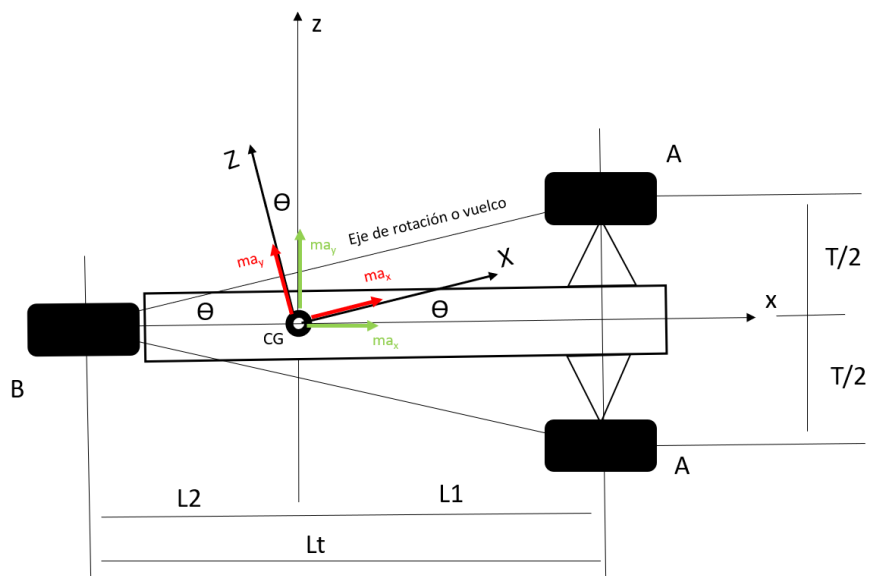


Figura 37. Análisis lateral para determinar el límite de volcadura en curva.

Conforme a esto, el momento de fuerza se define de manera vectorial de la siguiente manera:

$$M = \vec{e} \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$

Donde \vec{e} es un vector unitario que define el sentido del eje de rotación, \vec{r} es el vector distancia entre \vec{e} y \vec{F} ; éste último está basado en el principio de D'Alembert para una fuerza inercial que actúa sobre una masa suspendida y se muestra su definición en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\vec{e} &= e_i \vec{i} + e_j \vec{j} + e_k \vec{k} \\ \vec{r} &= r_i \vec{i} + r_j \vec{j} + r_k \vec{k} \\ \vec{F} &= F_i \vec{i} + F_j \vec{j} + F_k \vec{k}\end{aligned}\quad (1)$$

De este sistema de ecuaciones (1), se desprende la siguiente matriz...

$$M = \begin{pmatrix} e_i & e_j & e_k \\ r_i & r_j & r_k \\ F_i & F_j & F_k \end{pmatrix}\quad (2)$$

Como el eje de coordenadas se reubica en el CG y se realinea respecto al eje de vuelco, el plano original xz cambia al plano XZ. Ahora todo el sistema coordinado gira sobre el eje y respecto a θ . Dada la geometría establecida en la gráfica, θ es igual a...

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{T}{2Lt} \right)\quad (3)$$

En consecuencia, si repasamos el planteamiento de la figura 37, podemos inferir que...

$$\begin{aligned}ma_z &= ma_z \text{Cos } \theta - ma_x \text{Sen } \theta \\ ma_x &= ma_x \text{Cos } \theta + ma_z \text{Sen } \theta \\ ma_y &= mg\end{aligned}$$

En este nuevo eje de coordenadas, el eje de rotación es paralelo a X. Para determinar la distancia desde CG, tenemos que calcular las respectivas alturas conforme a la figura 38.

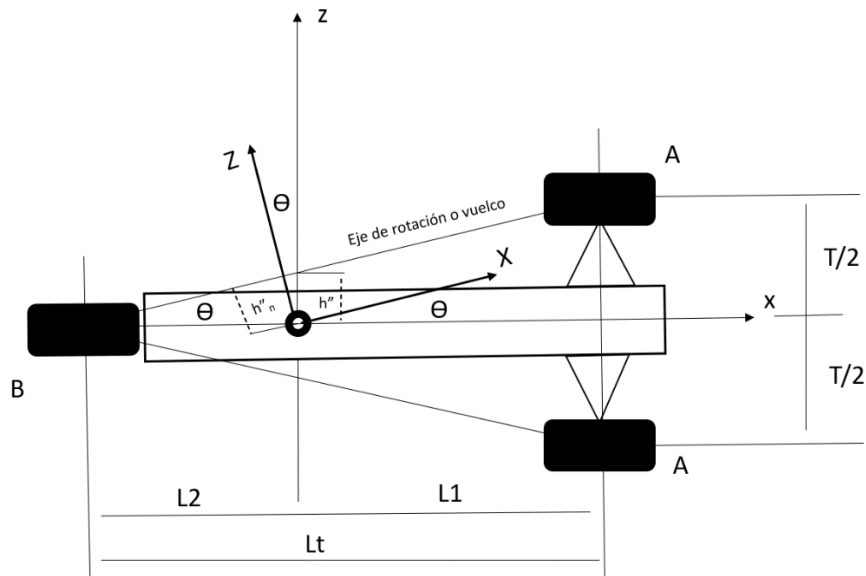


Figura 38. Determinación vectorial de la aceleración máxima en el eje z.

Por geometría obtenemos...

y despejamos h''

$$\frac{h''}{T/2} = \frac{L2}{Lt} \qquad h'' = \frac{T \cdot L2}{2Lt}$$

Como ...

sustituimos...

$$h''_n = h'' \cos \theta \qquad h''_n = \frac{T \cdot L2}{2Lt} \cos \theta$$

Y ahora consideramos la distancia en términos vectoriales...

$$\vec{r} = 0\vec{i} + H\vec{j} + h''\vec{k}$$

$$\vec{r} = 0\vec{i} + H\vec{j} + \frac{T \cdot L2}{2Lt} \cos \theta \vec{k}$$

*H=distancia al piso del CG.

Para hallar el momento respecto al eje de vuelco, retomamos las ecuaciones vectoriales originales (2), y replanteamos la matriz solución.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & H & \frac{T \cdot L2}{2Lt} \cos \theta \\ ma_x \cos \theta + ma_z \text{Sen} \theta & mg & ma_z \cos \theta - ma_x \text{Sen} \theta \end{pmatrix}$$

Cuando el momento es igual cero, es decir, ocurre el límite o riesgo de vuelco, nos queda la siguiente ecuación.

$$H(ma_z \cos \theta - ma_x \text{Sen} \theta) - (mg) \left(\frac{T \cdot L2}{2Lt} \cos \theta \right) = 0$$

Finalmente, la aceleración a_z que determina el riesgo de vuelco es...

$$a_z = \frac{H \cdot a_x \cdot \text{Sen} \theta + \frac{T \cdot L2}{2Lt} \cdot g \cdot \cos \theta}{H \cdot \cos \theta}$$

Para nuestro caso, el resultado final puede oscilar entre una a_x máxima de 0.3 g (de acuerdo a la tabla 7, con un radio estimado de 210 m y una velocidad máxima de 80 km/h ó 22.22 m/s, la aceleración tangencial sería prácticamente la misma que a_x en este caso), y una velocidad constante con $a_x=0$, por lo cual podemos aplicar nuestros valores ya dados.

Como

entonces...

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{T}{2Lt} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1.67}{2 \cdot 2.3} \right)$$

$$\theta = 19.95^\circ$$

Y tenemos...

$$T=1.67 \text{ m} \quad L2=1.0 \text{ m} \quad Lt=2.3 \text{ m} \quad a_x = 0.3g = 2.943 \text{ m/s}^2$$

$$\theta \simeq 20^\circ \quad H=0.46 \text{ m}$$

Aplicamos

$$a_z = \frac{0.46 \cdot 2.943 \cdot \text{Sen}20^\circ + \frac{1.67 \cdot 1.0}{2 \cdot 2.3} \cdot 9.81 \cdot \text{Cos} 20^\circ}{0.46 \cdot \text{Cos} 20^\circ}$$

$$a_z = \mathbf{8.779 \text{ m/s}^2 \text{ ó } 0.895 \text{ g}}$$

Si $a_x = 0 \dots$

$$a_z = \frac{\frac{1.67 \cdot 1.0}{2 \cdot 2.3} \cdot 9.81 \cdot \text{Cos} 20^\circ}{0.46 \cdot \text{Cos} 20^\circ} ; \quad a_z = \mathbf{7.708 \text{ m/s}^2 \text{ ó } 0.785 \text{ g}}$$

Como la aceleración en el eje z es muy alta para alcanzar el límite de volcadura, la seguridad del triciclo en cambios de dirección resulta considerablemente confiable. A ello hay que sumar las ventajas que otorga el uso de los ángulos de caída, que incluso en sus tamaños más pequeños [25], le confieren una mayor estabilidad al vehículo. Sin embargo, eso no lo exenta de una posible volcadura en caso de que se presentara una combinación de giro violento y frenada brusca al mismo tiempo. Aunque dados los resultados de este primer análisis, el optimismo no puede ocultarse.

5. Análisis de esfuerzos.

Para el diseño se recurrió al conocido software de SolidWorks, que no sólo facilita la creación del dibujo técnico, sino también la simulación del cómo trabajarían las suspensiones en ambos extremos de la viga. Para el cálculo numérico del chasis se utilizó el software ANSYS Student, cuyas simulaciones nos permitieron comprender y analizar las cargas y los esfuerzos principales a los que estaría sometido este chasis durante su desempeño.

En este mismo escenario, se crearon tanto los tubos de soporte como los brazos de la suspensión, así como algunos elementos de soporte de la cabina y de los asientos, con futura intención de que satisfagan los requisitos de protección de impactos frontales aplicables para un triciclo de este concepto. Estas normas definen una protección mínima contra un impacto frontal a 40 km/h (11.1 m/s). Estas exigencias son europeas (EuroNCAP para cuadríciclos) y de momento no es obligatorio cumplirlas para un vehículo de las características propuestas [26].

Sin embargo, en la previsión de una futura legislación que obligue a satisfacer un mínimo de protección, la viga dispondrá de una caja anti-impacto (crash-box) al frente, y se atiene a un impacto ocurrido a una velocidad de 10 a 12 m/s, cuya deceleración máxima al interior del vehículo no debe sobrepasar las 25 g. Esta es la velocidad máxima estimada para vehículos de cuatro ruedas de uso urbano de baja velocidad recientemente aprobada en la comunidad europea [27]. Debido a la cortedad de tiempo, este paso se posterga en la medida que se logre una buena calificación y aceptación del chasis propuesto.

Así mismo, se contempló la norma del arco contra vuelco (*roll-bar*), del reglamento de la FIA (Federation Internationale de l'Automobile, Federación Internacional del Automóvil), para vehículos monoplace de competición amateurs y profesionales de carrocería abierta. Los parámetros iniciales del *roll-bar* se ajustaron por las singularidades del diseño del vehículo propuesto, tanto por su masa y largo, así como sus características constructivas [28]. Para ello, se recurrió al sistema ANSYS Student para efectuar la simulación pertinente. En complemento, se realizaron sendas simulaciones para las otras dos consideraciones de FIA, que son cargas estáticas a lo largo del chasis, así como en su anchura. [28]

Entre otros pendientes figura la valoración completa del chasis con sus elementos de trabajo, así como la incorporación de las cargas obtenidas de los primeros análisis dinámicos en el software ANSYS para la generación de esfuerzos, distorsiones y desviaciones del chasis propuesto.

También resta culminar el análisis completo de la geometría de la suspensión, aunque ya se cuentan con valores iniciales de carga y movimiento, falta definir de manera correcta el tipo de conjunto resorte-amortiguador, del cual no existe mucha variedad en modelos virtuales de SolidWorks que ayuden con la tarea de análisis. Finalmente, falta considerar la definición más adecuada tanto del sistema de la dirección, así como de los asientos sin olvidarse de un planteamiento razonable para la cabina y su necesaria instrumentación.

5.1 Primeros resultados

Durante los primeros análisis numéricos, realizados en ANSYS, donde se aplicaba una carga de 2,000 N en el principal soporte de la cabina -donde se ubicará la base del asiento-, se pudo constatar que la viga central soportaba muy bien y nos dio la pauta para considerar una lámina más delgada. Por lo tanto, se procedió a rediseñar la viga con este menor espesor (de 6 mm a 3 mm, ó de ¼” a ⅛”), para observar su comportamiento bajo estas nuevas dimensiones.

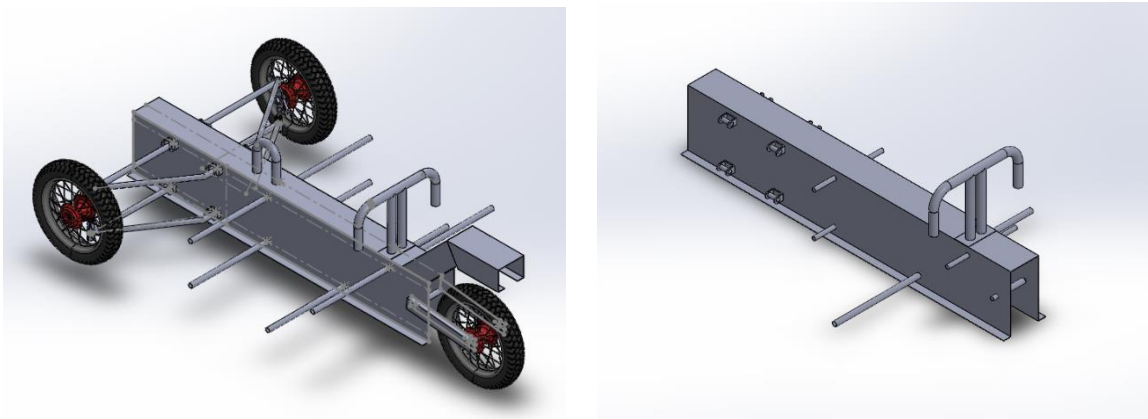


Fig. 39. Boceto preliminar del chasis rodante. Fig. 40. Geometría final del chasis analizado (Parasolid).

También se revisó la geometría de la suspensión delantera, la más exigida en términos dinámicos. La valoración fina ha tenido algunos contratiempos debido a la dificultad para establecer la medida adecuada de algunas piezas, que en un principio se consideraron de origen comercial disponible. Por lo tanto, hasta el momento de esta publicación no se cuenta con ningún tipo de simulación de la suspensión por la obligada y correcta definición de piezas claves como las rotulas, las manguetas o husillos de las ruedas frontales. A ello, hay que sumarle el refinamiento de algunos ensambles debido a la posible interferencia de movimientos entre piezas.

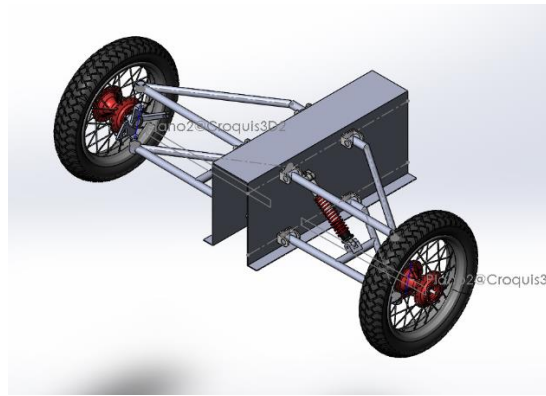


Figura 41. Boceto parcial de la suspensión delantera (SolidWorks).

Gracias al software ANSYS, se realizó un primer análisis de carga sobre la estructura principal del triciclo. Concretamente, se analizó el soporte principal de los asientos, donde se simuló una carga de 2,000 N, equivalente a 200 kg de masa máxima por ambos asientos (una persona común supone una masa de 75 kg), a lo largo de la tubería donde se apoyarán los asientos.

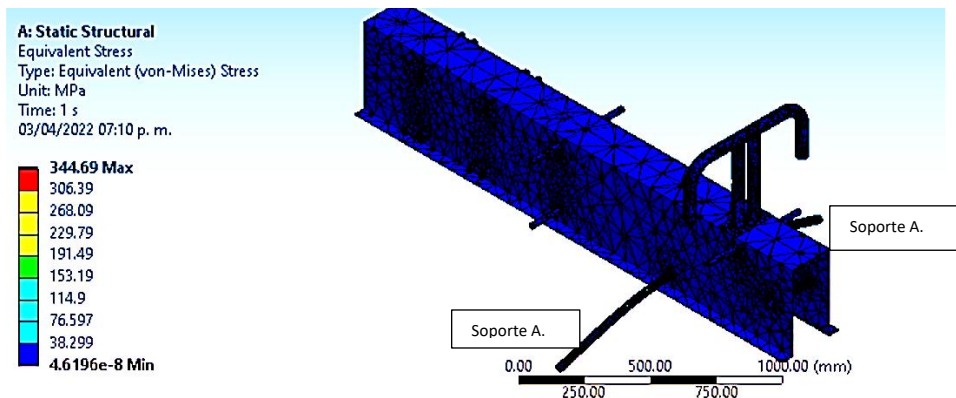


Figura 42. Esfuerzo Von-Mises del soporte A.

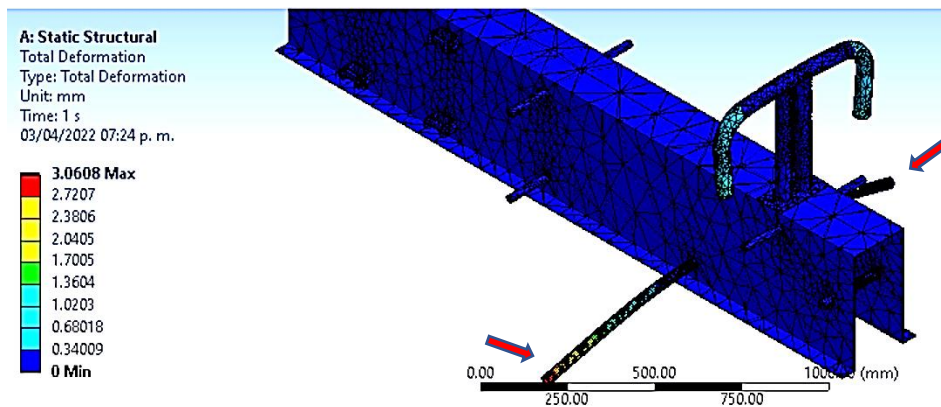


Figura 43. Deformación en el extremo del soporte A.

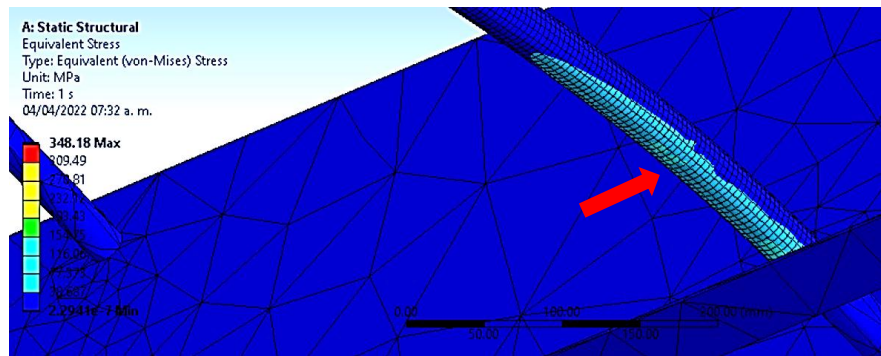


Figura 44. Detalle del soporte bajo carga de 2 kN.

Para el caso de los tubos principales de la cabina (A), con una carga distribuida en ambos soportes de 2,000 N, se halló un esfuerzo máximo a la flexión de casi 116 MPa (figura arriba), aunque sólo fue detectable en un punto crítico y no se extendió de manera peligrosa al resto del tubo. Mientras tanto, la deformación al extremo del tubo que funge como soporte, fue de 3 mm, sin que la viga central presentara alguna deformación mayor que la apreciada.

Acto seguido, se hizo una simulación de carga máxima que debe soportar el arco protector contra volcadura, mejor conocido como *roll-bar*. Conforme la norma FIA para vehículos abiertos de competencia de corte amateur y semiprofesional [28], éste debe soportar una carga estática máxima igual a 7.5 veces la masa total del vehículo.

En el diseño preliminar, de acuerdo con nuestra primera propuesta realizada íntegramente en el software de diseño SolidWorks, la masa del triciclo realizado en placa de acero estructural (A36), con un espesor de 3 mm (1/8") y formas expresadas en la figura 37 fue de 98 kg. Este dato es exclusivo del chasis con sus extensiones, soportes y ruedas. Si consideramos que la masa del motor eléctrico alojado en la tercera rueda oscila entre los 20 y 25 kg (QSMOTOR 17" 8000 W 273 50H V3, conforme a catálogo de fabricante, QSMOTOR, China), y la masa de las baterías fue estimada en 30 kg (se calcula una masa promedio de 6 kg por 1 kWh; se considera una capacidad en batería de ion-litio de por lo menos 5 kWh). A este primer total se le sumaron unos 10 kg de masa extra por los elementos faltantes como asientos, mecanismo de dirección, frenos y carrocería.

De esta manera, la masa total del vehículo estaría en la vecindad de los 160 kg. Por lo tanto, la carga que se aplicó en la simulación al *roll-bar* fue de 11,770 N, equivalente a 7.5 veces la masa total del vehículo conforme la norma FIA. Asimismo, se procedió a la simulación de las otras dos condiciones que exige FIA para chasis de vehículos deportivos mediante carga estática. Se considera una carga equivalente a 5.5 veces la masa del vehículo aplicada en su eje longitudinal;

esta sentencia arrojó un valor de 8,635 N aplicada en su frontal. Mientras, para el eje transversal del chasis se espera que soporte una carga de 1.5 veces esa misma masa, lo que se corresponde con una carga de 2,355 N. Todas las cifras son tentativas en ocasión de que falta por definir con precisión el tipo de motor a usar, las baterías definitivas, así como otros accesorios y equipos menores inherentes al buen desempeño del triciclo, una tarea desafiante en el corto plazo.

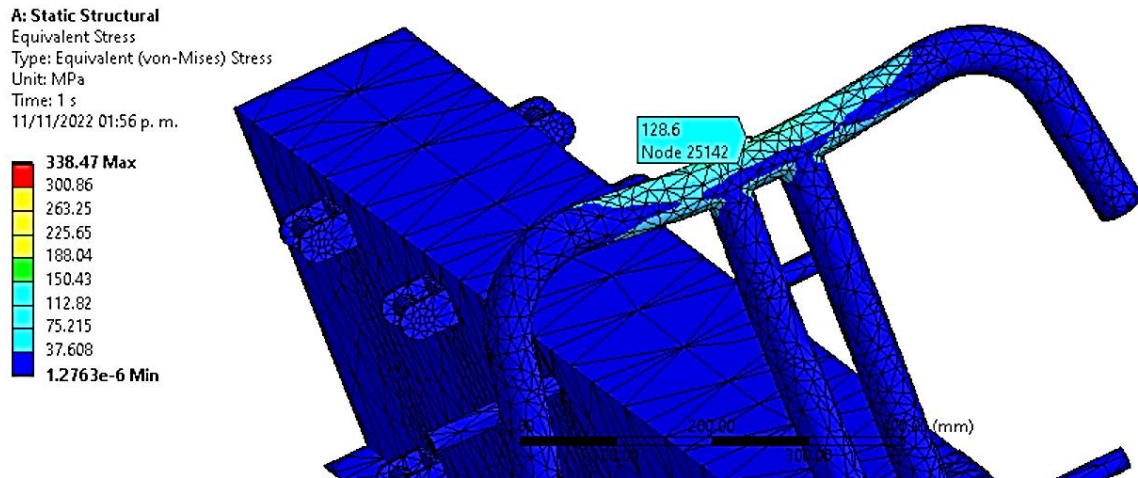


Figura 45: Valoración del arco contra vuelcos (roll-bar), con carga máxima de 11.77 kN.

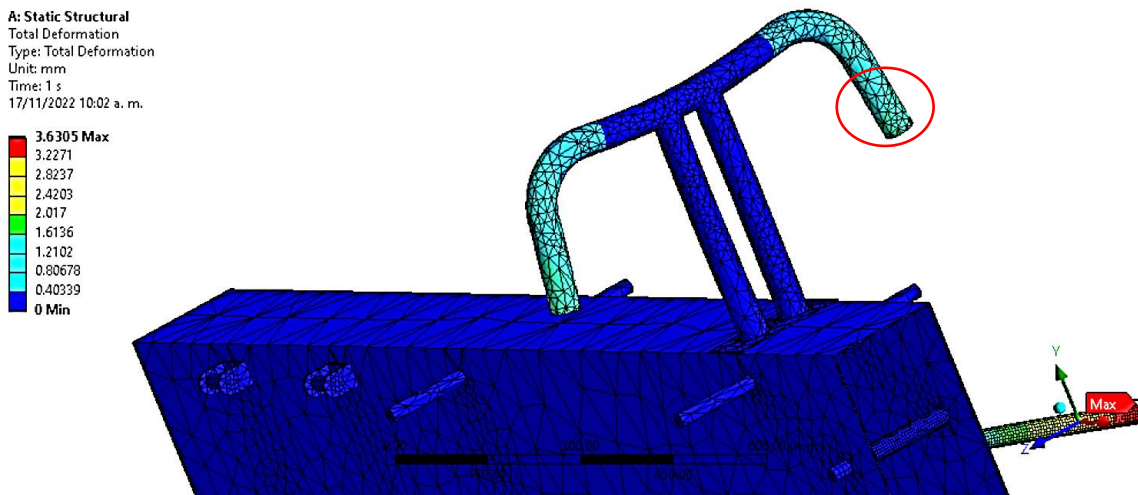


Figura 46. Deformación del roll-bar bajo carga de 11.7 kN junto a la deformación del poste A bajo carga de 2 kN.

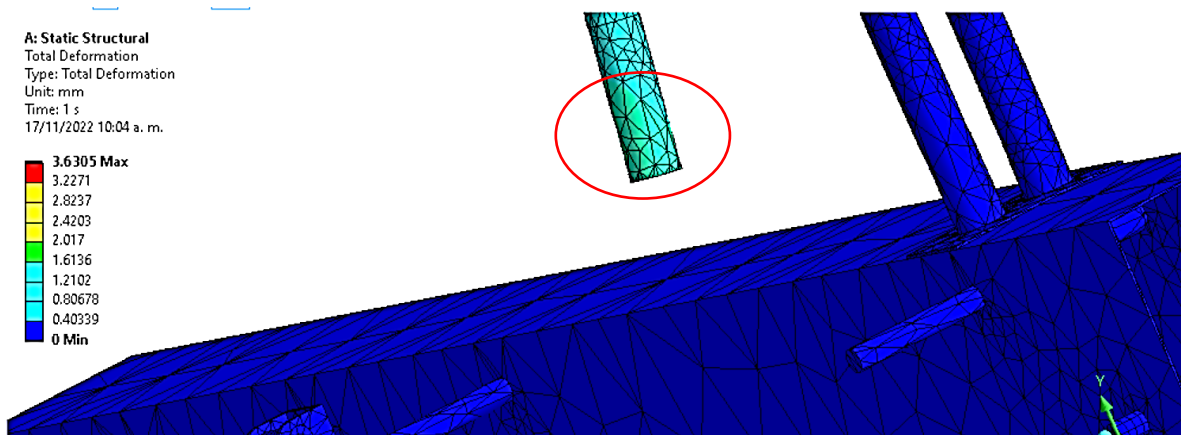


Figura 47. Detalle de la deformación del roll-bar bajo carga de 11.7 kN.

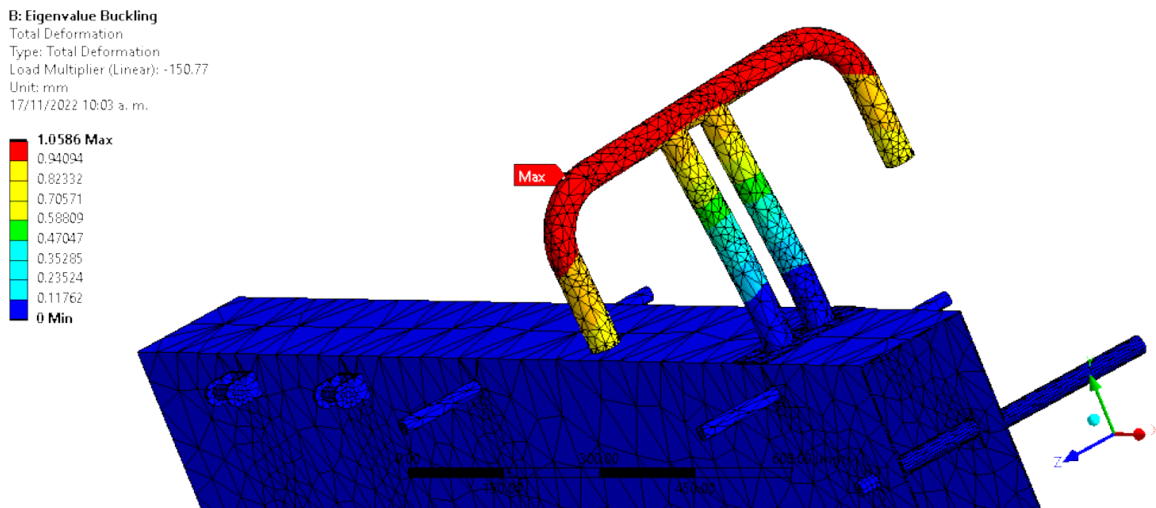


Figura 48. Deformación por pandeo del roll-bar sometido a carga de 11.7 kN.

Debido a los buenos resultados iniciales, se aplicó también un análisis de pandeo debido a que la viga posee falda larga (400 mm) y puede presentar esta situación. Así, el esfuerzo máximo apreciado en el centro del arco contra vuelcos fue de 128 MPa (figura 45), mientras la deformación cuando se aplicó la carga de 11.7 kN al *roll-bar* fue de apenas 1.05 mm, ocurrida en la zona curva del arco (figura 46). También se apreció una deformación inferior a los 2 mm en las puntas de los extremos del *roll-bar* (figura 46 y 47).

Finalmente, se realizó una segunda revisión de todas las cargas en conjunto para verificar si no existía algún esfuerzo extraordinario en el primer análisis de este chasis.

A: Static Structural
 Total Deformation
 Type: Total Deformation
 Unit: mm
 Time: 1 s
 17/11/2022 10:04 a. m.

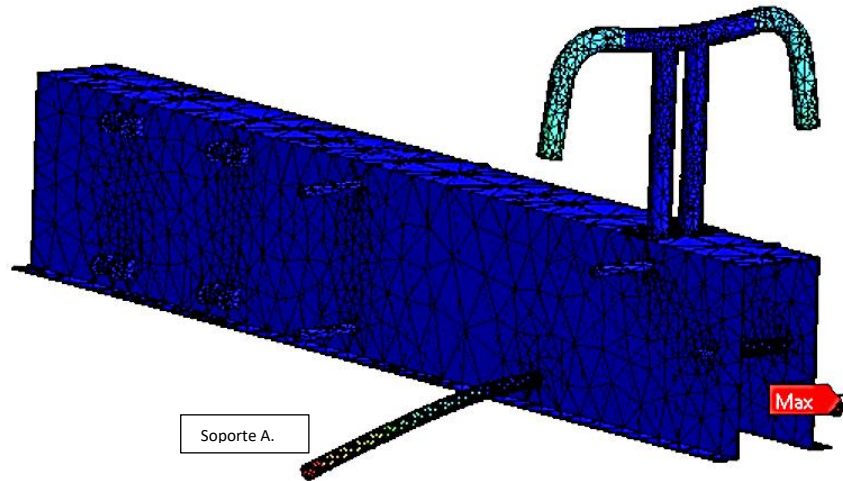
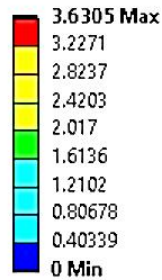


Figura 49. Combinación de esfuerzos en los soportes A (carga de 2.0 kN) y el arco contra vuelcos (carga de 11.7 kN).

Ya resuelta la viabilidad del chasis dada la consideración de la carga más exigente (la del roll-bar), se procedió a la valoración de las otras dos cargas, analizadas en su eje longitudinal y transversal.

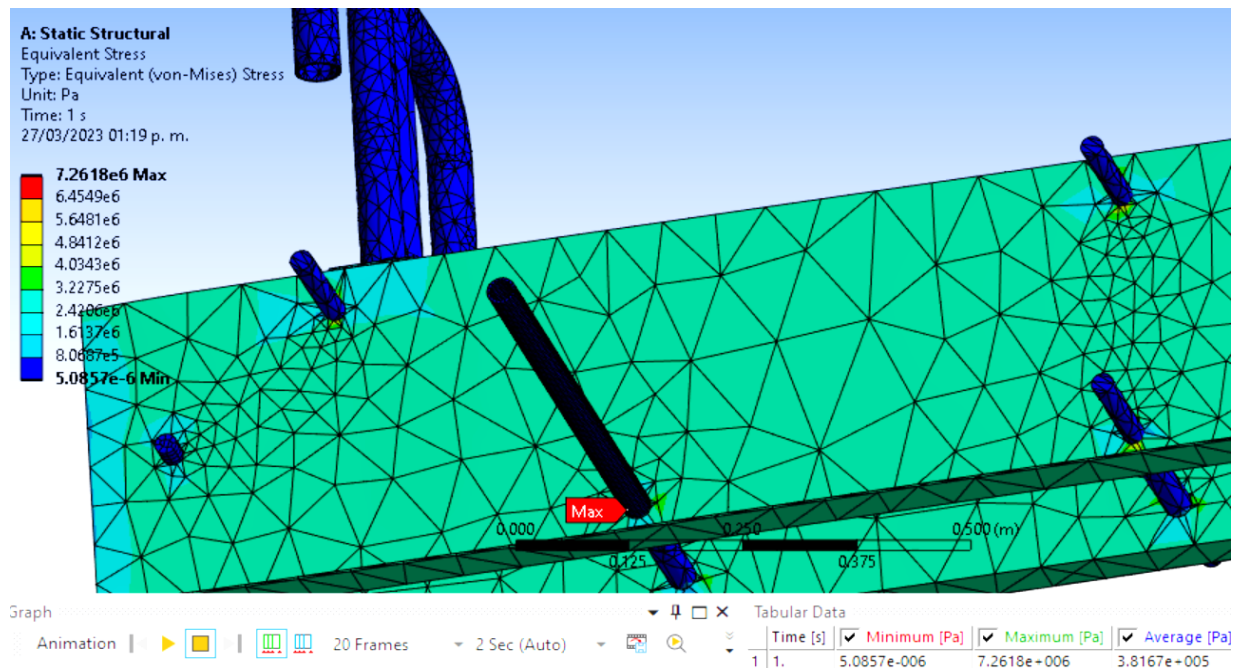


Fig. 50. Bajo una carga de 8.6 kN el esfuerzo longitudinal sólo afectó el soporte A del asiento. Su resultado fue de 7.2 MPa.

También se realizó el análisis de la deformación en el eje longitudinal.

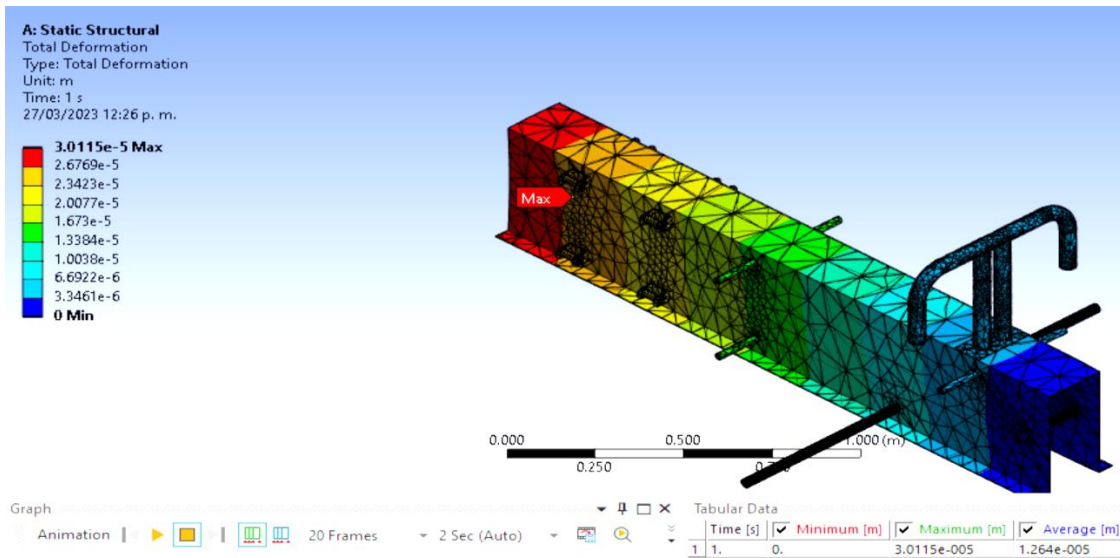


Fig. 51. En cuanto a la deformación de la viga bajo la carga de 8.6 kN, fue muy reducida.

A continuación, la simulación de carga transversal aplicada en el soporte A (2.3 kN), elemento crítico para la resistencia mecánica del vehículo, arrojó resultados muy satisfactorios.

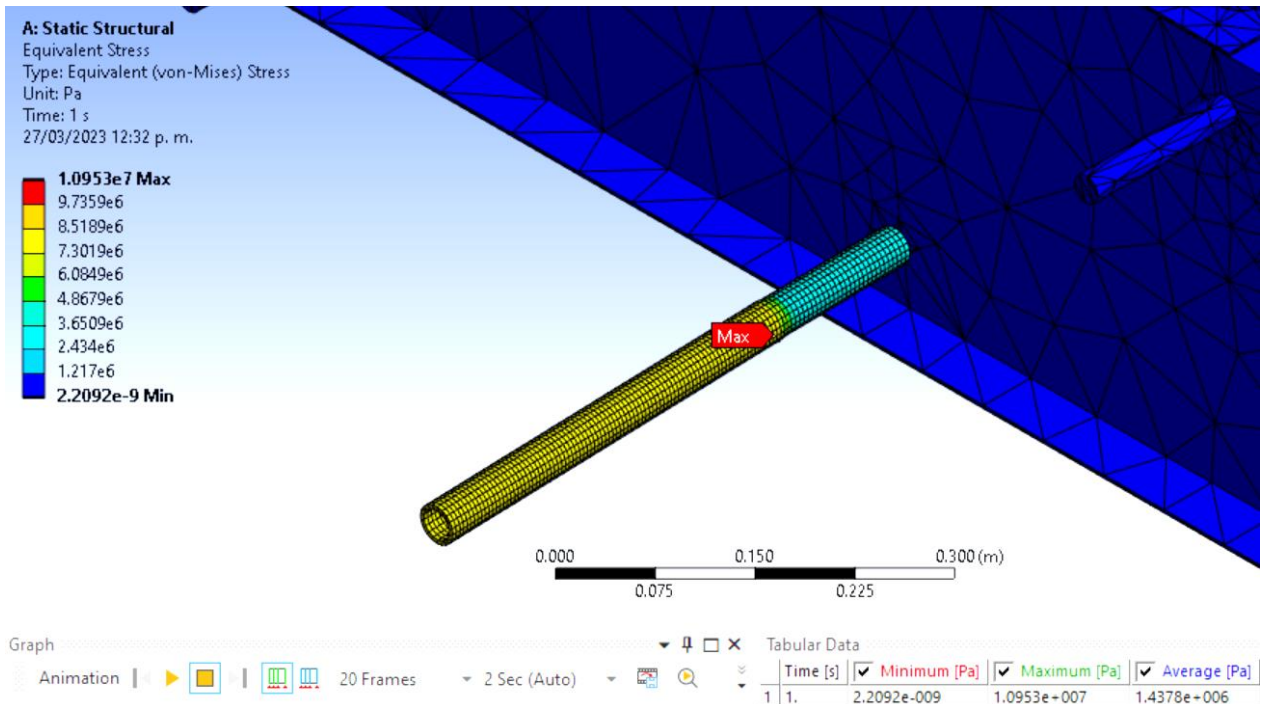


Fig. 52. El esfuerzo de la barra es satisfactorio con un valor de casi 11 MPa.

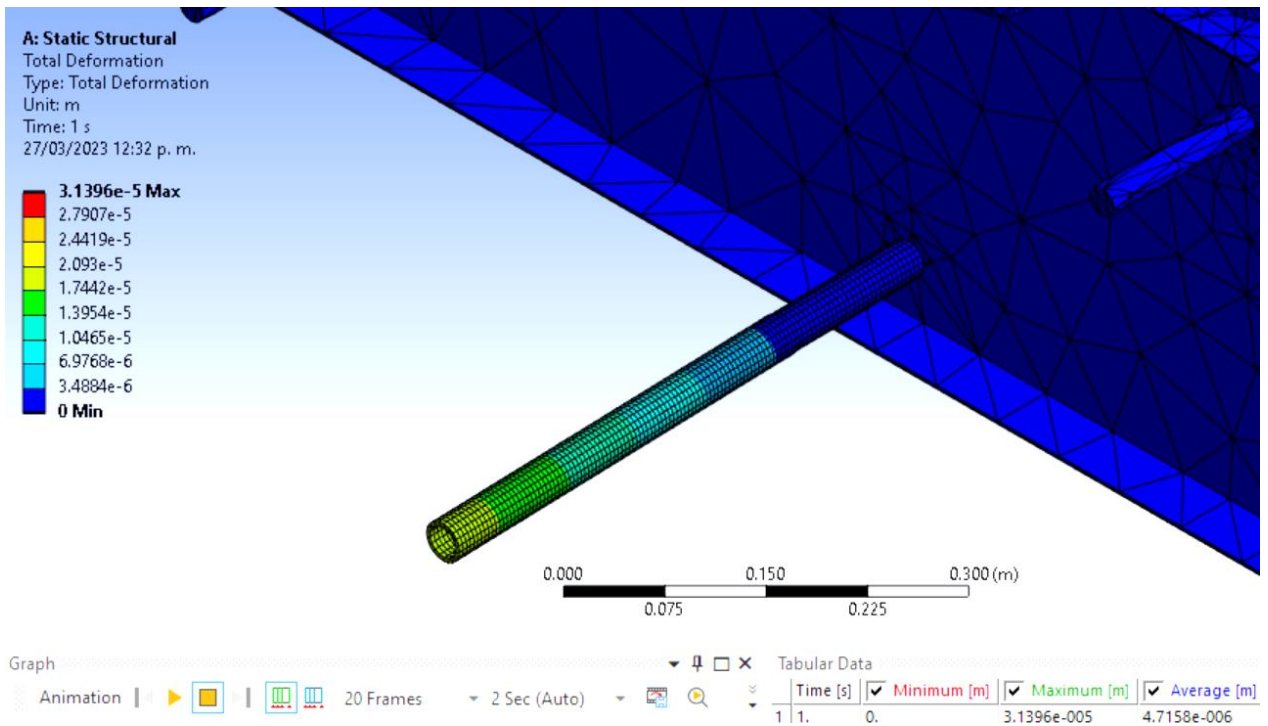


Fig. 53. La deformación máxima también quedó dentro los parámetros de seguridad esperados.

Por su característica, se realizó una simulación de pandeo al soporte A para corroborar su diseño.

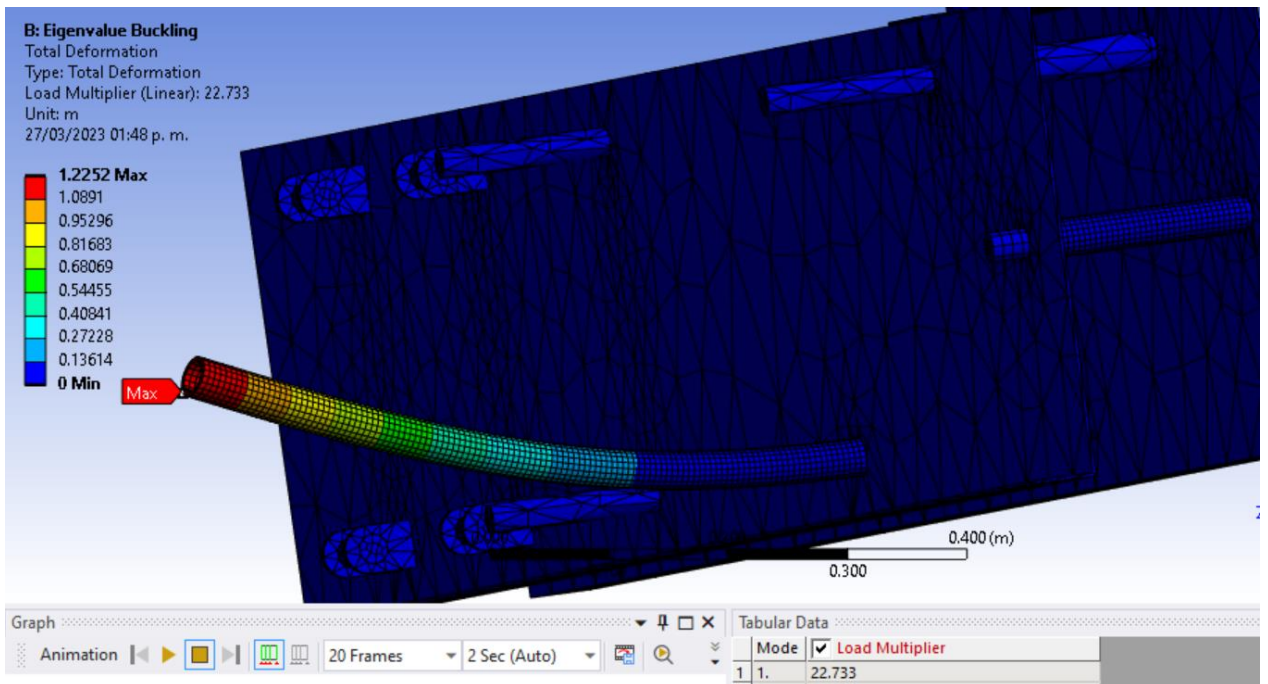


Fig. 54. Con poco más de un milímetro de deformación, el soporte A cumple con el diseño.

Gracias a los resultados obtenidos de los análisis en MatLab respecto a su dinamismo, se procedió a una simulación de una carga aproximada bajo frenada en los puntales inferiores de la suspensión.

Conforme la designación de A_y igual a 620 N y una distancia entre los brazos de suspensión aproximada en 60 cm, se estimó un momento de 370 Nm. Al mismo tiempo, se realizó una simulación de la suspensión trasera, donde la carga de la fuerza B_x y B_y en la articulación de los brazos basculantes es de unos 1,900 N y 1,020 N, respectivamente.

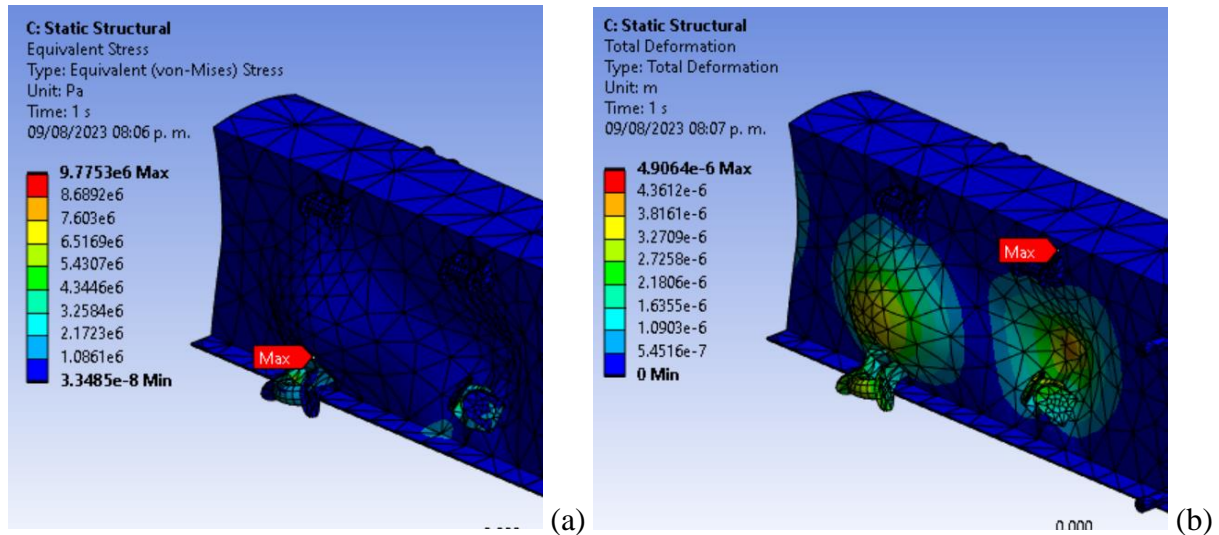


Fig. 55. Pese la distorsión exagerada de la simulación, el esfuerzo máximo en los pivotes de la suspensión fue de 9.7 MPa (a). La deformación de la suspensión también es inferior al milímetro (b).

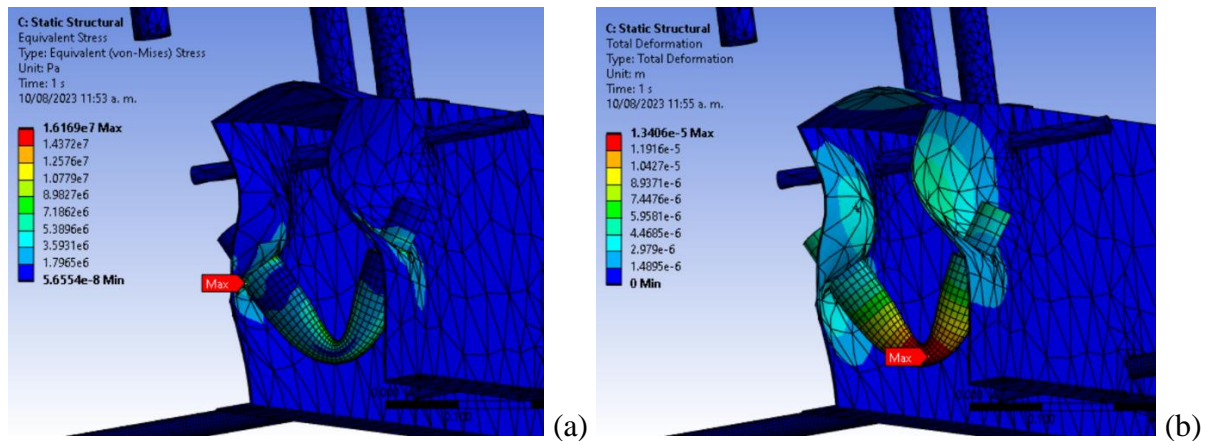


Fig. 56. Análisis del esfuerzo en el eje de articulación de la suspensión trasera. Su valor de 16.1 MPa luce competente (a). Y la deformación es muy reducida, pese la distorsión exagerada de ANSYS (b).

Uno de los temas postergados fue el funcionamiento de la suspensión delantera, que por su complejidad amerita un análisis más profundo. De hecho, para la confección numérica de este primer sistema se realizó un boceto digital sólo de la primera parte del chasis con los largos brazos de la suspensión y el uso de una mangueta de origen comercial. En este último punto, la transferencia digital de este equipo no fue sencilla, pues las exigencias dinámicas y funcionales del

triciclo -tanto por la masa considerada como la carga útil a llevar-, obligaron a considerar una mangueta de uso pesado. Esta misma directriz aplicó para otros elementos de la suspensión como las rótulas -primero se hizo un diseño simplificado para apreciar el funcionamiento cinemático/cinético de la suspensión-, como del conjunto resorte-amortiguador, que también debe calificar para servicio pesado, siempre en el tenor de que hablamos de componentes para motocicleta, siendo las motopartes correspondientes a variantes ATV o de cuatro ruedas las que mejor aplican para este requerimiento.

Desafortunadamente, por tema de tiempo en la consecución de las formas lo más precisas posibles, así como la ausencia de un modelo del conjunto resorte-amortiguador que funcionara para los tamaños y exigencias propuestos, se volvió tedioso esta parte del análisis, por lo cual apenas se creó el dibujo ya con sus grados de libertad necesarios. Es necesario retomar el punto clave del grupo resorte-amortiguador, para lograr una simulación más fidedigna de la suspensión delantera.

En consecuencia, para efectos calculistas, se creó un nuevo conjunto de resorte-amortiguador para resolver el tema del análisis de la suspensión delantera. Y se crearon las protecciones que montará el triciclo para ofrecer una mínima seguridad en caso de impacto lateral y frontal. Ello explicado en la creación de una caja muy simple pero necesaria para proteger los pies. También se confeccionó sendas láminas protectoras laterales, para que los usuarios no queden expuestos a un serio impacto transversal. En primera instancia, estas serían elaboradas en espuma de aluminio [29] o algún plástico resiliente como el poliestireno o el polímero D30 [30].

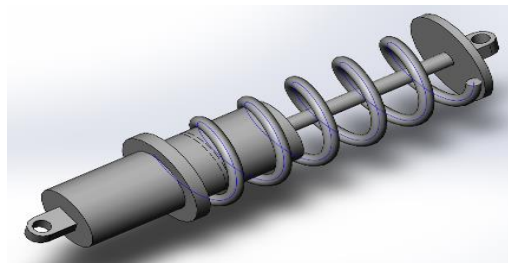


Fig. 57. Boceto del conjunto resorte amortiguador

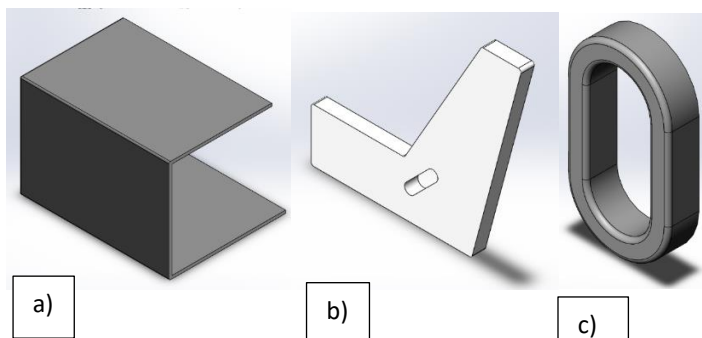


Fig. 58. La protección para pies (a) y las laterales (b), se proponen en materiales ligeros y resistentes a los impactos, como acero inoxidable, poliestireno o polímero D30. El parachoque frontal (c), debe ser elaborado en poliestireno de alta densidad o espuma de aluminio.

6. Chasis para triciclo biplaza eléctrico

Superadas las expectativas iniciales del análisis matemático, del modelo vibratorio y las primeras simulaciones en ANSYS exigidas por los estándares regidos por FIA, así como su obligada valoración mediante las fuerzas obtenidas por aquellos cálculos, siguió la pauta para generar el chasis armado en su totalidad en su primera versión de la propuesta.

Entre los primeros elementos a crear fueron los postes A, que dan soporte al asiento. Para evitar duplicación de partes, los postes C, que generan el espacio para protección de los pies, conservan las mismas dimensiones y material de estos primeros postes. Su diseño es muy básico pero normalizado para evitar maquinados adicionales.

Luego se construyeron los triángulos de la suspensión delantera. En apariencia son simétricos pero el triángulo superior es ligeramente más corto (unos 20 mm), para crear una geometría apta para la conducción a velocidades medianas, en el caso de que se pudieran presentar a futuro.

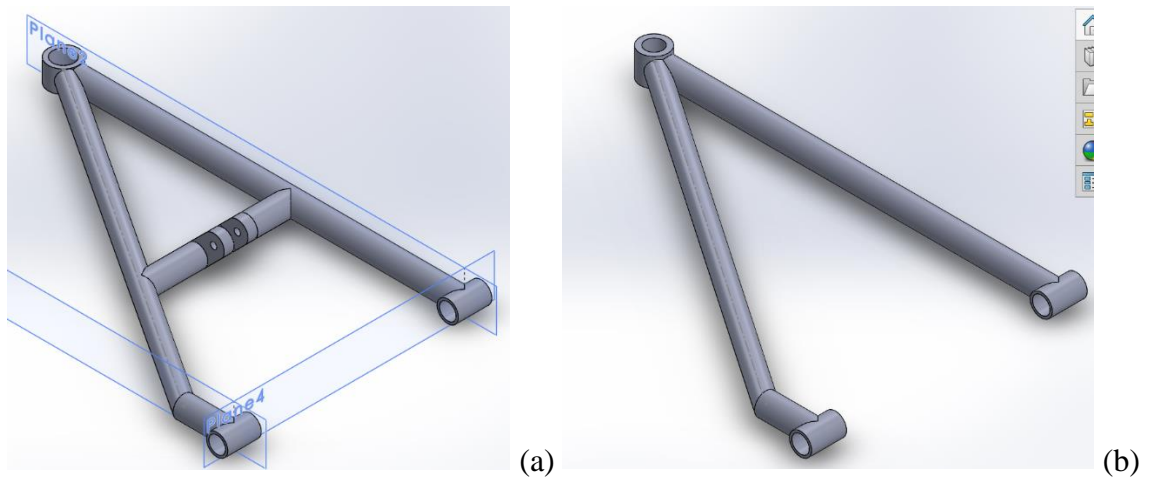


Fig. 59. El diseño de la suspensión delantera obligó a crear triángulos de longitud apenas diferente, ($a > b$), pero suficiente para obtener una geometría válida para el triciclo.

Los brazos oscilantes de la suspensión trasera son también muy simples, algo más robustos por el tema de que soportan tanto un buen porcentaje de la masa detrás del centro de gravedad como el peso y vibraciones del motor eléctrico, que por sus características se ubica al interior de la misma rueda trasera.

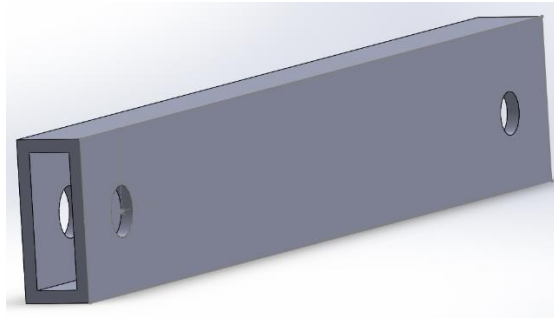


Fig. 60. Los brazos de la suspensión trasera son más simples pero robustos.

Ya en la consideración del chasis, se diseñó el soporte del eje trasero, una especie de cuello de cisne que debe tener el mismo ancho del chasis. Inicialmente se pensó fabricarlo en dos partes, pero gracias al SolidWorks, pudo crearse un modelo útil a partir de una placa de acero. Eso reduciría mucho tiempo y preparación en términos de manufactura.

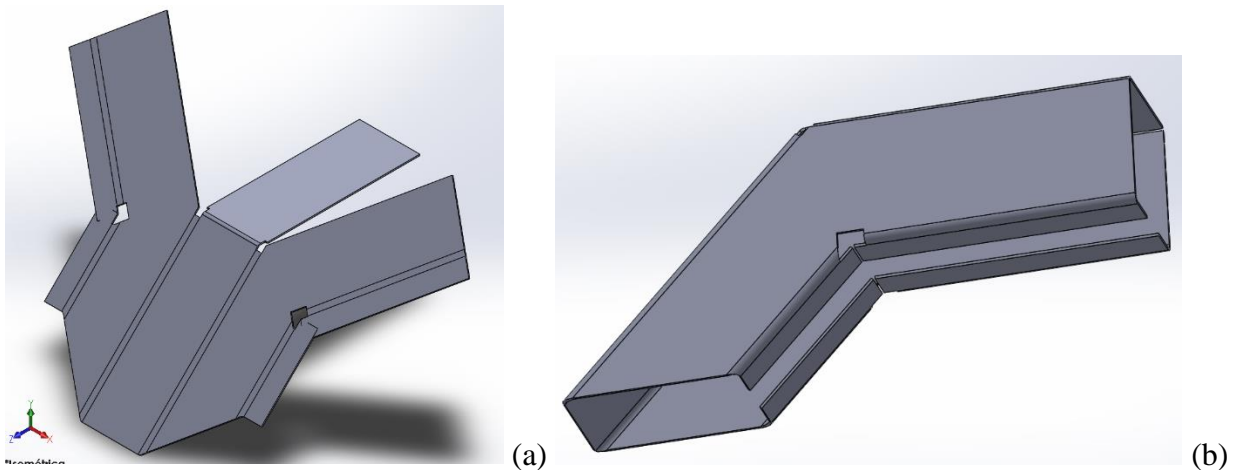


Fig. 61. El soporte superior de la suspensión trasera fue concebido como una sola placa (a), con dobleces relativamente sencillos de fabricar (b).

En este orden de ideas, se valoró la creación de la barra contra vuelcos o *roll-bar*. Debido a que la carga de impacto que pudiera recibir deje muy limitada su capacidad de absorción en caso de volcadura, se optó por realizarla de dos tubos principales junto a dos especies de cabeceras alargadas transversalmente que ayudan a proteger la cabeza de los usuarios. A manera de complemento, se agregó un pequeño tubo en U en la zona delantera del chasis para que cumplimente el mínimo espacio que proteja a los usuarios conforme las reglas de FIA para coches de carrocería abierta.

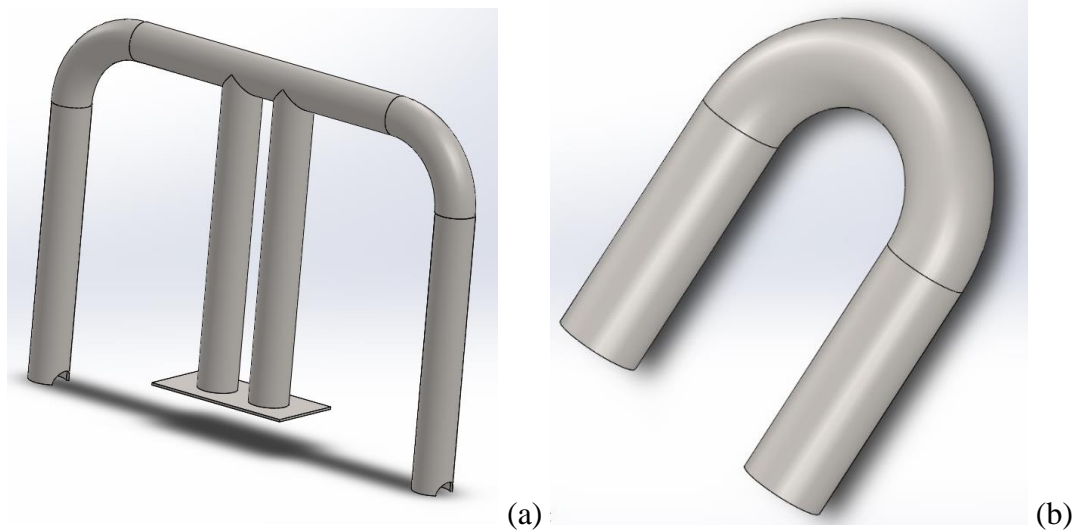


Fig. 62. Las barras contra vuelco (roll-bar), apunta a ser largas pero robustas, para ofrecer una muy buena protección a los ocupantes del triciclo. (a) Roll-bar principal, (b) mini roll-bar.

6.1 Otros aportes

Para ahorrar tiempo en el diseño, se aprovecharon algunos bocetos de la página GrabCAD, un foro patrocinado por los creadores de SolidWorks, que facilitaron en un principio el ensamble y redujeron tiempo a la propuesta de diseño. Estos elementos fueron las manguetas de la suspensión delantera, los asientos, los amortiguadores, el volante y las ruedas. Pero dada la singularidad del diseño, es posible que haya que generar una segunda mangueta para la suspensión delantera pues el acomodo de las rotulas, así como el análisis de la misma suspensión no ha sido posible por el menor tamaño de esta. Además, los amortiguadores hallados en GrabCAD son fijos y se requieren unos modelos dinámicamente funcionales. En cuanto a las ruedas, sólo se usaron a como referencia porque las delanteras deben ajustarse a una mangueta de ATV o cuadriciclo, mientras la trasera debe revisarse debido a su singularidad de incluir el propulsor eléctrico dentro de su misma.

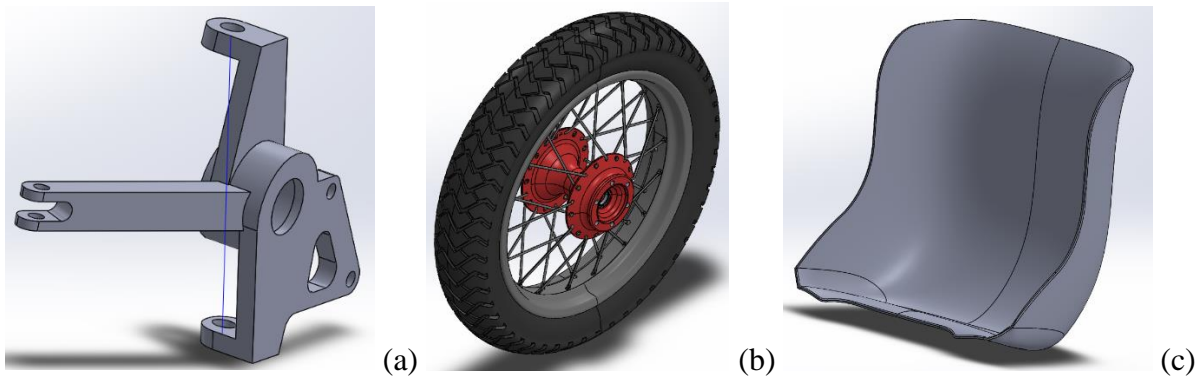


Fig. 63. La mangueta (a), las ruedas (b) y el asiento (c), son bocetos gratuitos de GrabCAD.

6.2 El montaje

Ya con las partes principales generadas y definidas, se procedió al ensamble de todo el conjunto, quedando el armado hasta el punto representado en el siguiente dibujo. Todavía hay que trabajar tanto el tema de los amortiguadores y las manguetas, sin olvidarnos de las ruedas, así como los otros sistemas que permitan una funcionalidad total del triciclo, entendiéndose por ello el sistema de dirección y frenado. Para el primero se está valorando un sistema de bieletas muy básico o de plano una dirección mecánica ya producida como la observada en miniautos urbanos. Para cerrar, el equipo de frenos debe provenir de algún vehículo ATV o cuatriciclo (también llamado quad), lo cual requiere una revisión fina para mantener la efectividad de este sistema hidráulico.

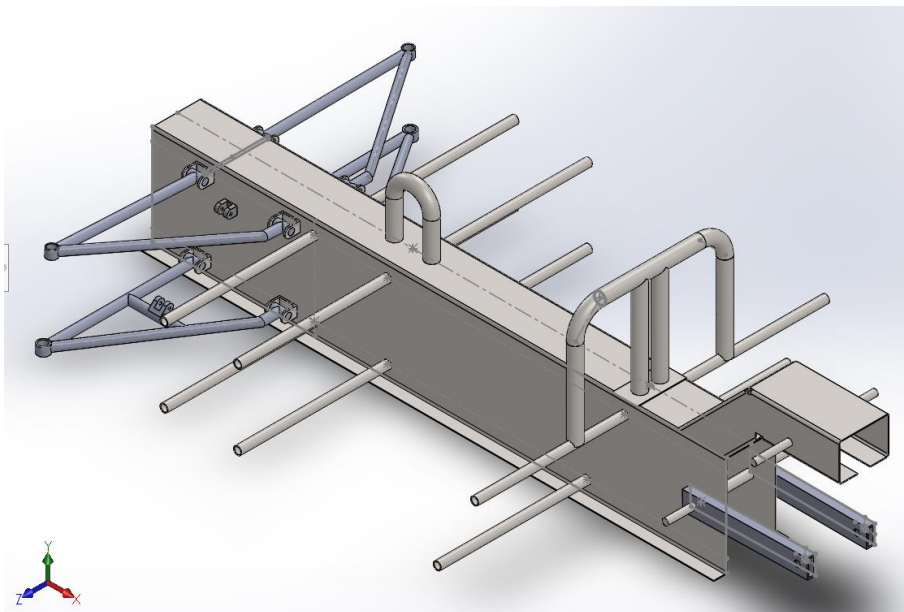


Fig. 64. El ensamble del triciclo se ha pospuesto por la falta de piezas más fidedignas al concepto funcional del triciclo. Las manguetas y los amortiguadores tienen que trabajarse más.

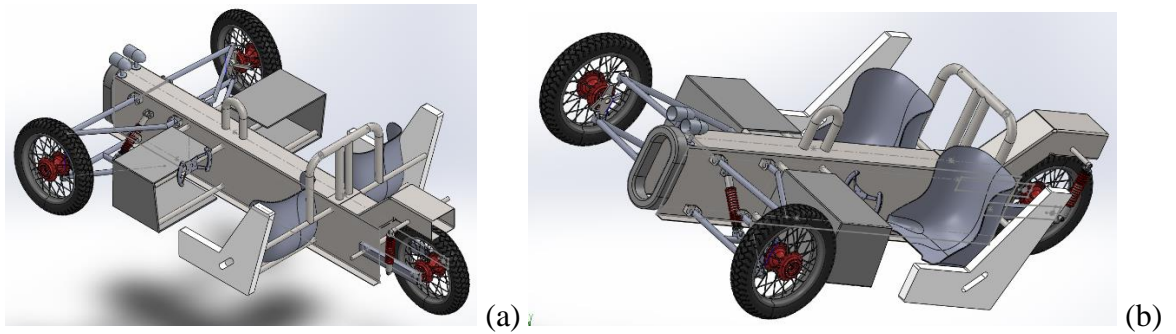


Fig. 65. Bocetos que sugieren una forma final del triciclo (a y b).

Finalmente, se confeccionó una maqueta a escala 1:10 de manera didáctica antes que fiel, pues no se debe olvidar que el diseño debe ser creativo a pesar de las exigencias técnicas que solicitan una fidelidad al detalle que evite las malinterpretaciones. La realización de esta maqueta apela más al espíritu ilustrativo que prototípico, porque no todos los elementos fueron calcados del original, dejándose espacio para la inventiva inherente a cualquier actividad humana.

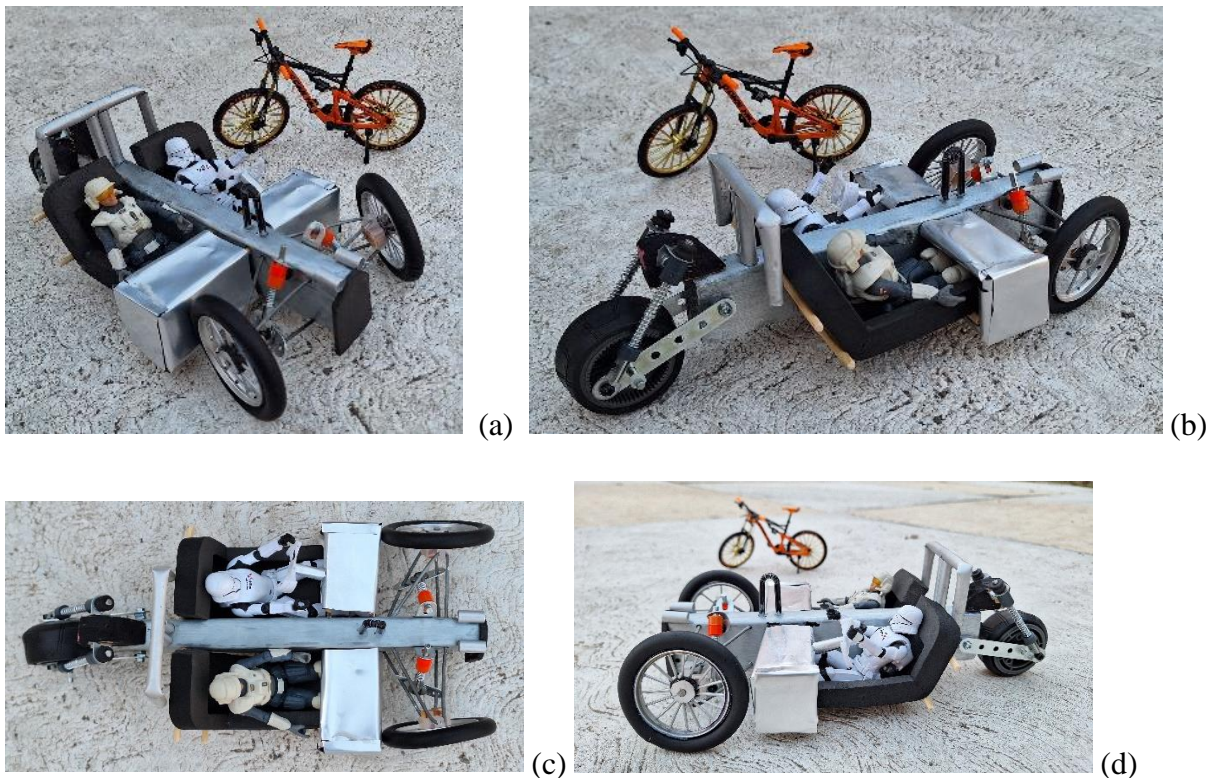


Fig. 66. Maqueta a escala 1:10 del triciclo de chasis de espina dorsal. La bicicleta también presume una escala 1:10 (a, c y d), lo que ilustra el potencial de esta propuesta.

Conclusiones

Pese su sencillez, la valoración del chasis al completo fue más complicada debido a la inclusión de varios elementos que lo conforman para ser prácticamente rodante. Desafortunadamente, el simulador de ANSYS no pudo correr la primera prueba de cargas, pues el número de nodos excedía el máximo permitido por la licencia estudiantil. En la primera corrida, la discretización arrojó poco más de 300 mil nodos. ANSYS Student sólo permite un máximo de 128 mil. Tras una depuración de elementos, dejando solo los estructurales vitales, se intentó hacer una segunda corrida de simulación. Tampoco hubo éxito ya que el número de nodos quedo por encima de los 200 mil, nuevamente muy arriba de lo tolerado por los algoritmos del software.

Finalmente, se descartaron más elementos de la geometría -concebida y ensamblada en SolidWorks-, hasta llegar a la forma estructural más simple posible, apreciada en el dibujo de la figura 31. En esta ocasión, el simulador de ANSYS pudo correr satisfactoriamente todas las pruebas de carga estimada pues el número de nodos permaneció en la vecindad de los 100 mil.

A nivel mundial, el uso de los triciclos como vehículos de movilidad personal es relativamente incipiente, con tendencia anecdótica en países desarrollados y como alternativas antiguas pero populares en mercados menos pudientes como ocurre en el Asia continental principalmente (entiéndase India, Tailandia, Vietnam). No obstante, existen análisis más completos sobre la posibilidad de vehículos de tres ruedas formales que datan de principios del presente siglo [31]. Incluso hay trabajos o proyectos que analizan profundamente la dinámica de esta nueva especie de transporte de tres ruedas [25].

Una consecuencia de esta renacimiento por la movilidad no convencional ha sido indirectamente promovida por las nuevas exigencias gubernamentales en zonas como Europa continental, donde el tema de emisiones en los nuevos vehículos [18], fomenta la posibilidad de crear vehículos más ligeros que presuman menos masa cuya ventaja inherente es el uso de menos baterías y motores más compactos y de un menor gasto energético, ambos puntos difíciles de solventar cuando se habla de estructuras tradicionales de cuatro ruedas [12].

Actualmente existe una ola por esta clase de vehículos que abarca desde adaptaciones sencillas del concepto funcional de una motocicleta [32], pasando por una preparación en reducción del concepto tradicional de un automóvil personal [33], hasta llegar a ejemplares de orientación completamente lúdica [3, 34], para cerrar en propuestas de avanzada tecnología y diseño como

punta de lanza para conquistar un mercado maduro y con preferencias bien establecidas en términos de confort y funcionalidad [11, 35, 36].

Así, estamos en la víspera de una nueva oferta de vehículos sencillos, fáciles de operar y que puedan ser fabricados en casi cualquier factoría de corte tradicional, dejando fuera la compleja logística de las típicas plantas de ensamblaje de coches tradicionales.

Finalmente, gracias a las nuevas herramientas digitales de diseño y análisis numérico como lo son SolidWorks y ANSYS, hoy resulta válido proponer opciones creativas que abarquen temas aparentemente mundanos como la movilidad personal en las grandes urbes.

Si bien es cierto que en un afán de mantener los costos bajos gracias a la utilización de elementos ya existentes, este análisis nos permite comprobar que hay mucho detalle fino a resolver en esta difícil encrucijada de bajo costo y fiabilidad suficiente para el largo plazo.

Conforme a los primeros resultados de esta propuesta, resulta notable que el diseño y concepción de vehículos ya no es un tema exclusivo de sociedades más desarrolladas. Se puede crear y dar impulso a nuevos proyectos que encaren, de manera científica y bien respaldada, las realidades inmediatas y futuras de nuestra sociedad.

En función de los resultados obtenidos, se comprobó que las posibilidades constructivas de esta propuesta tiene interesantes probabilidades de lograrse, si miramos un futuro donde la electrificación sea una premisa gubernamental y social, además de que este triciclo puede fungir como una opción de movilidad personal bajo el esquema de renta o uso compartido, una tendencia creciente entre los nuevos usuarios así como un efecto interesante de la nueva economía colaborativa tan extendida en las nuevas generaciones de trabajadores.

Además, se debe considerar que el proyecto de un chasis de espina dorsal apunta por una simplicidad de construcción antes que una estructura compleja normalmente asociada a una producción masificada. Este chasis es una opción asequible a pequeños constructores que pudieran ampliar sus posibilidades productivas, con miras de aprovechar esa capacidad industrial ociosa en varios núcleos fabriles del país.

En suma, se pretende abrir una brecha que vaya a la par de las nuevas tecnologías de movilidad, determinadas hoy en buena medida por las futuras legislaciones mundiales de reducido impacto ambiental. Y sumarse también a las últimas tendencias que prometen una electrificación del transporte en todos los sentidos de los actuales y futuros núcleos urbanos.

Referencias

- [1] [Nicholas Joseph Cugnot Steam Wagon 1779 \(virtualsteamcarmuseum.org\)](http://virtualsteamcarmuseum.org)
- [2] www.mercedes-benz.com/en/classic/history/benz-patentmotor-car/ Benz Patent Motorwagen.
- [3] Morgan Motor Company, www.morgan-motor.com
- [4] History of Three-Wheelers, www.3wheelers.com; www.autopasion18.com/HISTORIA-MOTOTRICONTAL.htm
- [5] [Autorickshaw - Wikipedia, la enciclopedia libre](https://es.wikipedia.org/wiki/Autorickshaw)
- [6] History of Reliant, www.reliant.website.
- [7] Wikipedia.org, Messerschmitt KR200.
- [8] History of Isetta, www.bmw.com/en/automotivelifelife/history-bmw-isetta.html
- [9] www.campagna-motors.com
- [10] www.grinallcars.com
- [11] www.aptera.us
- [12] Merve Karaca, Levent Bilal, Mehmet Murat Topac. “Lightweight Urban Electric Microcars: An Overview”, presentado en el ISMSIT 2018, 2nd Symposium on Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies. , Ankara, Turquía. Octubre 2018.
- [13] Huw C. Davies, Christophe Bastien. “An approach for the crash safety assessment of smaller and lightweight vehicles”. Transport Policy. Vol. 105, mayo2021, pág. 12-21.
- [14] Three-Wheeler, Wikipedia: en.wikipedia.org/wiki/Three-Wheeler.
- [15] Piaggio MP3, www.piaggio.com; Peugeot Metropolis, www.peugeot-motocycles.fr
- [16] Informe IPCC: IPCC, 2021: Masson-Delmotte, V., P. Zhai, A. Pirani, S.L. Connors, C. Péan, S. Berger, N. Caud, Y. Chen, L. Goldfarb, M.I. Gomis, M. Huang, K. Leitzell, E. Lonnoy, J.B.R. Matthews, T.K. Maycock, T. Waterfield, O. Yelekçi, R. Yu, and B. Zhou (eds.) Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Cambridge University Press. In Press.
- [17] José Santamarta. “El futuro del automóvil es eléctrico”. Técnica Industrial 281, mayo-junio 2009, págs. 26-35.
- [18] [Pacto Verde Europeo - Consilium \(europa.eu\)](https://www.consilium.europa.eu)
- [19] Nigel Cross. 2005. Engineering design methods. The Open University, Milton Keynes, UK. John Wiley & sons Ltd.
- [20] Código técnico de la Edificación (España), documento básico DB-SUA, Seguridad de utilización y accesibilidad, 14 junio 2022, apartado 431.

- [21] Ana Ramírez Toro. Análisis comparativo de diferentes tipos de suspensiones traseras de motocicletas. Trabajo Fin de Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales. Dep. Ingeniería Mecánica y Fabricación Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla Sevilla, 2018.
- [22] Reza N. Jazar. 2008. Vehicle Dynamics: Theory and applications. Chapter 3: Tire Dynamics. Springer Science + Business Media, LLC
- [23] Enrique Carabias Acosta, Juan J. Castillo Aguilar , Juan A. Cabrera Carrillo , Juan M. Velasco García, Javier Pérez Fernández, Manuel G. Alcázar Vargas. “Modeling of Tire Vertical Behavior Using a Test Bench”. IEEE Access, Vol 8, junio 18 2020. Digital Object Identifier 10.1109/ACCESS.2020.3000533
- [24] SCT, Manual de proyecto geométrico de carreteras, Dirección General de Servicios Técnicos, 2016, Capítulo II, Elementos básicos de diseño vial, pág. 26]
- [25]. - Azadeh Zandieh. “Dynamics of a three-wheel vehicle with tadpole design”. A tesis presented to the University of Waterloo in fulfillment of the thesis requirement for the degree of the Master of Science in Mechanical Engineering. Waterloo, Ontario, Canada 2014
- [26] David Egertz, Sohrab Kazemahvazi. “Novel safety requirements and crash test standards for light weight vehicles. Vehiconomics” AB, Estocolmo, Suecia, 2011-01-28.
- [27] .- Huw C. Davies, Christophe Bastien. “An approach for the crash safety assessment of smaller and lightweight vehicles”. Transport Policy. Vol. 105, mayo2021, pág. 12-21.
- [28] .- Reglamento FIA 2020, Appendix J Article 277.
- [29] J.A. Gutiérrez-Vázquez* y J. Oñoro. “Espumas de aluminio. Fabricación, propiedades y aplicaciones”. REVISTA DE METALURGIA, 44 (5) SEPTIEMBRE-OCTUBRE, 457-476, 2008. DOI: 10.3989/REVMETALM.0751
- [30] .- www.d3o.com
- [31]. Luca Solero, Onorato Honorati, Federico Caricchi, Fabio Crescimbin. “Non-conventional three-wheel electric vehicle for urban mobility”. IEEE Transactions on vehicular technology, vol. 50 No. 4, July 2001.
- [32]. www.arcimoto.com
- [33]. www.electromeccanica.com
- [34]. www.vanderhallusa.com
- [35]. www.sondorsx.com
- [36]. www.daymak.com